۱۹

محتویات مجموعه

کرة المتحرکه - نصیرالدین طوسی

کتاب کره و اسطوانه - ارشمیدس

تکسیر دائره - »

ماخوذات - »

میکروفیلم تهیه شد

فهرست شد

آستان قدس

کتابخانه آستانقدس

اسم کتاب مجموعه عربی

مصنف / مؤلف تحریر خواجه نصیرالدین طوسی و دیگران

خطی نسخ ۲۰ سطری

چاپی

سال چاپ یا تحریر ۱۲۶۹ عدد اوراق ۶۱

جزء کتب نجوم و هیئت شماره خصوصی

شماره عمومی ۱۲۳۰۴ شماره قبض

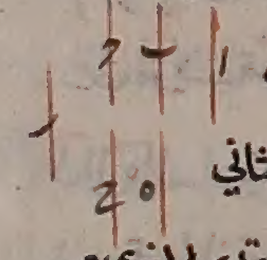
واقف سید جلال‌الدین تهرانی تاریخ وقف مرداد ۱۳۰۶

طول ۲۳/۲ عرض ۲۱ شماره صفحات

١٦

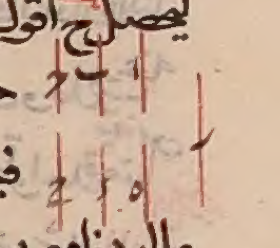
رب يسر وتمم بسم الله الرحمن الرحيم بالخير وبه نستعين

رب انعمت فزد الحمد لله مبدع الحقايق الخارجة عن الحصر افاضة للخير ومودع الدقايق الجليلة القدر في الشي الذي احمده على
كشف الشر وتبديل العسر باليسر واصلي على نبيه رفيع الذكر وعلى آله اهل التقوى والبر وبعد فقد كنت عملت فيما مضى من
الزمان كتاباً جامعاً لضبط دعاوي الشكل المعروف بالقطاع وبراهينه مذيلا بما ينوب عنه ويتعلق به وكان ذلك الكتاب
باللسان الفارسي فسالني بعض الاصدقاء من طلبة العلم ان انقله الى اللسان العربي فاجبته الى ذلك وحذفت عنه
بعض الزوايد واستعنت الله تع انه خير موفق ومعين اقول هذا الكتاب مشتمل على خمس مقالات كل واحدة منها يتضمن
عدة اشكال او فصول المقالة الاولى منها ما يشتمل على النسبة المؤلفة واحكامها وهي متضمنة لاربعة عشر شكلا والمقالة الثانية
في الشكل القطاع السطحي والنسب الواقعة فيها وهي احد عشر فصلا والمقالة الثالثة في مقدمات القطاع الكري وفيما لا يتم
الشكل الا به ثلثة فصول والمقالة الرابعة في القطاع الكري والنسب الواقعة فيها خمسة فصول والمقالة الخامسة في بيان اصول
تنوب عن الشكل القطاع في معرفة قسي الدواير العظام سبعة فصول المقالة الاولى في النسب المؤلفة واحكامها
وفيها اربعة عشر شكلا فائدة كما ان تقدير الكمية المنفصلة لا يتم الا بعروض بعض لوازم الكمية المتصلة لها مثل تجزيتها الى غير
النهاية كذلك لا يتم تقدير الكمية المتصلة الا بعروض بعض اللوازم الكمية المنفصلة لها وهو فرض تركيبها من آحاد مفروضة
يقدر بها تلك المقادير اما كيفية عروض لوازم احد النوعين للآخر فمما يتعلق بغير هذا العلم تذكرة لتحديد التاليف والتجزئة
في النسب ذكر في صدر المقالة السادسة من كتاب الاصول لاوقليدس ان النسبة يقال انها مولفة من نسب متى
كانت اقدار النسب اذا ضوعفت بعضها ببعض فعلت نسبة ما ويقال للنسب انها تنقسم الى نسب اذا كانت النسب متى
جزيت بعضها ببعض احدثت نسبا ما وبعد تقديم هذه القواعد اقول آ كل ثلثة مقادير لبعضها الى بعض نسبة اعني
التي يكون من جنس واحد فنسبة كل واحد منها الى آخر مؤلفة من نسبة ذلك الى ثالثها ومن نسبة ثالثها الى ذلك الآخر
فليكن مقادير ا ب ج الثلثة من جنس واحد فاقول ان نسبة ا الى ب مؤلفة من نسبة ا الى ج ومن نسبة ج الى ب وايضا
نسبة ا الى ج مؤلفة من نسبة ا الى ب ومن نسبة ب الى ج كذلك نسبة ب الى ج مؤلفة من نسبة ب الى ا ومن نسبة ا
الى ج وعلى هذا القياس ولنبين كون نسبة ا الى ب مؤلفة من نسبة ا الى ج ومن نسبة ج الى ب ليقاس عليه ما عداه
برهانه نفرض واحدا به يقدر هذه المقادير وليقدر ذلك الواحد مقدار ه كتقدير ا ج ومقدار ز كتقدير ج لـ ب و
مقدار ح كتقدير ا لـ ب فه هو مقدار نسبة ا الى ج و ز مقدار نسبة ج الى ب و ح مقدار نسبة ا الى ب

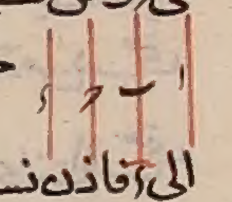


وذلك لكون كل نسبة سمية للعدد الذي يقدره الواحد كتقدير الاول من حدي تلك النسبة للثاني
والعدد السمي للنسبة هو مقدارها وقد ذكرنا ان تاليف نسبة بنسبة هو تضعيف قدر احديهما بقدر الاخرى و
تضعيف العدد بعدد آخر هو ضرب احدهما في الآخر فاذن حاصل الدعوي هو ان ح بعينه هو الحاصل من ضرب ه في ز
وذلك لان نسبة ا الى ج كنسبة الواحد الى ه وما بخلاف نسبة ج الى ا كنسبة ه الى الواحد وكانت نسبة ا الى ب كنسبة
الواحد الى ح فبالمساوات المنتظمة نسبة ج الى ب كنسبة ه الى ح لكن نسبة ج الى ب كنسبة الواحد الى ز فنسبة الواحد الى ز
كنسبة ه الى ح والحاصل من ضرب الواحد في ح كالحاصل من ضرب ه في ز والحاصل من ضرب الواحد في كل مقدار هو ذلك
المقدار نفسه فاذن ح نفسه هو الحاصل من ضرب ه في ز فاذن نسبة ا الى ب هي الحاصلة من تاليف نسبة ا الى ج

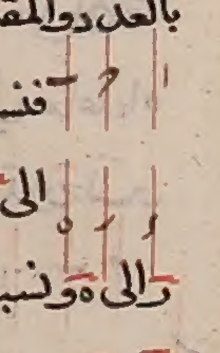
بنسبة ح الى ب فنسبة ا الى ب مولفة من نسبتي ا الى ح و ح الى ب وذلك ما اردناه وبمثله نبين في غيرها من الصور وان
تساوت النسبتان الواقعتان في التاليف قيل ان النسبة المؤلفة هي كاحديهما مثناة بالتكرير ب وايضا نعكس الدعوى
ونقول كل ثلثة مقادير متجانسة الفت نسبة الاول منها الى الثاني بنسبة الثاني الى الثالث كان الحاصل هو نسبة الاول الى الثالث
وليكن ا ب ح هي المقادير الثلثة وليكن نسبة ا الى ب كنسبة الواحد الى ه ونسبة ب الى ح كنسبة الواحد الى ر ونضعف ه في
ليحصل ح اقول فح هو مقدار نسبة ا الى ح برهانه ه هو مقدار فاذا ضرب في الواحد حصل منه ه نفسه واذا ضرب في ر



حصل منه ح فنسبة مسطحي ه ح كنسبة ضلعيهما اعني الواحد و ر وكان نسبة الواحد الى ه كنسبة ا الى ب
فبالمساوات المنتظمة نسبة الواحد الى ح كنسبة ا الى ح فح الحاصل من ه في ر هو مقدار نسبة ا الى ح وذلك
ما اردناه وبعبارة اخرى ه هو مقدار نسبة ا الى ب و ر هو مقدار نسبة ب الى ح و ح هو الحاصل من ضرب ه في ر والواحد
يعد المضروب مثل ما يعد المضروب فيه الحاصل من الضرب فالواحد يعد ه كما يعد ر ح وكان الواحد يعد ه كما يعد ا ب
فنسبة ب الى ح كنسبة ا الى ب وكانت نسبة الواحد الى ر كنسبة ب الى ح فبالمساوات المضطربة نسبة الواحد الى ح
كنسبة ا الى ح فمقدار نسبة ا الى ح هو ح نفسه الذي هو الحاصل من ضرب ه في ر اعني من ضرب نسبة ا الى ب في نسبة ب الى ح
فالحاصل من ضرب نسبة ا الى ب في نسبة ب الى ح هو نسبة ا الى ح وذلك ما اردناه ح وهذا الحكم فيما يزيد من المقادير
الثلثة ثابت فليكن ا ب ح د اربعة مقادير من جنس واحد اقول فنسبة ا الى د مؤلفة من نسبة ا الى ب ومن نسبة ب
الى ح ومن نسبة ح الى د برهانه نسبة ا الى ح مؤلفة من نسبة ا الى ب ومن نسبة ب الى ح لما مر و ا ح د ثلثة مقادير من

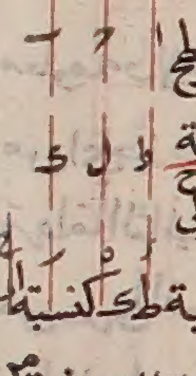


جنس واحد فنسبة ا الى د مؤلفة من نسبة ا الى ح التي هي مولفة من النسبتين المذكورتين ومن نسبة ح
الى د فاذن نسبة ا الى د مؤلفة من النسب الثلثة المذكورة وهكذا القول في عكسه ويكون ابدا عدد النسب اقل من
عدد المقادير التي هي حدودها بواحد وذلك عند كون حدود المقادير مشتركة وقد جرت العادة عند تساوي هذه
النسب ان يقال نسبة الاول الى الاخير كنسبة الاول الى الثاني مثلثة او مربعة بالتكرير او غير ذلك مما يقتضيه عدد تلك
النسب ط اذا كانت نسبة مؤلفة من نسب فكل نسبة تساويها يكون ايضا مؤلفة من نسب مساوية لتلك النسب
بالعدد والمقدار فليكن نسبة ا الى ب مولفة من نسبة ا الى ح ومن نسبة ح الى ب وليكن نسبة د الى ه كنسبة ا الى ب اقول

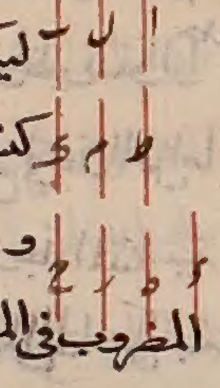


فنسبة د الى ه ايضا مؤلفة من نسبتين مساويتين للنسبتين المذكورتين برهانه ليكن نسبة ا الى ح كنسبة د
الى ر وبالخلاف نسبة ا الى ا كنسبة ب الى د ونسبة ا الى ب كنسبة د الى ه فبالمساوات المنتظمة نسبة ح الى ب كنسبة
ر الى ه ونسبة د الى ر كنسبة ا الى ح ونسبة ر الى ه كنسبة ح الى ب فنسبة د الى ه مؤلفة من نسبة د الى ر ومن نسبة
ر الى ه المساويتين للمذكورتين وذلك ما اردناه ومن مثل هذا البيان والشكل يتبين انه اذا كانت نسبة ما مساوية
لنسبة مؤلفة من نسبتين وتوسط بين حديها مقدار يكون نسبة احد الحدين اليه كاحدى تلك النسبتين كانت
نسبة ذلك المقدار الى الحد الآخر كالنسبة الباقية من تينك النسبتين مثلا ليكن نسبة د الى ه كنسبة ا الى ب المؤلفة من
نسبة ا الى ح ومن نسبة ح الى ب ثم توسط بين د ه مقدار ر وكانت نسبة د اليه كنسبة ا الى ح كانت نسبة ر الى ه كنسبة ح
الى ب وهذا المعنى هو تجزية د ه الى النسبتين المذكورتين ونقصان نسبة عن اخرى لا يتصور الا بعد تجزية المنقوص منها بالنسبة
المنقوصة وبالباقية مثلا اذا اردنا ان ننقص نسبة ا ح من نسبة د ه جزئيا او لا نسبة د ه بنسبة د ر المساوية لنسبة
ا ح وبنسبة ر ه الباقية المساوية كنسبة ح ب حتى اذا انقصنا نسبتي د ر من نسبة د ه بقيت نسبة ر ه وهذا هو ايضا القاء نسبة
من اخرى

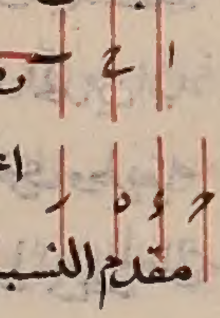
من اخرى ى اذا كانت نسبة مؤلفة من نسب فتلك النسبة ايضا يكون مؤلفة من كل نسب تساوي تلك النسب وان كانت
تخالفها في الحدود فليكن نسبة ا الى ب مؤلفة من نسبة ا الى ح ومن نسبة ح الى ب وليكن نسبة د الى ه كنسبة ا الى ح ونسبة ر
الى ح كنسبة ح الى ب اقول فنسبة ا الى ب مؤلفة من نسبة د الى ه ومن نسبة ر الى ح برهانه ليكن ط هو سطح



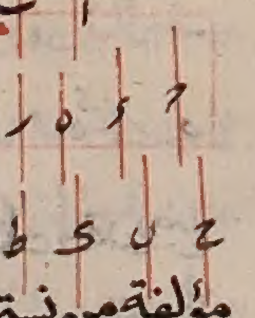
د في ر و ك هو سطح ه في ح و ل هو سطح ه في ر وقد تبين في كتاب الاصول بالخامس والعشرين من سادسة
الاصول وبالخامس من ثامنة الاصول ان نسبة سطح ط الى سطح ك مؤلفة من نسبة د الى ه ومن نسبة ر الى ح
ونسبة ط ل كنسبة د ه اعني نسبة ا ح ونسبة ل ك كنسبة ر ح اعني نسبة ح ب وبالمساوات المنتظمة بنسبة ط ك كنسبة ا ب
ولما كانت نسبة ط ك مولفة من نسبتي د ه ر ح فنسبة ا ب ايضا مولفة منهما وذلك ما اردناه و اذا تالفت نسبة من
نسب على ترتيب ما فهي مساوية لكل نسبة يتالف منها على غير ذلك الترتيب فليكن نسبة ا ب مؤلفة من نسبتي د ه ر ح
على هذا الترتيب ونسبة ط ك مؤلفة من نسبتي ر ح د ه على هذا الترتيب اقول فنسبة ا ب ط ك متساويتان برهانه



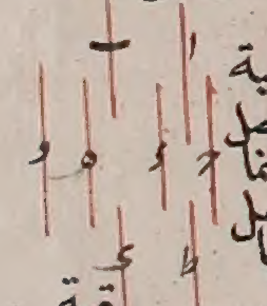
ليكن نسبة ا ل كنسبة د ه فيكون نسبة ل ب كنسبة ر ح وايضا ليكن نسبة ط م كنسبة ر ح فيكون نسبة م ك
كنسبة د ه فنسبة ا ل كنسبة م ك ونسبة ل ب كنسبة ط م فبالمساوات المضطربة نسبة ا ب كنسبة ط ك
وذلك ما اردناه وبوجه آخر تضعيف نسبة د ه كنسبة ر ح تساوي تضعيف نسبة ر ح بنسبة د ه لان مسطح
المضروب في المضروب فيه تساوي مسطح المضروب فيه في المضروب فاذن نسبتا ا ب ط ك متساويتان ر اذا تالفت
نسبة من نسبتين تخالفها مؤلف من خلافيهما فليكن نسبة ا ب مؤلفة من نسبة ح د ه ر اقول فنسبة ب ا مولفة من نسبتي



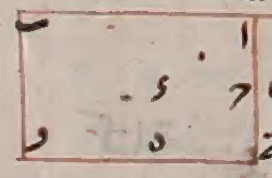
ر ه د ح برهانه ليكن نسبة ا ح كنسبة ح د ويبقى نسبة ح ب كنسبة ه ر ويكون نسبة ب ا مولفة من نسبة ح
اعني ر ه ومن نسبة ح ا اعني د ح وذلك ما اردناه ح كل نسبة مؤلفة من نسبتين فهي ايضا مؤلفة من نسبة
مقدم النسبة الاولى الى تالي النسبة الثانية ومن نسبة مقدم الثانية الى تالي النسبة الاولى فليكن نسبة ا ب مؤلفة
من نسبتي ح د ه ر اقول فهي ايضا مؤلفة من نسبتي ح ر ه د برهانه ليكن ح مسطح ح في ه فط مسطح د في ر و ك مسطح



ه في ر ونسبة ح ط مؤلفة تارة من نسبة ح ك اعني نسبة ح د ومن نسبة ك ط اعني نسبة ه ر وتارة من
نسبة ح ل التي هي كنسبة ح ر لان ح ر ضربا في ه فحصل ح ل ومن نسبة ل ط التي هي نسبة ه الى د لان ه د
ضربا في ر فحصل ل ط ولكن نسبة ح ط كنسبة ا ب فنسبة ا ب كما كانت مؤلفة من نسبتي ح د ه ر فهي ايضا
مؤلفة من نسبتي ح ر ه د وذلك ما اردناه ولنسم هذه الحالة بتبادل حدود النسبة ونقول كل نسبة مؤلفة من
نسبتين فهي مؤلفة منهما بعد تبادل حدودها ط الجسم الحاصل من ضرب مقدم النسبة المؤلفة في تالي البسطين اللتين
يتالف منهما تلك المؤلفة مساو للجسم الحاصل من ضرب تالي المؤلفة في مقدميهما وليكن نسبة ا ب مؤلفة من نسبتي ح د ه و
اقول فجسم ا في د في و مساو لجسم ب في ح في ه برهانه ليكن مسطح ح في ه هو ط ومسطح د في و هو ك فيكون نسبة



ط ك كنسبة ا ب ويكون ا ب ط ك اربعة مقادير متناسبة ومسطح ا في ك مساو لمسطح ب في ط ولكن ك انما حصل
من ضرب د في و فا في ك هو الحاصل من ضرب ا في د في و وايضا انما حصل من ضرب ح في ه ف ب في ط هو الحاصل
من ضرب ب في ح في ه فاذن الجسمان متساويان وذلك ما اردناه قد جرت العادة بان توضع المقادير الستة الواقعة



في كل نسبة مؤلفة من نسبتين في لوح على هذه الصورة ويسمى اضلاع الجسم الاول اعني مقادير ا د و بالحيز
الاول وهي يقع على القطر واضلاع الجسم الثاني اعني مقادير ب ح ه بالحيز الثاني ويسمى ا مقدم النسبة المؤلفة

وب تاليهما وح مقدم النسبة الاولى ود تاليهما وه مقدم النسبة الثانية وو تاليهما وكما يستخرج المجهول من المقادير الاربعة المتناسبة
بالضرب والقسمة او بالنسبة عن الثلثة الباقية اذا كانت معلومة كذلك ههنا يستخرج من الخمسة الباقية اذا كانت
معلومة ولاستخراجه طريقتين احدهما على وجه التركيب والثاني على وجه البسيط اما الاول فهو ان يتعرف ان المجهول
من اي حيز وتقسم مجسم الحيز الآخر على سطح الباقيين من حيز المجهول فما خرج فهو المجهول وبرهانه ظاهر من الشكل الذي
مر واما الثاني فيستعمل على وجهين احدهما ان يتعرف ان المجهول هو اي حد من حدي احدى النسب الثلثة ويقسم كل واحد
من حدي النسبتين الآخرين على قرينة النظير على النظير حتى يتحصل مقدارهما ثم ان كان المجهول من النسبة المؤلفة يوخذ
سطح المقدارين فما كان فهو مقدار المؤلفة وان كان من احدى البسيطين يقسم مقدار المؤلفة على مقدار البسيطة المعلومة
فما خرج فهو مقدار النسبة المجهولة واذا تحصل مقدار تلك النسبة يكون نسبة الواحد الى ذلك المقدار كنسبة نظير الواحد
من احد حدي النسبة التي فيها المجهول الى الحد الآخر فيحصل المجهول مثاله ان كان المجهول ا نقسم د على ح فيحصل ز وهو مقدار النسبة
الاولى وو على ح فيحصل ح وهو مقدار النسبة الثانية وناخذ سطحهما وهو ط فيكون مقدار نسبة ا ب وهو نظير ب والواحد
نظير ا فيكون نسبة ا الى ب كنسبة الواحد الى ط ونقسم ب على ط فيخرج مقدار المجهول ومن البين ان الواقع في هذا العمل اما
قسمتان وضربان واما ثلث قسمات وضرب واحد ويكون مرجع الجميع الى معرفة المجهول من المقادير الاربعة المتناسبة
فان في الضرب نسبة الواحد الى المضروب كنسبة المضروب فيه الى الحاصل وفي القسمة نسبة الواحد الى الحاصل كنسبة
المقسوم عليه الى المقسوم وان قسمنا ح على د وه على و فيصير الواحد في المؤلفة نظير ب والشكلان هكذا وثانيهما على وجوه

النسبة المؤلفة ا ب الواحد ط	النسبة المؤلفة ا ب ط الواحد
النسبة الاولى ح د الواحد ز	النسبة الاولى ح د ز الواحد
النسبة الثانية ه و الواحد ح	النسبة الثانية ه و ح الواحد

ثلثة الاول ان تطلب وسط بين حدي المؤلفة يكون نسبة احد الحدين اليه
كاحدى النسبتين البسيطين ونسبته الى الحد الآخر كالنسبة الاخرى وطريقه
هو طريق استخراج المجهول من الاربعة المتناسبة فان نسبة الوسط الى الحد المعلوم
من المؤلفة يكون كنسبة احد حدي النسبة المعلومة من البسطين الى الآخر مثلا
نعيد لوح المقادير الستة فان كان المجهول ا كانت نسبة ز الوسط

ا	ز	ب
ح	د	
	ه	و

بين ا ب الى ب كنسبة ه الى و فيتعرف من مقادير ب ه و مقدار ز واشكال المجهول مثلا كانت
نسبة ا الى ز كنسبة ح الى د فيتعرف ا ح د مقدار ز وهكذا في الباقية ويقع في كل عمل ضربان وقسمتان وقد يوضع

ثان

ا		ب
ح	د	ز
	ه	و

ثالث

ا		ب
ح	د	
ز	ه	و

بالتفصيل في جدول هكذا وان لم يكن الضربان والقسمتان
على هذا الترتيب صارت الواحد بحسب اختلاف الترتيب كثيرة
والثاني ان تطلب لنسبة الاولى ثالث متاخر عن حديه يكون
نسبة تاليها اليه كنسبة مقدم النسبة الثانية الى تاليها
ويكون الحال فيه كما مر والثالث ان تطلب للنسبة الثانية
مقدار متقدم على حديه يكون نسبة ذلك المقدم الى
مقدم النسبة الثانية كنسبة مقدم الاولى الى تاليها ويكون
الحال كما مر واهل الصناعة يوردون ههنا جداول هي هكذا

بالاربعة المتناسبة

المجهولات	نضرب هذا	في هذا	ونقسم على هذا	فيحصل هذا	ثم نضرب هذا	في هذا	ونقسم على هذا	فيحصل هذا
ا	ب	ه	و	ز	ز	ح	د	ا
ب	ا	د	ح	ز	ز	و	ه	ب
ح	ب	ه	و	ز	ا	د	ز	ح
د	ب	ه	و	ز	ز	و	ا	د
ه	ا	د	ح	ز	ز	د	ب	ه
و	ا	د	ح	ز	ب	ه	ز	و

كناية لمن له فطانة وما ذكرناه فظاهر يب اذا تالفت نسبة من نسبتين كانت نسبة كل واحد من مقادير
احد

احد الحيزين الى كل واحد من مقادير الحيز الآخر مؤلفة من
نسبتين يقعان بين المقادير الاربعة الباقية من ستة بشرط
ان يجعل مقدماهما من الحيز الذي منه مقدمها فليكن نسبة ا
الى ب مؤلفة من نسبتي ح د ه و اقول فيكون نسبة كل واحد من
مقادير ا د و الى كل واحد من مقادير ب ح ه مؤلفة من نسبتين
يقعان بين المقادير الاربعة الباقية بالشرط المذكور مثلا
يكون نسبة ا الى ح مؤلفة من نسبتين يقعان بين مقادير د

المجهولات	نضرب هذا	في هذا	ونقسم على هذا	ونضرب الخارج في هذا	ونقسم على هذا
ا	ب	ح	د	ه	و
ب	ا	د	ح	و	ه
ح	+	و	ه	د	ب
د	ب	ه	و	ح	ا
ه	ا	د	ح	و	ب
ح	ب	ح	د	ه	ا

المجهولات	نضرب هذا	في هذا	ونقسم على هذا	ونضرب الخارج في هذا	ونقسم على هذا
ا	ح	ه	و	ب	و
ب	د	و	ه	ا	ح
ح	ا	د	ب	د	ه
د	ب	ه	ا	ح	و
ه	ا	د	ب	و	ح
و	ب	ح	ا	ه	د

و ب ه الاربعة بشرط ان يكون المقدمان من الحيز الذي فيه ح وهما مقدار ب ه والتاليان من الحيز الذي فيه ا وهما د و
فيصير الدعوى هكذا نسبة ا الى ح مؤلفة اما من نسبتي ب د ه و او من نسبتي ب و ه د برهانه انا اذا جعلنا ارتفاع مجسم ا د
و مقدار ا وارتفاع مجسم ب ح ه مقدار ح كانت نسبة ا الى ح كنسبة قاعدة مجسم ب ح ه التي هي مسطح ب في ه الى قاعدة مجسم
ا د و اعني مسطح د في و بالتكافي كما تبين في الشكلين الرابع والخامس بعد الثلثين من المقالة الحادية عشر من كتاب الاصول
وهو ان المجسمات المتساوية نسبة الارتفاعات الى الارتفاعات كنسبة القواعد الى القواعد بالتكافي وكانت نسبة مسطح
ب في ه الى مسطح د في و مؤلفة من نسب اضلاعهما اعني من نسبة ب الى د ومن نسبة ه الى و او من نسبة ب الى و ومن نسبة
ه الى د فاذن نسبة ارتفاع ا الى ارتفاع ح مؤلفة من احد الصنفين المذكورين وهكذا نبين في هذه ساير الصور و
ذلك ما اردناه ولكون كل حيز مشتملا على ثلثة مقادير كانت نسبة المقادير التي من الحيز الآخر تسعة ولكون كل نسبة مؤلفة
من نسب المقادير الباقية على وجهين من التاليف تصير النسبة المؤلفة الواقعة بين مقدمات احد الحيزين وتوالي الآخر
على ثمانية عشر وجها واذا اخذنا المقدمات من كل
واحد من الحيزين تضاعفت الوجوه الثمانية عشر فصارت
ستة وثلثين ويكون كل واحد من النصف الآخر خلافا
لاحدى النسب من النصف الاول وبهذا الاعتبار يكون
كل نسبة مؤلفة لازمة لخمسة وثلثين نسبة مؤلفة
وقد اوردنا تفصيلها في جدول هو هذا ثم انا ان
اعتبرنا ترتيب النسبتين البسيطين تضاعف العدد لامكان
اختلافهما بالتقديم والتاخير وصارت النسب المتلازمة
اثنين وسبعين يا اذا تساوى مقداران من حيزين
في اي نسبة مؤلفة من نسبتين فرضت كانت الاربعة
الباقية متناسبة بشرط ان يكون فيما يبقى من كل حيز
مقدم وتال اعني يكون التناسب بالتكافي مثلا ان كانت
نسبة ا الى ب مؤلفة من نسبتي ح د ه و وكان ا من الحيز
الاول مساويا لـ ح من الحيز الثاني اقول فيكون مقادير

صورة جدول النسبة المؤلفة

	المؤلفة النسب		البسيطتين المؤلفة منها						المؤلفة النسب		البسيطتين المؤلفة منها النسب الاولى		الثانية	
الاعداد	مقدم	تال	مقدم	تال		مقدم	تال	الاعداد	مقدم	تال	مقدم	تال	مقدم	تال
١	ا	ب	ح	د		ه	و	١	ب	ا	د	ح	و	ه
٢	ا	ب	ح	و		ه	د	٢	ب	ا	د	ه	و	ح
٣	ا	ح	ب	د		ه	و	٣	ب	د	ا	ح	و	ه
٤	ا	ح	ب	و		ه	د	٤	ب	د	ا	ه	د	ح
٥	ا	ه	ب	د		ح	و	٥	ب	و	ا	ح	د	ه
٦	ا	ه	ب	و		ح	د	٦	ب	د	ا	ح	د	ه
٧	د	ب	ح	ا		ه	و	٧	ح	ا	د	ب	د	ح
٨	د	ب	ح	و		ه	ا	٨	ح	ا	د	ه	د	ب
٩	د	ح	ب	ا		ه	و	٩	ح	د	ا	ب	و	ه
١٠	د	ح	ب	و		ه	ا	١٠	ح	د	ا	ه	و	ب
١١	د	ه	ب	ا		ح	و	١١	ح	و	ا	ب	د	ه
١٢	د	ه	ب	و		ح	ا	١٢	ح	و	ا	ه	د	ب
١٣	و	ب	ح	ا		ه	د	١٣	ه	ا	د	ب	و	ح
١٤	و	ب	ح	د		ه	ا	١٤	ه	ا	د	ب	و	ح
١٥	و	ح	ب	ا		ه	د	١٥	ه	د	ا	ب	و	ح
١٦	و	ح	ب	د		ه	ا	١٦	ه	د	ا	ب	و	ح
١٧	و	ه	ح	د		ب	ا	١٧	ه	و	د	ح	ا	ب
١٨	و	ه	ح	ا		ب	د	١٨	ه	و	د	ب	ا	ح

ب ز ه والاربعة الباقية متناسبة على التكافي انحان احد المقدمين احد مقداري ب ه الذين هما من الحيز الثاني وتاليه عن
الحيز الاول كان المقدم الآخر احد مقداري ا د الذين هما من الحيز الاول وتاليه من الحيز الثاني فيكون نسبة ب الى د كنسبة
ا الى ه ونسبة ب الى د كنسبة ا الى ه وعلى هذا القياس برهانه قد تبين في الشكل الثالث والثلثين من المقالة الحادية
عشرة من كتاب الاصول ان نسبة المجسمات المتساوية الارتفاعات بعضها الى بعض ولما كان ههنا مجسما الحيزين
متساويين وكان مقداران من الحيزين متساويين فاذا فرضنا انهما ارتفاعا المجسمين صار المجسمان متساويي الارتفاع
ويكون نسبة الارتفاع الى الارتفاع كنسبة القاعدة الى القاعدة فيكون القاعدتان ايضا متساويين واضلاع السطوح
المتساوية المتساوية الزاويتين متناسبة بالتكافي فاذن المقادير الاربعة الباقية التي هي اضلاع السطحين متناسبة
بالتكافي وذلك ما اردناه وبين من هذا ان النسب المؤلفة يستلزم نسبا بسيطة متشابهة بين اربعة من مقاديرها
في تسع صور من ازدواج مقادير احد الحيزين بالآخر وقد وضعناها في جدول هو هذا اما انحان المقداران المتساويان
من حيز واحد فلا يستلزم نسبا بسيطة يب وبين هذا المطلوب ايضا من وجه آخر فلنعد المثال المذكور ونجعل نسبة د

ا	ط	ب
ح	ح د	ر
	ه	و

الى ز كنسبة ه الى و فيكون بالمساوات المنتظمة نسبة ح الى ز
كنسبة ا الى ب وكان ح مساويا لا في الفرض المذكور فيكون
ز مساويا لك ونسبة ز الى د كنسبة ب الى د وكانت
نسبة ز الى د كنسبة و الى ه فاذن نسبة ب الى د كنسبة و الى ه وذلك ما اردناه
وايضا ان فرضنا ب مساويا لد ونجعل نسبة و الى ه كنسبة ح الى ط ونسبة ح الى د
كنسبة ا الى ط فيكون نسبة ا الى ط كنسبة ح الى د ونسبة ط الى ب كنسبة ح الى ح المساوية
لنسبة ه الى ع فبالمساوات المضطربة يكون نسبة ح الى د كنسبة ا الى ب وكان ب
مساويا لد فيكون ا ايضا مساويا لح ولكن نسبة ح الى ح كنسبة ه الى و فيكون
نسبة ا الى ح كنسبة ه الى و وذلك ما اردناه ولنبين على قياسه في غيره من الصور
يج كل نسبة بسيطة فهي في القوة مؤلفة من نسبتين احديهما مثل تلك النسبة

اعداد	المتساويات اول	المتساويات ثاني	الاربعة المتناسبة الاول مقدم	الاول تالي	الثاني مقدم	الثاني تالي
ا	ا	ب	ح	د	و	ه
ب	ا	ح	ب	د	و	ه
ح	ا	ه	ب	د	و	ح
د	د	ب	ا	ح	ه	و
ه	د	ح	ا	ه	ب	و
و	د	ه	ا	ب	ح	و
ز	و	ب	ا	ح	ه	د
ح	و	ح	ا	ب	ه	د
ط	و	ه	ا	ب	ح	د

والاخرى نسبة المثل فليكن نسبة ا الى ب نسبة بسيطة اقول فهي مؤلفة من النسبتين المذكورتين برهانه نسبة ح الى د
كنسبة ا الى ب وليكن ه مساويا لد فنسبة ح الى د مؤلفة من نسبة ح ه المساوية لنسبة ح الى د ومن ه الى د المتساويين وهي نسبة المثل
فاذن نسبة ا الى ب ايضا مؤلفة منهما وذلك ما اردناه وبالعكس كل نسبة مؤلفة من نسبة مفروضة ومن نسبة المثل فهي
في قوة نسبة بسيطة مساوية لتلك المفروضة وبيانه ظاهر مما قلناه وقد تبين ايضا من هذا ان نسبة المثل مؤلفة من نسبتين
متساويتين لها او فصاعدا ايد نسبة المثل مؤلفة من اي نسبة اتفقت ومن خلافها فليكن نسبة ا الى ب نسبة المثل

ا		ب
ح	د	ر
	ه	و

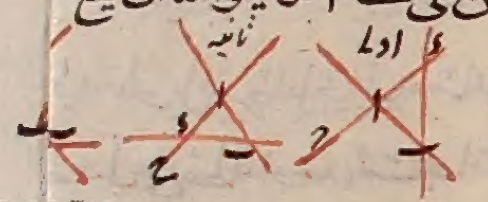
ونسبة ح الى د نسبة ما ونسبة و الى ه مثل نسبة ح الى د فاقول نسبة ا الى ب مؤلفة من نسبتي
ح د ه و برهانه ليكن ز مساويا لح فلكون نسبة ح الى د كنسبة و الى ه يكون نسبة د الى ز اعني الى ح
مساوية لنسبة ه الى و فيكون نسبة ح الى ز التي هي نسبة المثل مؤلفة من نسبتي ح د ه و فاذن نسبة ا
الى ب ايضا مؤلفة منهما وظاهر انها نسبة مفروضة وخلافها وليكن هذا آخر كلامنا في النسب المؤلفة

المقالة الثانية في شكل القطاع السطحي وما تقع فيه من النسب احد عشر فصلا

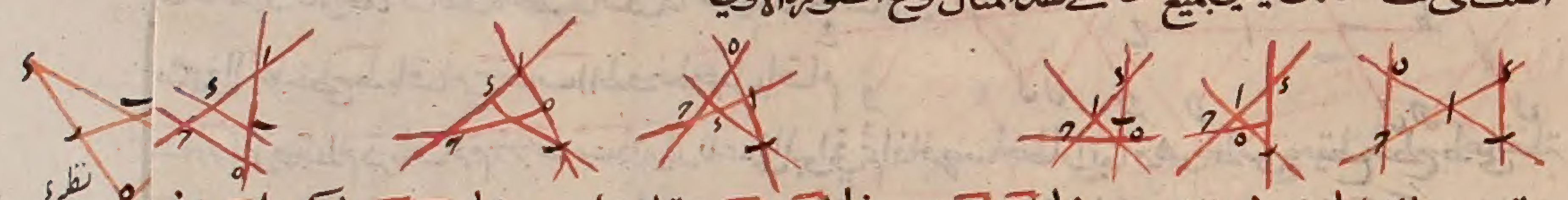
الفصل الاول في ماهية الشكل القطاع السطحي وذكر صوره ونسبه مجملا كل

اربعة

اربعة خطوط مستقيمة يتقاطع كل اثنين منها ولا يتقاطع اكثر من اثنين على نقطة واحدة فالشكل الحادث منها هو القطاع السطحي
انما قيد بالسطحي لانه لا يمكن ان يقع الا على سطح واحد مستو وذكر اهل هذا العلم ان لهذا الشكل اثنى عشرة صورة ولا يمكن ان يزيد
عليها او ينقص منها وبينوا ذلك بان قالوا اذا تقاطع خطان مستقيمان مثل خطي ا ب ا ح على نقطة ا ثم قطعهما خط ثالث مثلهما يقطع اولا
خط ا ب على نقطة غير ا وليكن هي نقطة ب ثم يخرج الى ان يقطع خط ا ح على غير نقطة ح وليكن على نقطة د فلا يخلو اما ان يقع

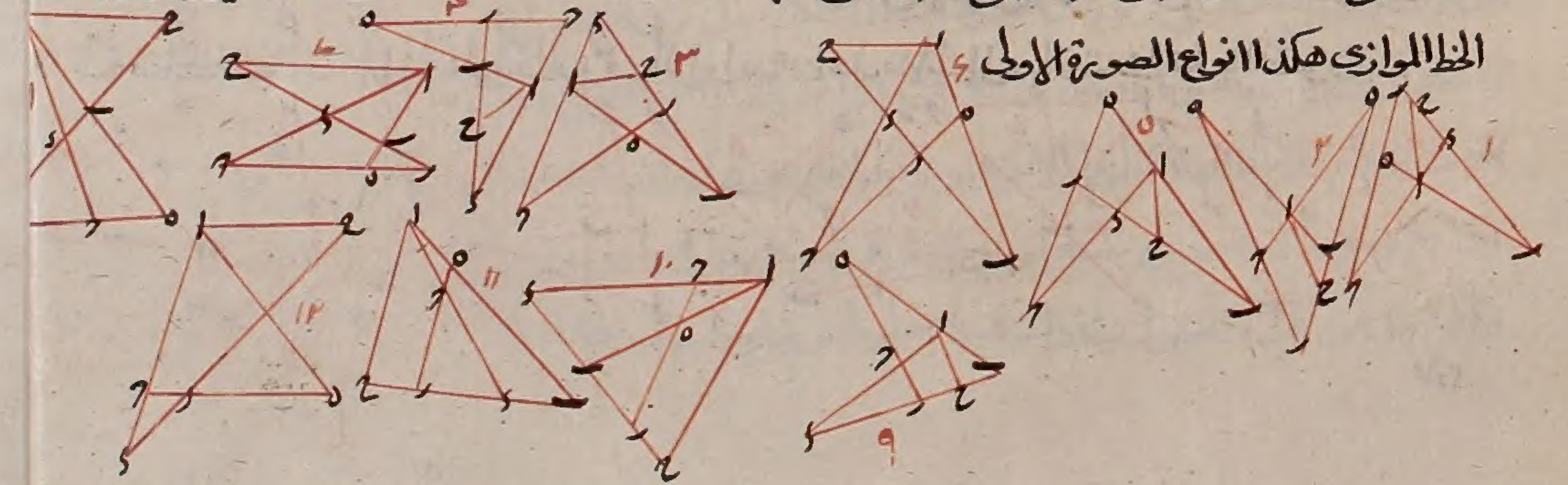


خارجة عما بين نقطتي ا ح الى ما يلي نقطة ح ويصير الصور بحسب الاختلاف الثلثة هكذا
ثم ليقطع الخطوط الثلثة خط رابع مثلها وهو خط ح ه وليقطع خط ا ح على نقطة ح وخط ا ب على
نقطة ه ولا يخلو اما ان يقع نقطة ه خارجة عما بين ب ا الى ما يلي ا او يقع فيما بينهما او يقع خارجا الى ما يلي ب فيصير كل واحدة من الصور
الثلث على ثلث صور ويصير الجميع تسعة على هذا المثال انواع الصورة الاولى

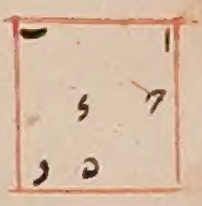


وقد يعتبر التقاطع في هذه الصور بين خطي ا ب ا ح وبين خطي ا ب ب د وبقي اعتباره بين خطي ب د ح ه وليكن على ز وهذا
التقاطع في النوع الاول من الصورة الاولى وفي النوع الثالث من الصورة الثانية وفي النوع الثاني من الصورة الثالثة يكون
ان يقع في احدى جهتي ب و د ويختلف بحسبه الشكل وفي باقي الوجوه لا يمكن ان يقع الا على وجه واحد فانه في ثاني الصورتين الاولى
والثانية وفي اول الثالثة يجب ان يقع هذا التقاطع فيما بين ب و د وفي الثالث الاول والثالثة واول الثانية يجب ان يقطع
ح ه خط ب د قبل قطعه بخط ا ب ولذلك لا يختلف فيها وقوع هذا التقاطع وقد تبين ان جميع الاشكال بعد اعتبار هذا التقاطع
ينحصر في اثنى عشر شكلا وهذه صورها

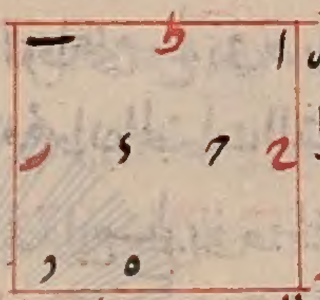
وقد غفل حسام الدين علي بن فضل الله السالار مع تبرزه في هذا العلم من اعتبار هذا التقاطع الاخير فقال لهذا الشكل تسع صور
لا يزيد عليها ولا ينقص ثم قال وذكر اهل هذا العلم ان له اثنى عشرة صورة وانا ما ارى له وجها ثم انهم بما بينوا نسب هذه
الاثنى عشر بدعوى واحدة وبرهان واحد ينطبق على كل واحد منها فقالوا نسبة خط ا ب الى خط ب ه مؤلفة من نسبة خط
ا ا الى خط ا ح ومن خط ح ز الى خط ز ه برهانه نخرج من نقطة ا خطا موازيا لخط ح ه الى ان يصل الى خط ب ا وهو خط ا ح ويكون
نسبة خط ا ح الى خط ح ز كنسبة خط ا ا الى خط ا ح من جهة تشابه مثلثي ا ح ا ح ز ونسبة خط ا ح الى خط ز ه التي هي مؤلفة من نسبة
خط ا ا الى خط ا ح ومن نسبة خط ح ز الى خط ز ه كنسبة خط ا ب الى خط ب ه من جهة تشابه مثلثي ا ب ح ه ب ز فاذن نسبة
خط ا ب الى خط ب ه مؤلفة من نسبة ا ا الى خط ا ح ومن نسبة خط ح ز الى خط ز ه وذلك ما اردناه وتصير الاشكال بزيادة
الخط الموازي هكذا انواع الصورة الاولى



ب ز ه والاربعة الباقية متناسبة على التكافي انحان احد المقدمين احد مقدار ب ه الذين هما من الحيز الثاني وتاليه عن
الحيز الاول كان المقدم الآخر احد مقدار ى آ والذين هما من الحيز الاول وتاليه من الحيز الثاني فيكون نسبة ب الى ا كنسبة
و الى ه ونسبة ب الى و كنسبة ا الى ه وعلى هذا القياس برهانه قد تبين في الشكل الثالث والثلثين من المقالة الحادية



عشرة من كتاب الاصول ان نسبة المجسمات المتساوية الارتفاعات بعضها الى بعض ولما كان ههنا مجسما الحيزين
متساويين وكان مقداران من الحيزين متساويين فاذا فرضنا انهما ارتفاعا المجسمين صار المجسمان متساويي الارتفاع
ويكون نسبة الارتفاع الى الارتفاع كنسبة القاعدة الى القاعدة فيكون القاعدتان ايضا متساويين واضلاع السطوح
المتساوية الزاويتين متناسبة بالتكافي فاذن المقادير الاربعة الباقية التي هي اضلاع السطحين متناسبة
بالتكافي وذلك ما اردناه وتبين من هذا ان النسب المؤلفة يستلزم نسبا بسيطة متشابهة بين اربعة من مقاديرها
في تسع صور من ازدواج مقادير احد الحيزين بالآخر وقد وضعناها في جدول هو هذا اما انحان المقداران المتساويان
من حيز واحد فلا يستلزم نسبا بسيطة يب وتبين هذا المطلوب ايضا من وجه آخر فلنعد المثال المذكور ونجعل نسبة ز

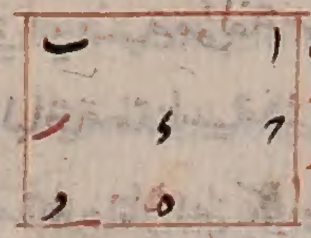


الى ز كنسبة ه الى و فيكون بالمساوات المنتظمة نسبة ج الى ز
كنسبة ا الى ب وكان ج مساويا لا في الفرض المذكور فيكون
ز مساويا لب ونسبة ز الى ا كنسبة ب الى ا وكانت
نسبة ز الى ا كنسبة و الى ه فاذن نسبة ب الى ا كنسبة و الى ه وذلك ما اردناه
وايضا ان فرضنا ب مساويا لد ونجعل نسبة و الى ه كنسبة ج الى ح ونسبة ج الى ا
كنسبة ا الى ط فيكون نسبة ا الى ح كنسبة ج الى ا ونسبة ط الى ب كنسبة ح الى ج المساوية
لنسبة ه الى و فبالمساوات المضطربة يكون نسبة ح الى ا كنسبة ا الى ب وكان ب
مساويا لد فيكون ا ايضا مساويا لح ولكن نسبة ح الى ج كنسبة ه الى و فيكون
نسبة ا الى ج كنسبة ه الى و وذلك ما اردناه ولنبين على قياسه في غيره من الصور
يج كل نسبة بسيطة فهي في القوة مؤلفة من نسبتين احديهما مثل تلك النسبة

الاعداد	اول	ثاني	الاربعة المتناسبة — الاول — مقدم	تالي	الثاني — مقدم	تالي
ا	ا	ب	ج	د	و	ه
ب	ا	ج	ب	د	و	ه
ج	ا	ه	ب	د	و	ج
د	د	ب	ا	ج	ه	و
ه	د	ج	ا	ه	ب	ز
و	د	ه	ا	ب	ج	و
ز	و	ب	ا	ج	ه	د
ح	و	ج	ا	ب	ه	د
ط	و	ه	ا	ب	ج	د

والاخرى نسبة المثل فليكن نسبة ا الى ب نسبة بسيطة اقول فهي مؤلفة من النسبتين المذكورتين برهانه نسبة ج الى ا
كنسبة ا الى ب وليكن ه مساويا لد فنسبة ج الى ا مؤلفة من نسبة ج ه المساوية لنسبة ج الى ا ومن ه الى ا المتساويين وهي نسبة المثل

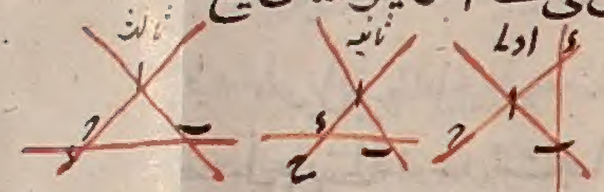
فاذن نسبة ا الى ب ايضا مؤلفة منهما وذلك ما اردناه وبالعكس كل نسبة مؤلفة من نسبة مفروضة ومن نسبة المثل فهي
في قوة نسبة بسيطة مساوية لتلك المفروضة وبيانه ظاهر مما قلنا وقد تبين ايضا من هذا ان نسبة المثل مؤلفة من نسبتين
متساويتين لها او فصاعدا ابد نسبة المثل مؤلفة من اى نسبة اتفقت ومن خلافها فليكن نسبة ا الى ب نسبة المثل



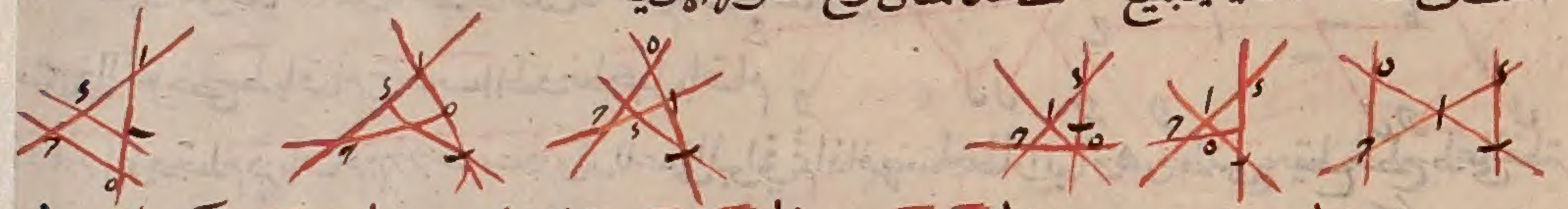
ونسبة ج الى ا نسبة ما ونسبة و الى ه مثل نسبة ج الى ا فاقول نسبة ا الى ب مؤلفة من نسبتي
ج ا ه و برهانه ليكن ز مساويا لح فلكون نسبة ج الى ا كنسبة و الى ه يكون نسبة ا الى ز اعني الى ج
مساوية لنسبة ه الى ا فيكون نسبة ج الى ز التي هي نسبة المثل مؤلفة من نسبتي ج ا ه و فاذن نسبة ا
الى ب ايضا مؤلفة منهما وظاهر انهما نسبة مفروضة وخلافها وليكن هذا آخر كلامنا في النسبة المؤلفة المقالة الثانية في الشكل
القطاع السطحي وما تقع فيه من النسب احد عشر فصلا الفصل الاول في ماهية الشكل القطاع السطحي وذكر صوره ونسبه مجملا كل
اربعة

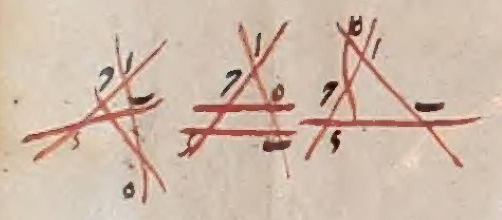
٤

اربعة خطوط مستقيمة يتقاطع كل اثنين منها ولا يتقاطع اكثر من اثنين على نقطة واحدة فالشكل الحادث منها هو القطاع السطحي و
انما قيد بالسطحي لانه لا يمكن ان يقع الا على سطح واحد مستو وذكر اهل هذا العلم ان لهذا الشكل اثنى عشرة صورة ولا يمكن ان يزيد
عليها او ينقص منها وبينوا ذلك بان قالوا اذا تقاطع خطان مستقيمان مثل خطي اب اج على نقطة ا ثم قطعهما خط ثالث مثلهما يقطع اولا
خط اب على نقطة غير ا وليكن هي نقطة ب ثم يخرج الى ان يقطع خط اج على غير نقطة ج وليكن على نقطة د فلا يخلو اما ان يقع نقطة د
خارجة عما بين نقطتي ا ج الى ما يلي نقطة ج ويصير الصورة بحسب الاختلاف الثلثة هكذا

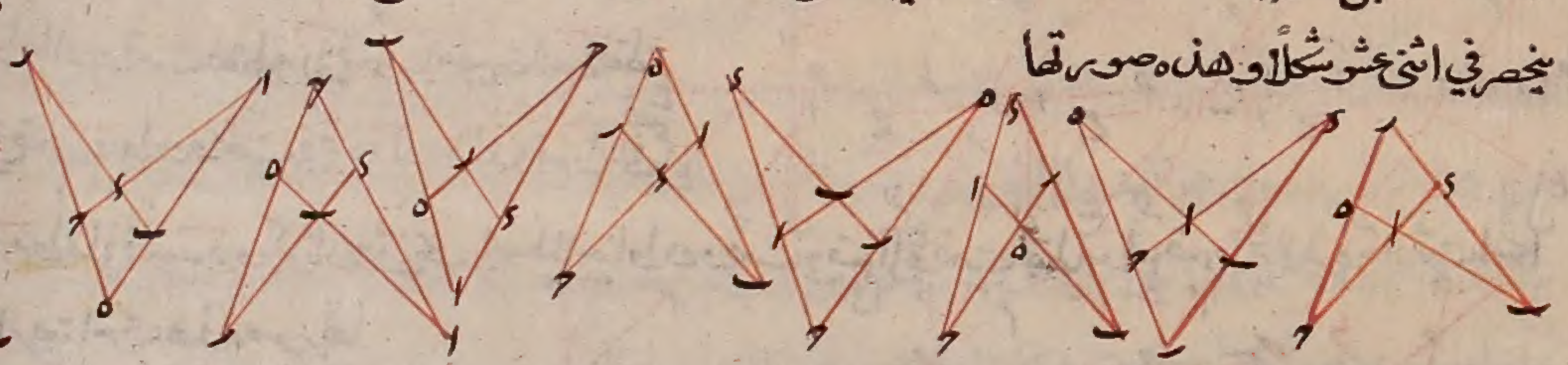


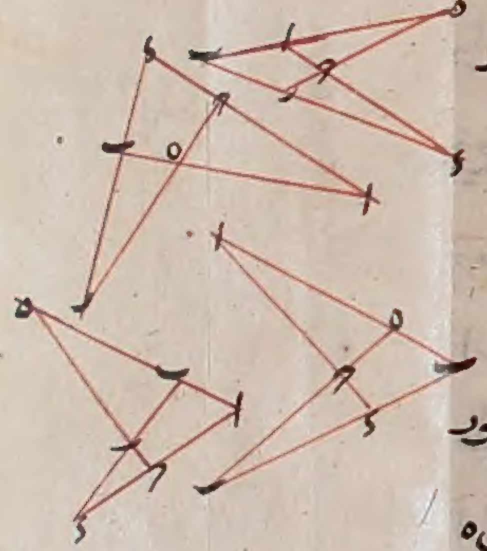
ثم ليقطع الخطوط الثلثة خط رابع مثلها وهو خط ج ه وليقطع خط اج على نقطة ج وخط اب على
نقطة ه ولا يخلو اما ان يقع نقطة ه خارجة عما بين ب ا الى ما يلي ا او يقع فيما بينهما او يقع خارجا الى ما يلي ب فيصير كل واحدة من الصور
الثلث على ثلث صور ويصير الجميع تسعة على هذا المثال انواع الصورة الاولى



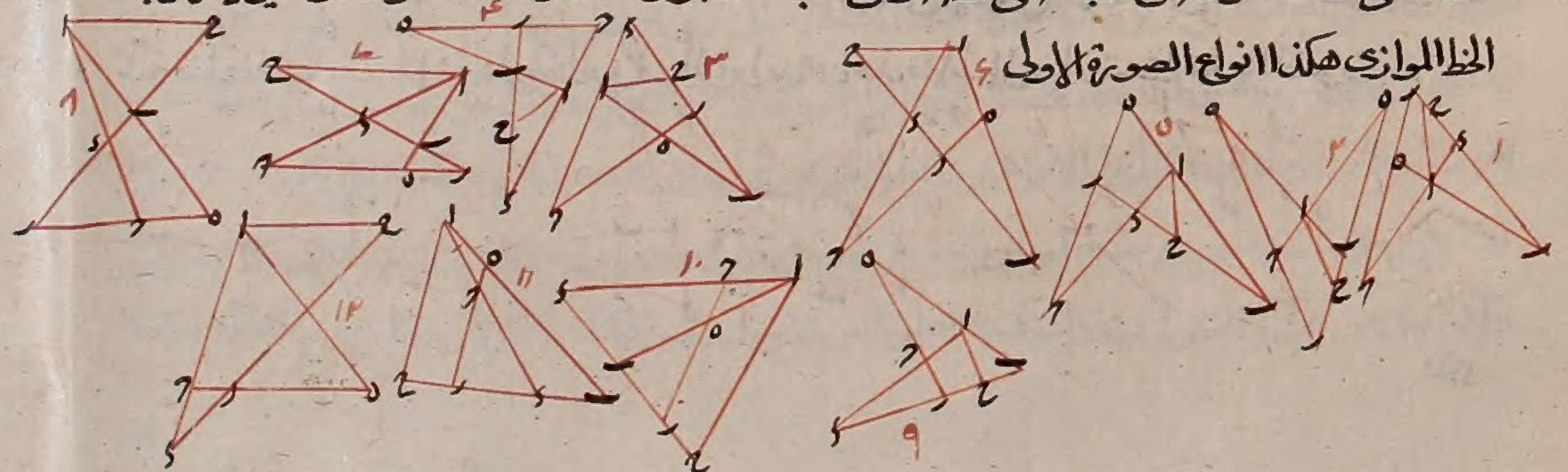


وقد يعتبر التقاطع في هذه الصور بين خطي اب اج وبين خطي اب ب د وبقي اعتباره بين خطي ب د ج ه وليكن على ز وهذه
التقاطع في النوع الاول من الصورة الاولى وفي النوع الثالث من الصورة الثانية وفي النوع الثاني من الصورة الثالثة يمكن
ان يقع في احدى جهتي ب د و يختلف بحسبه الشكل وفي باقي الوجوه لا يمكن ان يقع الا على وجه واحد فانه في ثاني الصورتين الاولى
والثانية وفي اول الثالثة يجب ان يقع هذا التقاطع فيما بين ب د وفي الثالث الاول والثالثة واول الثانية يجب ان يقطع
ج ه خط ب د قبل قطعه بخط اب ولذلك لا يختلف فيها وقوع هذا التقاطع وقد تبين ان جميع الاشكال بعد اعتبار هذا التقاطع
ينحصر في اثني عشر شكلا وهذه صورتها

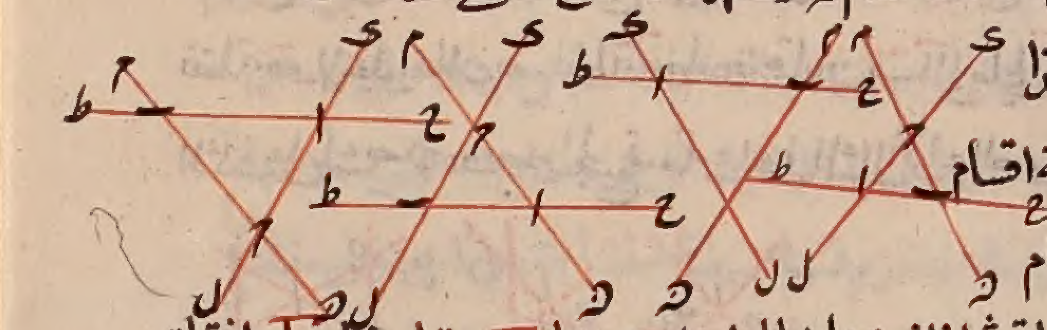




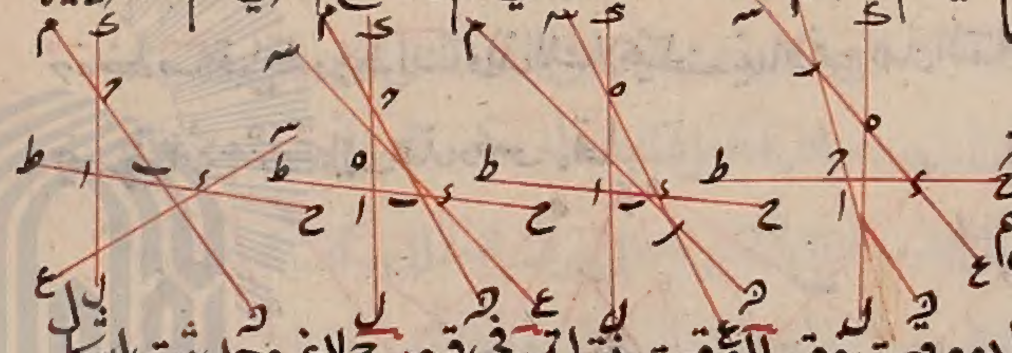
وقد غفل حسام الدين علي بن فضل الله السالار مع تبرزه في هذا العلم من اعتبار هذا التقاطع الاخير فقال لهذا الشكل تسع صور
لا يزيد عليها ولا ينقص ثم قال وذكر اهل هذا العلم ان له اثنى عشرة صورة وانا ما ارى له وجها ثم انهم بما بينوا نسب هذه
الاثني عشر بدعوى واحدة وبرهان واحد ينطبق على كل واحد منها فقالوا نسبة خط اب الى خط ب ه مؤلفة من نسبة خط
ا ا الى خط ا ج ومن خط ج ز الى خط ز ه برهانه نخرج من نقطة ا خطا موازيا لخط ج ه الى ان يصل الى خط ب ا وهو خط اح ويكون
نسبة خط اح الى خط ج ز كنسبة خط ا ا الى خط ا ج من جهة تشابه مثلثي اح ا ج ز ونسبة خط اح الى خط ز ه التي هي مؤلفة من نسبة
خط ا ا الى خط ا ج ومن نسبة خط ج ز الى خط ز ه كنسبة خط اب الى خط ب ه من جهة تشابه مثلثي اب ح ه ب ز فاذن نسبة
خط اب الى خط ب ه مؤلفة من نسبة ا ا الى خط ا ج ومن نسبة خط ج ز الى خط ز ه وذلك ما اردناه وتصير الاشكال بزيادة
الخط الموازي هكذا انواع الصورة الاولى



وساير النسب التي يقع بين خطوط هذا الشكل يمكن ان يبين على الوجه المشترك ايضًا قالوا واذا غيرنا هذه الاوضاع فحولنا عن جانب اليمين الى جانب اليسار و بالعكس صارت الاشكال اربعة وعشرين والدعاوي والبراهين المشتركة ينطبق على الجميع فهذا ما قالوه ههنا **وانا اقول** ان اعتبرت الجهات وجب ان يعتبر جميعها وهي بحسب السطح الواحد المستوي اربع يسامتها اطراف خطين مستقيمين غير محدودين يتقاطعان على زوايا قايمة وانما تصير ستة بحسب اعتبار السمك وتقرير اعتبارها ههنا وانحاد فيه تطويل بغير طايل يجر اليه متابعة القوم بان يقول اذا فرضنا خطين مستقيمين غير محدودين يتقاطعان على نقطة كخطي ح ط ك ل على نقطة ا وحدثت جهات ح ك ط ل الاربعة ثم فرضنا ثالثا كخط م د ز يقطعهما اما خط ح ط فعلى نقطة ب واما خط ك ل فعلى نقطة ح حدثت مثلثات اربعة على الزوايا الاربع هكذا

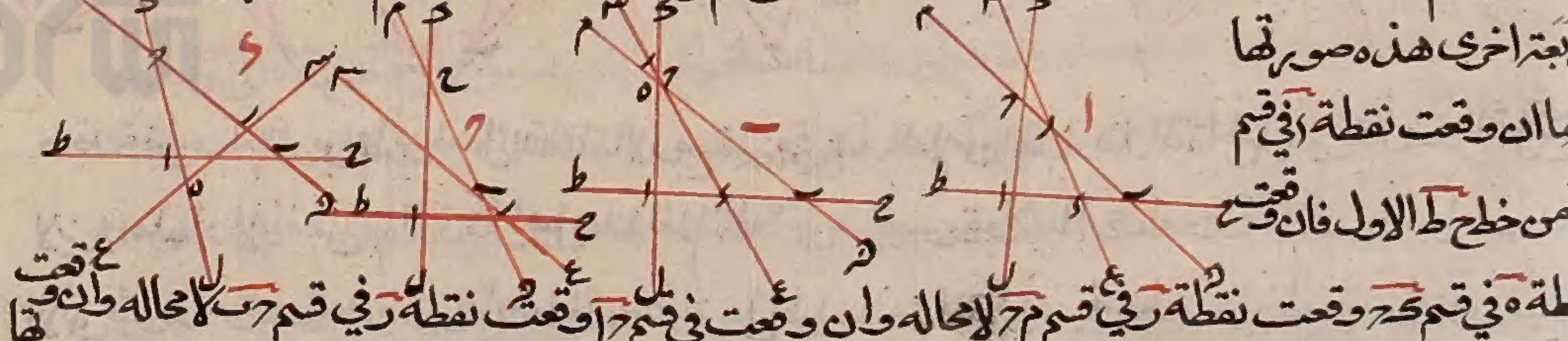


و ظاهر ان كل واحد من هذه الخطوط الثلثة انقسم بثلثة اقسام مثلا في الشكل خط ح ط باقسام ح ب ب ا ا ط وخط ك ل باقسام ك ح ح ا ا ل وخط م د ز باقسام م ح ح ب ب ز وكذلك في البواقي ثم اذا فرضنا خطا رابعا وهو خط س ع يقطع خط ح ط على نقطة ا لا محالة يقطع نقطة ا في احد الاقسام الثلثة منه فان وقعت في قسم ح ب ثم قطع خط ك ل على نقطة ه امكن ايضا ان يقع نقطة في احد الاقسام من خط ك ل فان وقعت نقطة ه في قسم ح ب ثم قطع الخط الرابع خط م د ز على نقطة ر امكن ان يقع نقطة ر في قسم م ح وامكن ان يقع في قسم ب ز ونحن نسمي هذين الشكلين بالمثنى لوقوع نقطة ه في كليهما في قسم ك ح اما ان وقعت نقطة ه في قسم ح ا من خط ك ل قطع م د ز في قسم ب ح لا محاله وان وقعت في قسم ل ا قطع م د ز في قسم ب ز لا غير ويحدث من وقوع ا في قسم ح ب اربعة اشكال هذه صورتها



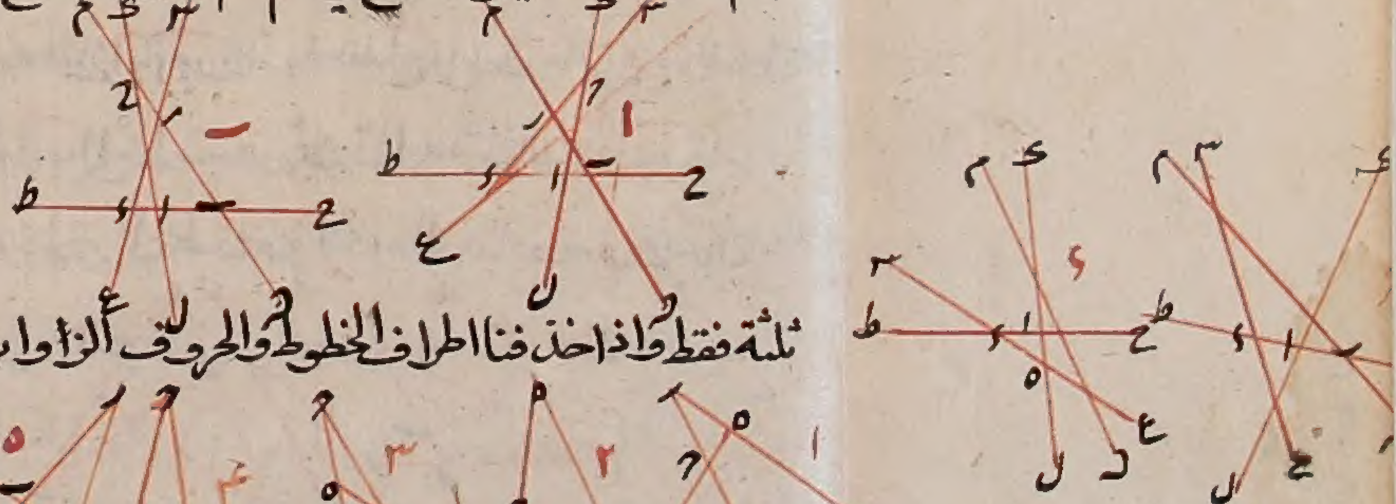
واما ان وقعت نقطة ا في قسم ب ا من خط ح ط فنقطة ه في قسم ب ح وان وقعت في قسم ح ا وحينئذ يقع ر اما في قسم ح م واما في قسم ب ز ويكونان مثنى بحسب اصطلاحنا وان وقعت في قسم ا ل وقعت نقطة ر في قسم ب ح لا غير وحدثت اشكال اربعة اخرى هذه صورتها

واما ان وقعت نقطة ا في قسم ا ط من خط ح ط الاول فان وقعت

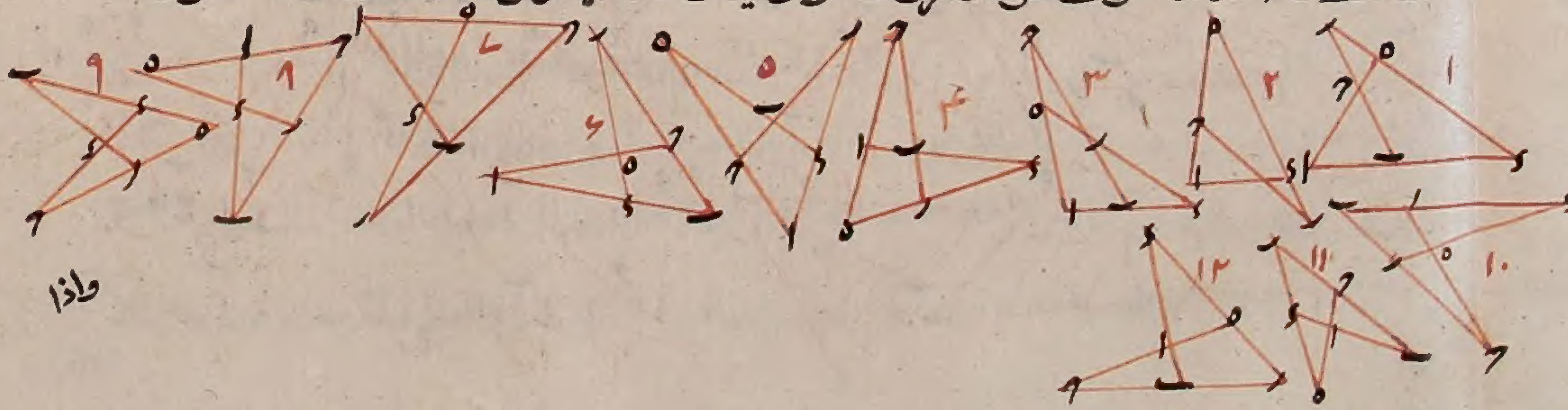


نقطة ه في قسم ك ح وقعت نقطة ر في قسم م ح لا محاله وان وقعت في قسم ح ا وقعت نقطة ر في قسم ح ب لا محاله وان وقعت في قسم ا ل فنقطة ر يمكن ان يقع في قسم ح م ويمكن ان يقع في قسم ب ز ويكون الشكلان مثنى ويحدث اربعة اشكال اخرى هذه صورتها

فهذه الاشكال الاثنى عشر انما حدثت من اعتبار وقوع التقاطع بين الخط الرابع مع الخطوط الثلثة التي رسمناها في الشكل الاول من الاشكال الاربعة التي حدثت اولا بحسب اعتبار خطوط

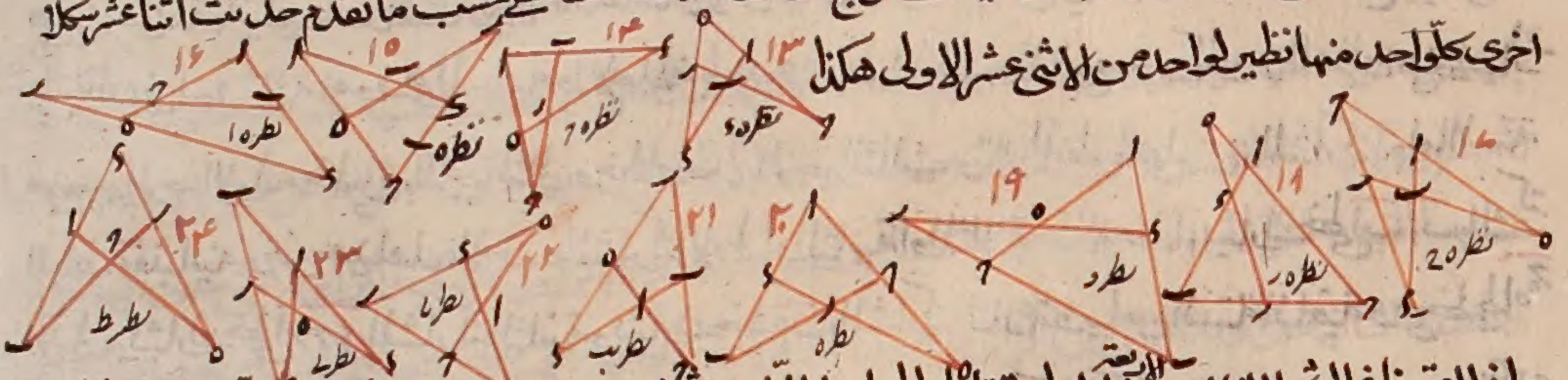


ثلثة فقط واذا حذفنا اطراف الخطوط والحروف الزوايد عن هذه الاشكال صارت على هذه الصورة

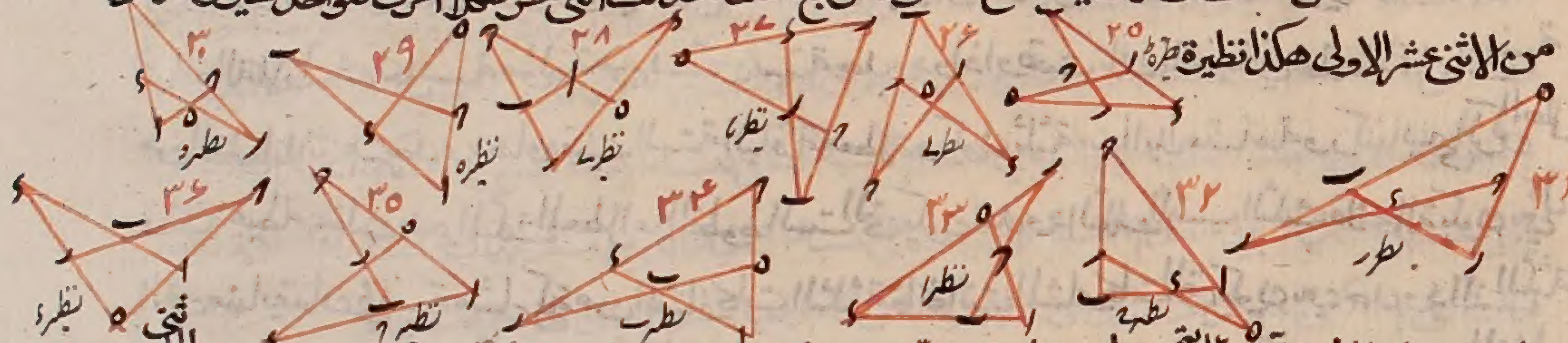


واذا

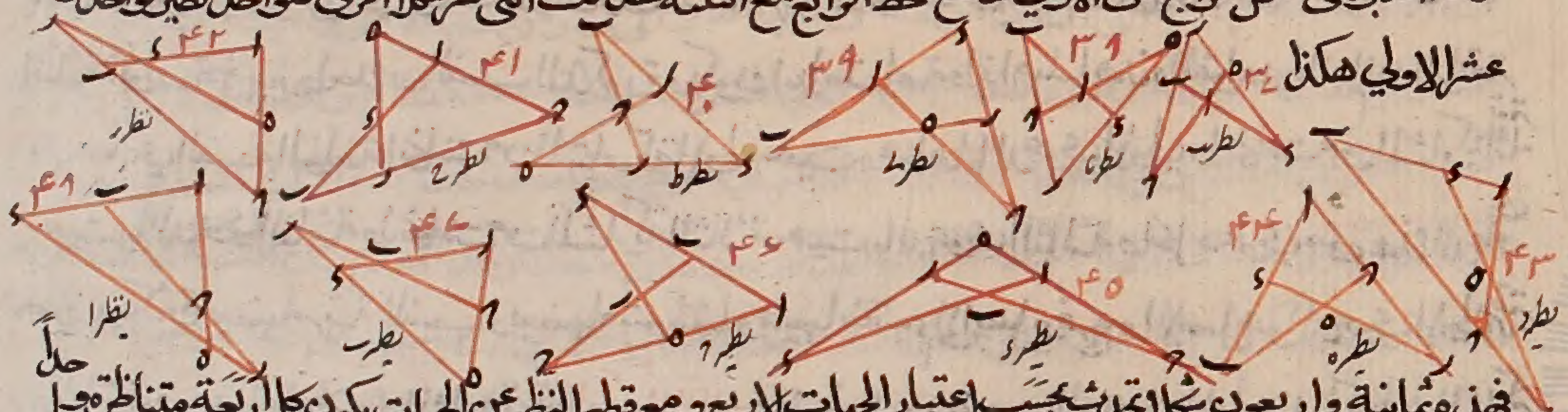
واذا اعتبرنا في الشكل الثاني من الاربعة الاولى الخط الرابع مقاطعا لتلك الثلثة على حسب ما تقدم حدثت اثنا عشر شكلا اخرى كل واحد منها نظير لواحد من الاثنى عشر الاولى هكذا



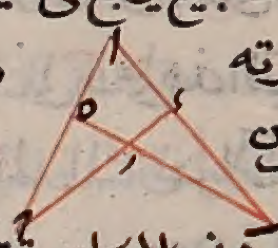
واذا اعتبرنا في الشكل الثالث من الاربعة الاولى تقاطع الخطوط الرابع الثلثة حدثت اثنى عشر شكلا اخرى كل واحد نظير لواحد من الاثنى عشر الاولى هكذا



واذا اعتبرنا في الشكل الرابع من الاربعة الاولى تقاطع الخط الرابع مع الثلثة حدثت اثنى عشر شكلا اخرى كل واحد نظير لواحد من الاثنى عشر الاولى هكذا



فهذه ثمانية واربعون شكلا تحدث بحسب اعتبار الجهات الاربع ومع قطع النظر عن الجهات يكون كل اربعة متناظرة واحدا بحسب مواقع الحروف وليرجع العدد الى اثنى عشر ولكثرة النسب الواقعة بين خطوط هذا الشكل واختلاف احواله واختلاف بياناتها اهتمت العلماء بالكلام فيه وذهبوا كل مذهب فعجز بعضهم عن ضبط اختلافاته واعرض بعضهم عنه واقبل على ما ينوب عنه وانا ما وجدت فيه كلاما احسن من كلام حسام الدين علي بن فضل الله السالار المذكور فانه اورد ما هو كاف في ضبط الدعاوي ولكنه ما تعرض لطرق البراهين وانا اوردت في هذا الكتاب ما ذكره واضيفت اليه ما سنح لي فيه والله الموفق **الفصل الثاني** في الاشارة الى اجزاء هذا الشكل والى دعاوي النسب الواقعة فيه وهذا الشكل وان كان له بالاعتبارات المختلفة صور كثيرة لكن الجميع يرجع الى هيئة واحدة تحصل من سبابتي اليدين ووضع انملة كل سبابة على وسط السبابة الاخرى وهذه صورته



وقد رسمنا على تقاطعاتها هذه الارقام في جميع المواضع ليسهل العبارة عنها ثم نقول هذا الشكل مؤلف من اربعة خطوط غير متوازية ولا متسامتة وهي خطوط ا ب ا ح ب ه ح د ونحن سميناها باركان الشكل وهذه الاركان متقاطعة على ست نقط ا ب ح د ه ر ويقع في كل ركن ثلثة خطوط محدودة بثلث نقط اما في ركن ا ب فخطوط ا ب ا د د ب واما في ركن ا ح فخطوط ا ح ا ه ه ح واما في ركن ا ح فخطوط ا ح ا ر ر ح واما في ركن ب ه فخطوط ب ه ه ر ر ب والجميع اثنا عشر خطا وايضا يقع في هذا الشكل اربع مثلثات هي مثلثات ا ب ه ا ح د ب ح ر ه ر د واضلاعها الخطوط الاثنى عشر وايضا يقع بين هذه الاركان ستة ازدواجات هي بين ا ب ب ه وبين ا ب ح د وبين ب ه ا ح وبين ب ح ه د وبين ا ح ح د ويقع بين كل زوجين منها خطان وجميعها هي الخطوط الاثنى عشر وكل واحد من هذه الخطوط يشارك خمسة خطوط ويباين ستة والمشاركة هي التي يقع في نسبة مؤلفة او بسيطة

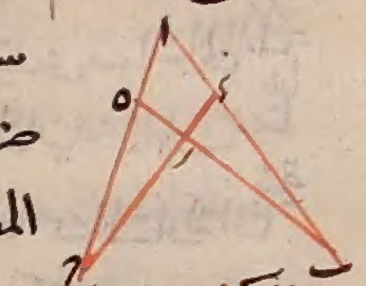
هي جزء مؤلفة بان يكون احد المتشاركين مقدما لها والآخر تاليا والمتباينة ما لا يقع في نسبة اما المشاركة فيقع بين كل خطين
يشتركان في احد ثلثة امور هي المسامة والاحاطة باحدى زوايا مثلث والوقوع بين ركنين وظاهر ان كل خط يشارك
خطين بالوجه الاول وخطين بالوجه الثاني وخطا واحدا بالوجه الثالث وتلك الخطوط هي الخمسة المشاركة له واما الستة
الباقية فمتباينه ونحن سميناهذه الامور بالمشاركة الاولى او الثانية او الثالثة مثاله خط آ د يشارك خطي اب دب بالمشاركة
الاولى ويشارك خطي اح دح بالمشاركة الثانية ويشارك خطه ر بالمشاركة الثالثة ويباين الستة الباقية وهي خطوط اه
ا ر ح ه ب ب والمشاركة الثالثة وان كانت مع خط واحد لكنها بالواحد لقوة كمشاركتين على ما يتبين من بعد وقد تبين
في المقالة الاولى ان لكل نسبة مؤلفة من نسبتين ستة حدود واذا وقعت تلك النسبة في هذه الشكل كانت نسبة
من الخطوط الاثني عشر حدودها وبقيت الستة الباقية معطلة ويكون ثلثة منها ابدا متسامة وركنها يسمى الركن المعطل
وثلثة محيطة بمثلث يسمى المثلث المعطل اما الخطوط الست التي يكون حدود تلك النسب الثلث فلا محالة يكون بين كل
اثنين منها يقعان في نسبة مشاركة من المشاركات الثلثة فان كانت المشاركات التي يكون بين حدود النسب الثلثة
جميعها من نوع واحد من المشاركات قلنا ان تلك النسبة مرتبة وان كانت من انواع مختلفة قلنا انها مشوشة والخطوط
الثلثة الواقعة في حيز واحد من النسب المذكورة ويكون ابدا متسامة واذا اهملنا هذه القواعد فلنعلم ان الواقعة
بين حدي النسبة المؤلفة ان كانت من المشاركة الاول سميت دعواها بالدعوى الاولى وان كانت من المشاركة الثانية
سميت بالدعوى الثانية وان كانت من المشاركة الثالثة سميت بالدعوى الثالثة ولكل دعوي من هذه الدعاوى
ضروب كثيرة بعضها مرتبة النسب وبعضها مشوشتها وجميعها ينقسم الى اصل وفرع والاصل هو الدعوي الاولى مرتبة
والباقية فروعها على ما تبين انشاء الله تع **الفصل الثالث** في ضبط حدود ضروب الدعوي الاولى قد ذكرنا ان المشاركة
بين مقدم النسبة المؤلفة وتاليها في الدعوي الاولى يكون من المشاركة الاولى اعني يكونان متسامتين واذا كان
كذلك كان بينهما حد مشترك لا محاله هي احدى النقط الثلث التي يقع على ذلك الركن الذي هي فيه وان كان ذلك الحد
طرفا للركن كان احدهما منطبقا على الآخر وتسمى النسبة بالمركبة وان لم يكن كذلك لم يكن بينهما انطباق بل يكونان متصلين
على الاستقامة ويسمى النسبة بالمفصلة والنقطتان الباقيتان على الركن يكون احد ليها خاصة بالمقدم والاخرى
بالتالى اعنى يكونان حدين لهما بغير اشتراك فيهما مثاله اذا قلنا في الشكل الماضي نسبة ب د الى دا يكون نقطة د هي الحد
المشترك ونقطة ب الحد الخاص بالمقدم ونقطة ا الحد الخاص بالتالى ويكون النسبة مفصلة واذا قلنا نسبة
ب ا الى ا د كان الحد المشترك ا وحد المقدم ب وحد التالى د على هذا القياس ويسمى الركن الذي عليه حد النسبة
بركن النسبة المؤلفة والركن الذى يقاطعه عند الحد المشترك بالركن المعطل والركن الذى يقاطعه عند حد
المقدم بركن النسبة الاولي والركن الذى يقاطعه عند حد التالي بركن النسبة الثانية ويكون على الركن المعطل
ثلث نقط ويبقى على الشكل ثلث نقط غيرها محيط بمثلث ويسمى ذلك المثلث بالمثلث المعطل ويشتمل الركن والمثلث
المعطلان على ستة من الخطوط جملتها معطلة في تلك الدعوي ويبقى الستة الاخري حدود النسب الثلث اثنان منها
اللذان على ركن النسبة المؤلفة احدهما مقدمها وثانيهما تاليها واثنان على ركن النسبة الاولى يكون المقدم منهما
هو المتصلة بمقدم المؤلفة على زاوية من زوايا المثلث المعطل والتالي هو الباقي المتصل مع مقدمه على نقطة مسامتا
له واثنان على ركن النسبة الثانية يتصل التالى منهما بتالى المؤلفة عند زاوية من زوايا المثلث المعطل ومقدمه
يكون

٦

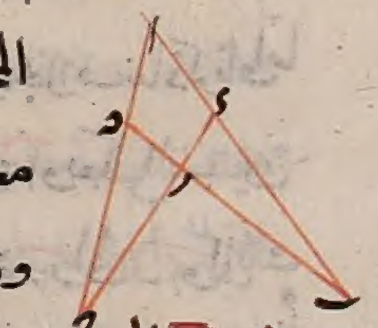
يكون بين تالى النسبة الاولي وبين تاليه ويحيط بهذه الخطوط الستة التي هي حدود النسبة ستة نقط هي نقط الركن والمثلث
المعطلين يكون كل واحد منها بين زاويتين من زوايا المثلث المعطل وبين الركن المعطل اما الزاوية التي يبتدى منها
مقدما النسبة المؤلفة والنسبة الاولي فتسمية بزاوية المقدم وبالزاوية الاولي والزاوية التي ينتهى اليها تالي المؤلفة
والنسبة الثانية بزاوية التالى وبالزاوية الثانية والزاوية الباقية التي ينتهى اليها تالى النسبة الاولى ويبتدي منها
مقدم النسبة الثانية بالزاوية المشتركة واما الركن المعطل فينتهى اليه المقدمات الثلثة ويبتدى منه التوالى الثلثة
واذا وقعت النسبة على هذه السياقة كانت الدعوى الاولى مرتبة ثم انا قدمنا النسبة الثانية على الاولى سميناها
بالمنعكسة وان جعلنا النسبة الاولى بين مقدم النسبة الثانية وتالى النسبة الاولى الذين مشاركتهما من المشاركة الثانية
يبقى النسبة الثانية بين مقدم النسبة الاولي وتالى النسبة الثانيه الذين مشاركتهما من المشاركة الثالثة او يعكس

ذلك اعنى بالعكس بينهما كانت الدعوى الاولي مشوشة ونعيد الشكل لبيان هذه الامثلة ونقول
واما ركن اب فنسبة ب د الى دا يكون مؤلفة من نسبة ب ر الى ره ومن نسبة ه ح الى ح ا فركن
اب ركن النسبة المؤلفة ونقطة د عليه الحد المشترك ونقطة ب حد المقدم ونقطة الحد التالى وح د الدار
بنقطة د الركن المعطل وعليها نقطة ا ر ح والنقطة الباقية وهي نقط اب ه فمثلث اب ه المثلث المعطل وخطوط اب ه
اه د ب ر ح د ح والستة الباقية حدود النسب المذكورة وركن ب ه المار بحد المقدم ركن النسبة الاولى الذي
منه حداها وركن ا ح المار بحد الثاني معطلة ركن النسبة الثانية الذي منه حداها وب ا ر اعنى مقدمي المؤلفة
والنسبة الاولى يبتديان من نقطة ب وهي زاوية المقدم من المثلث المعطل وينتهيان الى نقطتي ا ر من الركن المعطل
و د ا ح ا اعني تالى المؤلفة والنسبة الثانية يبتديان من نقطتي د ح من الركن المعطل وينتهيان الى نقطتي ا وهي
زاوية التالى منه و ره تالى النسبة الاولي ويبتدى من الركن المعطل الى الزاوية المشتركة من المثلث المعطل و ه ح
مقدم النسبة الثانية بعكس ذلك واما عكس النسبتين فظاهر ويصير فيه الامور المذكورة بخلاف ما ذكرنا واما
التشويش فبان يقول نسبة ب د الى دا مؤلفة من نسبة ه ح الى ره ومن نسبة ب ر الى ح ا او بعكس النسبتين و
نسبة الترتيب بان يقول نسبة اب الى ب د مثلا مؤلفة من نسبة اه الى ه ح ومن نسبة ح ر الى ر د وكذلك
نسبة ب ا الى ا د مؤلفة من نسبة ب ه الى ه ر ومن نسبة ر ح الى ح د وعليك ان يتامل في كل واحد منها ما قلنا
الفصل الرابع في ضبط حدود ضروب الدعوي الثانية قد مر ان المشاركة في الدعوي الثانية يكون من جنس
المشاركة الثانية اعني يكون المقدم والتالى في النسبة المؤلفة محيطين بزاوية مثلث اما وتر تلك الزاوية من المثلث
الذي يكون منه مقدم المؤلفة وتالية فيكون من الركن المعطل والنقط الثلث التى هي غير التي على ذلك الركن يحيط
بالمثلث المعطل على قياس ما مر وتلك النقطة يكون على ثلث زوايا هي اب ه ا ح ه ر ح او تارها جميعا من الركن
المعطل وهي ثلث مثلثات فالمثلث الاول هو مثلث المولفة والثاني هو مثلث النسبة الاولى والثالث هو مثلث
النسبة الثانية والزاوية الاول التى اليها انتهاء مقدم المؤلفة ومنها ابتداء تاليها هي الزاوية المشتركة والثانية
اعني التي اليها انتهاء مقدم النسبة الاولى ومنها ابتداء تاليها هي الزاوية الاولي وزاوية المقدم والثالثة اعنى التي
اليها انتهاء مقدم النسبة الثانية ومنها ابتداء تاليها هي الزاوية الثانية وزاوية التالي ومن الركن المعطل
يبتدي المقدمات الثلثة واليه ينتهى جميع التوالى جميعا وههنا يكون المشاركة بين مقدم النسبة الاولي

ومقدم المؤلفة وبين تالي النسبة الثانية وتاليهما من المشاركة الاولى الاولى هذا جميعاً اذا كانت النسبة على الترتيب واما اذا اصارت وكانت النسبة الاولي بين مقدم النسبة التي كانت في الاول وتالي التي كانت ثانيه كانت المشاركة بينهما من المشاركة الثالثة وفي النسبة الاخرى من المشاركة الاولي ونعيد الشكل ونقول ليكن نسبة اب الى به مؤلفة من نسبة اء الى ءج ومن نسبة جر الى ره فيكون اج الركن المعطل وبار المثلث المعطل واما



الفصل الخامس في ضبط حدود ساير ما قدمنا في خطوط الشكل ونحن لا نعيده لئلا يطول الكلام ضروب الدعوي الثالثة المشاركة في هذه الدعوي من جنس المشاركة الثالثة اعني يكون المقدم والتالي في النسبة المؤلفة محصورين بين ركنين من اركان الشكل وكل واحد من ذينك الركنين يصلح لان يجعل ركناً معطلاً ويكون المثلث المعطل بحسبه ما يحيط به النقط الثلث الباقية من المثلث المعطل يكون المشتركة منها هي التي يكون منها مبداء تالي النسبة الاولي ومقدم النسبة الثانية وزاوية المقدم التي يكون منها مبداء مقدمي المؤلفة والنسبة الاولي وزاوية التالي الذي يكون منها مبداء تالي المؤلفة والنسبة الثانية ويكون انتهاء جميع الخطوط الستة الى الركن المعطل فيكون المشاركة بين مقدم المؤلفة ومقدم الاولى وبين تالي المولفة وتالي الثانية من جنس المشاركة الثانية هذا اذا كانت الدعوي مرتبة الى اذا انعكس النسبتان فصارت المشاركة بين مقدمي المولفة الاولى وتالي المؤلفة الثانية من جنس الاولي وبين مقدم المؤلفة الثانية وتالي المؤلفة الاولي من جنس المشاركة الثانية واذا صارت الدعوي مشوشة صارت المشاركة بين حدي النسبة الاولي من المشاركة الاولى وبين حدي النسبة الثانية من المشاركة الثانية فلنعد الشكل وليكن النسبة بين با ار المحصورين بين ركني اج به فان جعلنا ركني اج معطلة كان مثلث بار معلا وكانت زاوية ب زاوية المقدم وزاوية ر زاوية التالي وزاوية ا المشتركة ويكون نسبة ب الى رج مؤلفة من نسبة به الى



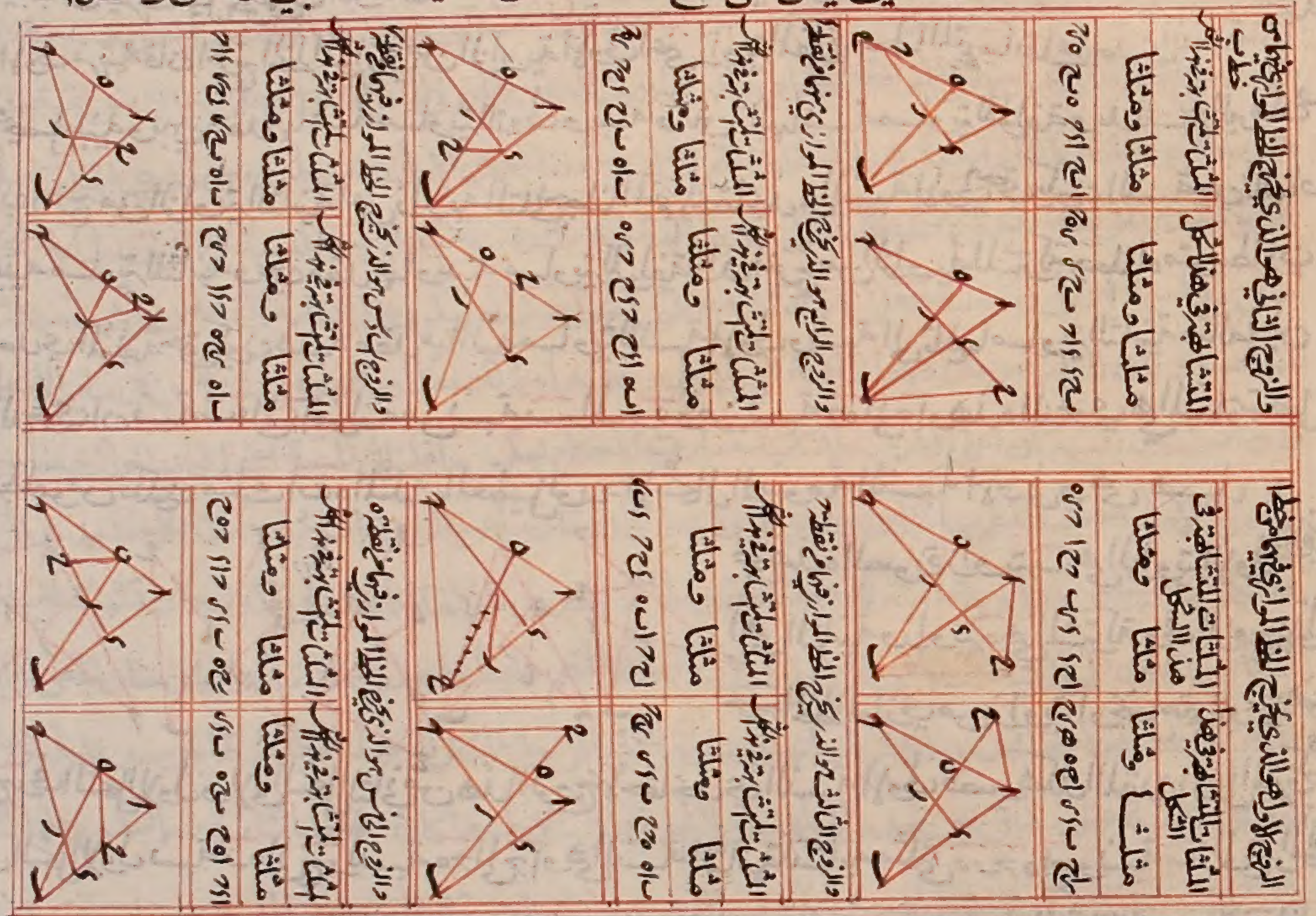
المحصورين بين با اج ومن نسبة ءا ره المحصورين بين ركني ج اج اء وان جعلنا ركني به معطلة صار المثلث المعطل مثلث اءج وكانت زاوية ا زاوية المقدم وزاوية ج زاوية التالي وزاوية ء المشتركة ب ويكون نسبة اب الى جر المحصورين بين الركنين المذكورين مؤلفة من نسبة اه المحصورين بين اب به ومن نسبة ءب جء المحصورين بين به وءج وقس الانعكاس والتشويش عليه وقد ظهر انا احد الحاصرين من الاركان الاربعة في النسب الثلث هو الركن المعطل وانه مع كل ركن من الباقية يحصر حدي نسبتي منها وظهر ايضاً ان كل نسبة مؤلفة في هذه الدعوي يتالف تارة من نسبتين في اربعة حدود وتارة بين اخرى في اربعة اخرى وذلك لكون الركن المعطل احد ركنين لا بعينه ومن هذا المعني تبين ما قلناه من كون المشارك لكل خط بالمشاركة الثالثة خطا واحدا هو في قوة خطين وههنا تم الكلام في ضبط الدعاوي

الفصل السادس في ابتداء الكلام في براهين هذا الدعوي يحتاج في اقامة البرهان على هذه الدعاوي من اخراج خط من نقطة تقاطع معين على موازاة خط معلوم حتى يحدث اربع مثلثات كل اثنين منها متشابهان ولنسم ذلك الخط بالخط الموازي واذا اخرج خط من نقطة تقاطع خطين فذلك الخط لا يمكن ان يكون موازيا لاحدهما ولا منتهيا الى احدهما ولكون الاركان اربعة يكون الباقي بين المتقاطعين ركنين آخرين ويكون الخط الموازي موازيا لاحدهما ومنتهيا الى الآخر اما التقاطع الذي يخرج منه الخط الموازي في احدى زوايا المثلث

المعطل

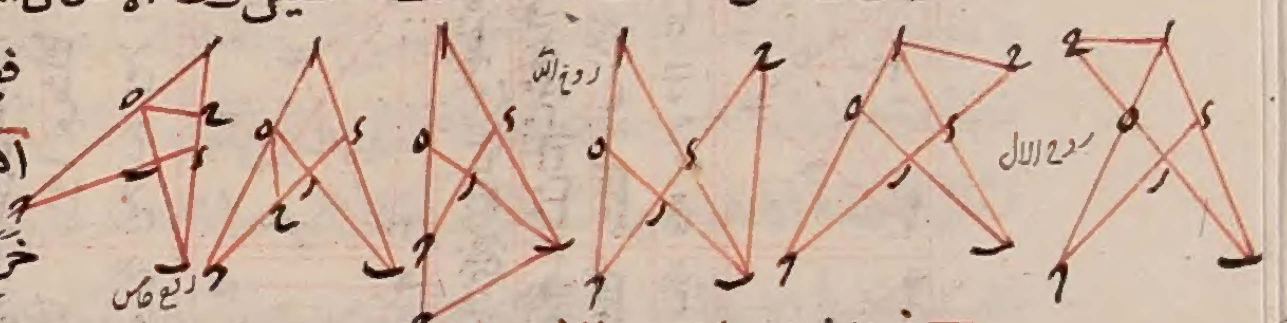
٧

المعطل ابداً فالخط الموازي الخارج عنه اما ان يكون موازيا للركن المعطل منتهيا الى الركن الباقي واما ان يكون بالعكس واذا كان كذلك امكن ان يقع الخط الموازي في كل دعوى على ستة اوجه بعدد ضعف زوايا المثلث المعطل وامكن ان يقام لكل وجه منها برهان على ذلك الدعوي ولما كانت النقط ستة ولم يمكن ان يخرج من كل نقطة خط موازٍ الا على احد وجهين فيكون الاشكال لجميع البراهين على اختلاف وجوه استعمالاتها منحصرة في اثني عشر صورة هي ستة ازواج كل زوج يشتمل على شكلين في كل شكل اربع مثلثات كل مثلثين متشابهين والصورة هذا



واعلم ان كل مثلث من المثلثات الاربع الواقعة في هذا الشكل يخص ستة من هذه الاشكال الاثني عشرة وان تلك الستة هي المستعمله في الدعاوى التي يكون مثلثها المعطل ذلك المثلث وهذا تفصيل ذلك المثلث المعطل اذا كان مثلث ابه كانت الستة المستعملة فيه الزوج الاول والثاني والخامس ونحن نسميها بالستة الاول المثلث المعطل اذا كان مثلث اجء كانت الستة المستعملة فيه الزوج الاول والثالث والرابع ونحن بالستة الثانية المثلث المعطل اذا كان مثلث بار كانت الستة المستعملة فيه الزوج الثاني والرابع والسادس ونحن نسميها بالستة الثالثة المثلث المعطل اذا كان مثلث جهر كانت الستة المستعملة فيه الزوج الثالث والخامس والسادس ونحن نسميها بالستة الرابعة فظاهر ان كل زوج يتكرر في مثلثين ومن هذا الشكل يتبين ذلك التكرار واذا انتهى الخط الموازي بعد ما خرج من زاوية المثلث المعطل الى ركن حدث عند متقاطع فلنسم ذلك التقاطع بالتقاطع الحادث ثم ان كان ذلك الركن هو المعطل سمينا الخط الموازي بمتمم النسبة وان لم يكن هو المعطل سمينا الخط الموازي الذي يقع بين التقاطع والركن المعطل بمتمم النسبة ونضيف هذا المتمم في كل برهان الى حدى نسبة ليحصل بينه وبين ذينك الحدين نسبتان ومنه اضافة اليهما يقع على ثلثة اوجه اولها ان يجعل المتمم مقدما عليهما ليحصل

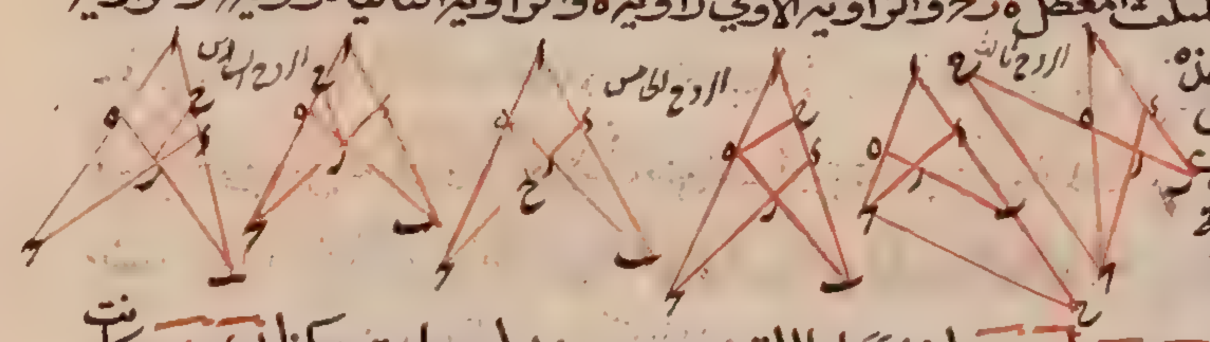
وبين المقدم من تلك النسبة نسبة وينضاف الى النسبة التي كانت بين المقدم والتالي فيصير نسبتان ويسمى المتمم بهذا الاعتبار
سابقا عليهما والثاني ان يجعل المتمم واسطة بين المقدم والتالي ليحصل بينه وبين المقدم نسبة وبينه وبين التالي اخرى فيحصل
نسبتان وتسميه بهذا الاعتبار متوسطا والثالث ان يجعل متاخرا عنهما حتى يضاف الى تلك النسبة النسبة التي يكون بين
التالي وبينه ويحصل نسبتان ونسميه بهذا الاعتبار لاحقا بهما وسيتضح الفايدة في جميع هذه الاعمال انشاء الله تع فهذا اما
يجب ان يعرف قبل الخوض في البرهان **الفصل السابع** في اقامة البراهين على ضروب الدعوى الاولى اذا كانت الدعوى
الاولى مرتبة فان اخرج الخط الموازي من الزاوية الاولى اعني زاوية المقدم جعلنا المتمم سابقا على احدى النسبة الثانية
فيحصل بينه وبين مقدمها نسبة مساوية للاولى وبينه وبين تاليها نسبة مساوية للمولفة وبذلك يتم البرهان
ان اخرج من الزاوية الثانية اعني زاوية التالي جعلنا المتمم لاحقا بحدي النسبة الاولى حتى يكون النسبة بين تاليها و
بينه مساوية للثانية وبين مقدمها وبينه مساوية للمولفة وان اخرج من الزاوية المشتركة جعلناه متوسطا بين
حدي المولفة حتى يكون نسبة مقدمها اليه مساوية للنسبة الاولى ونسبة الى تاليها مساوية للثانية مثاله ليكن
الدعوى ان نسبة ب ز الى ز ا مولفة من نسبة ب ر الى ر ه ومن نسبة ه ح الى ح ا وهذه الدعوى هي المسماة بتفصيل
بطليموس فلكون مثلث ا ب ه المثلث المعطيل نورد الاشكال المرسومة النسبة الاولى وهي هذه



ففي هذه الصورة زاوية ب هي الزاوية الاولى وزاوية
ا هي الثانية وزاوية ه هي المشتركة وفي الزوج الاول
خرج الخط الموازي من زاوية ا و نجعل متمم النسبة هو
ح ر في الشكل الاول و لا في الشكل الثاني من هذا الزوج لاحقا بحدي النسبة الاولى فتصير هكذا المقدم التالي المتمم ويكون
في الشكل الاول نسبة ر ه الى ح ر كنسبة ه ح الى ح ا وهي النسبة الثانية لتشابه مثلثي ه ر ح ه ا ح ونسبة ب ر الى ح ر المولفة
من نسبتي ب ر الى ر ه و ر ه الى ح ر كنسبة ب ز الى ز ا المولفة لتشابه مثلثي ب ز ا ب ر ح او في الشكل الثاني نسبة ر ه الى ح
كنسبة ه ح الى ح ا النسبة الثانية ونسبة ب ر الى ا ح كنسبة ب ز الى ز ا المولفة فيكون المولفة في الحالتين مولفة من النسبة
الاولى ومن النسبة مساوية للنسبة الثانية و ذلك ما اردناه وايضا في الزوج الثاني خرج الخط الموازي من الزاوية
وهي زاوية ب والمتمم في الشكل الاول هو ب ح وفي الشكل الثاني هو ح واذا جعلناهما سابقين على حدي النسبة الثانية
صارت هكذا المتمم المقدم التالي ويكون نسبة المتمم الى المقدم كنسبة ب ر الى ر ه التي هي النسبة الاولى اما في الشكل الاول
فلتشابه مثلثي ب ح ر ه ر ه واما في الشكل الثاني فلتشابه مثلثي ه ب ح ه ر ح ويكون نسبة المتمم الى التالي كالنسبة المولفة
اما في الشكل الاول فلتشابه مثلثي ح ب ا ح ز ا واما في الشكل الثاني فلتشابه مثلثي ا ب ح ا ز ح فاذن المولفة مولفة من
نسبة مساوية للاولى ومن الثانية وذلك ما اردناه وايضا في الزوج الخامس خرج الموازي من زاوية ه المشتركة
والمتمم خط ه ح في الشكل الاول وخط ح ا في الشكل الثاني واذا جعلناهما متوسطين بين المولفة صارت هكذا المقدم
المتمم التالي ويكون نسبة المقدم الى المتمم كالنسبة الاولى اما في الشكل الاول فلتشابه مثلثي ب ا ر ه ح واما في الشكل
الثاني فلتشابه مثلثي ب ا ر ب ح ه ونسبة المتمم الى التالي كالنسبة الثانية اما في الشكل الاول فلتشابه مثلثي ح
ه ح ا واما في الشكل الثاني فلتشابه مثلثي ا ح ا ح ه فاذن النسبة المولفة من نسبتين مساويتين للاولى والثانية
وذلك ما اردناه وهذه ستة براهين قامت على هذه الدعوى فان صارت الدعوى الاولى مشوشة هكذا
نسبة

نسبة ب ز الى ز ا مولفة من نسبة ب ر الى ا ح ومن نسبة ح ه الى ر ه وكان الخط الموازي خارجا من الزاوية الاولى نجعل المتمم سابقا
على حدى النسبة الاولى حتى يصير نسبة الى مقدمها كالنسبة الثانية والى التالي كالمولفة ويكون المولفة مولفة من نسبة
مساوية للثاني ومن النسبة الاولى وان كان الخط الموازي خارجا من الزاوية الثانية جعلنا المتمم لاحقا بحدي النسبة الاولى
ايضا حتى يكون نسبة التالي اليه كالنسبة الثانية ونسبة المقدم اليه كالمولفة وان كان خارجا من الزاوية المشتركة جعلنا
حدي النسبة الاولى متوسطين بين حدي المولفة على الولاء حتى يحصل ثلثة نسب وجعلنا المتمم متوسطا بين حدي
الثانية حتى يحصل نسبتان ويكون الاولى منهما مساوية للاخيرة من الثلث التي بين حدى المولفة و الاخيرة مساوية للاولى
منها ويبقى النسبة الاولي بينهما في المولفة بحالها وتم البرهان مثاله كان المتمم في الشكل الثاني من الزوج الخامس ر ح فجعلناه
متوسطا بين حدي الثانية صار هكذا المقدم المتمم التالي وجعلنا حدي الاولى متوسطين بين حدي المولفة صارت
هكذا مقدم المولفة مقدم الاولي تالي الاولي تالي المولفة وكانت نسبة ب ا الى ب ر كنسبة ر ح الى ر ه لتشابه مثلثي ب ا
ب ح ه ونسبة ا ح الى ا ا كنسبة ح ه الى ر ح لتشابه مثلثي ا ح ه ا ا ح فاذن يكون المولفة مولفة من ثلث نسب اثنان
منهما مساويان للثانية وحدها والثالثة هي الاولي وحدها وذلك ما اردناه وعلى ذلك فقس في ساير الاشكال
وان انعكست النسبتان اعني الاولي والثانية صارت الاحكام بعكس ما قلنا في المرتبة اعني ان كان الموازي خارجا عن
الزاوية الاولى جعلنا المتمم سابقا على حدي الاولى وان كان خارجا عن الزاوية الثانية جعلناه لاحقا بحدى الثانية
وان كان خارجا عن الزاوية المشتركة جعلناه متوسطا بين حدى المولفة كما كان في الاول وان تشوشتا مع الا
نعكاس ان كان الموازي خارجا عن الزاوية الاولى جعلنا المتمم سابقا على حدى الثانية وان كان خارجا عن الزاوية
الثانية جعلناه لاحقا بحدي الثانية وان كان خارجا من الزاوية المشتركة جعلناه متوسطا بين حد الاولى وجعلنا
حدى الثانية متوسطين بين حدى المولفة وعلى الجملة يتعلق بالاولى ما كان متعلقا بالثانية و بالعكس وعليك ايراد
الامثلة **الفصل الثامن** في اقامة البراهين على ضروب الدعوى الثانية مرتبة فان كان الخط الموازي خارجا من الزاوية
الاولى جعلنا المتمم لاحقا بحدى النسبة الاولى وان كان خارجا من الزاوية الثانية جعلناه سابقا على حدى النسبة
الثانية وان كان خارجا من الزاوية المشتركة جعلناه متوسطا بين حدى المولفة ليتم البرهان على قياس ما تقدم
وان كانت الدعوى مشوشة وكان الموازي خارجا من الزاوية الاولي جعلنا المتمم لاحقا بحدى النسبة الاولي
وان كان خارجا من الزاوية الثانية جعلناه سابقا على حدى الاولى ايضا وان كان خارجا من الزاوية المشتركة جعلنا
المتمم متوسطا بين حدى الثمانية وجعلنا حدى الاولي متوسطين بين حدى المولفة ويكون الاولى والثانية من
هذه الثلث مساويتين والاول من تينك الاثنين اعني على الاضطراب وحكم الانعكاس على الترتيب والتشويش يكون
متشابها لما تقدم ولا نطول الكلام بايراد الامثلة **الفصل التاسع** في اقامة البراهين على ضروب الدعوى الثالثة مرتبة
فان كان الموازي خارجا من الزاوية الاولي جعلنا حدى النسبة الثانية متوسطين بين حدى المولفة صارت
هكذا والمتمم متوسطا بين حدى النسبة الاولى ويكون الاولى والاخيرة من هذين متساويين للاخيرة والاولى من
تلك الثلث على الاضطراب وان كان الموازي خارجا من الزاوية الثانية كان بالعكس اعني نجعل حدى النسبة الاولي
متوسطين بين حدي المولفة والمتمم متوسطا بين حدى النسبة الثانية ويكون المساواة بين هاتين النسبتين
وثنتين من تلك الثلث ايضا على الاضطراب وان كان الموازي خارجا من الزاوية المشتركة امكن كلا الوجهين ان اردنا

جعلنا احدي النسبة الاولى بين حدى المؤلفة والمتمم بين النسبة الثانية وان اردنا جعلنا احدي النسبة الثانية بين حدي المؤلفة والمتمم بين حدى الاولى ولكن يكون الاولى والاخيرة من الثلث النسب مساويتين للاولى والاخير من النسبتين في كلا الوجهين على الانتظام ولنورد ها هنا مثالا ولتكن الدعوي ان نسبة ب ه الى ا د مؤلفة من نسبتي اه الى ا ر ونسبتي ب د الى ا ح انحان جعلنا الركن المعطل اب كان المثلث المعطل ه ر ح والزاوية الاولى زاوية ه والزاوية الثانية زاوية ح والزاوية المشتركة زاوية ب ولنورد الاشكال الاربعة وهي هذه

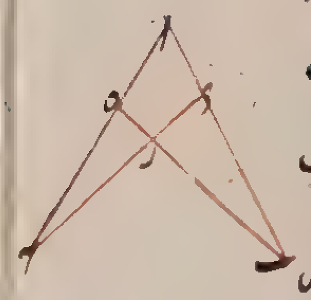


اما في الزوج الخامس الذي خرج فيه الموازي من زاوية ه اعنى الاولى فاذا جعلنا احدي الثانية متوسطين بين المؤلفة صارت هكذا ب ه ب ر اح ا د واذا جعلنا المتمم بين حدى الاولى صارت هكذا اه اح ا ر وكانت نسبة ب ه الى ب د كنسبة ه ح الى ا ر في الشكل الاول وكنسبة ر ح الى ا ر في الشكل الثاني ونسبة اح الى ا د كنسبة اه الى ه ح في الاول وكنسبة اه الى ه ح في الاول وكنسبة اه الى ر ح في الثاني واما في الزوج الثالث الذي خرج فيه الموازي من زاوية ح اعني الثانية فاذا جعلنا حدى الاولى متوسطين بين المؤلفة صارت هكذا ب ه اه ب د ا د واذا جعلنا المتمم متوسطا بين حدى الثانية صارت هكذا ب ر ب ح اح فكانت نسبة ب ه الى ب ح في الشكل الاول او نسبة ب ر الى ر ح في الشكل الثاني كنسبة ا ر الى ا د ونسبة ب ح الى اح في الاول او نسبة ر ح الى اح في الثاني كنسبة ب ه الى اه واما في الزوج السادس الذي خرج فيه الموازي من الزاوية المشتركة فان جعلنا حدى الاولى بين المؤلفة صارت هكذا ب ه اه ا ر ا د وجعلنا المتمم بين حدى الثانية صارت هكذا ب ر اح ا د وكانت نسبة ب ر الى اح في الشكل الاول والى ر ح في الشكل الثاني كنسبة ب ه الى اه ونسبة اح في الاول و ر ح في الثاني كليهما الى ا د كنسبة ا ر الى ا د وان جعلنا حدي الثانية بين المؤلفة صارت هكذا ب ه ب ر ا ر ا د والمتمم بين حدي الاولى هكذا اه اح ا ر وكانت نسبة ب ه الى ب ر كنسبة اه الى اح في الشكل الاول والى ر ح في الشكل الثاني ونسبة ا ر الى ا د كنسبة اح في الشكل الاول و ر ح في الثاني كليهما الى ا ر وظهر ان التساوى بين النسب في الزاويتين الاولى والثانية كانت على الاضطراب وفي المشتركة بالوجهين على الانتظام وقس على ذلك ان كان الركن المعطل ا د فان انعكست النسبتان وجب ان يجعل حد الاولى متوسطين المؤلفة والمتمم بين حدى الثانية عند خروج الموازى من الزاوية الاولى وحد الثانية بين المؤلفة والمتمم بين حدى الاولى عند خروجه من الزاوية الثانية والباقي كما كان حالة الاستواء وان صارت الدعوي مشوشة فان خرج الموازي عن الاولى والثانية جعلنا المتمم بين حدي المؤلفة حتى يحصل نسبتان مساويتان للاولى والثانية في الزاوية الاولى على الاضطراب وفي الثانية على الانتظام وان خرج الموازي عن المشتركة كان الحال كما مر في المرتبة الا ان كانت مع التشويش منعكسة انعكس الاضطراب والانتظام في الزاويتين المذكورتين ولا نطول الكلام بايراد الامثلة وههنا قد تم الكلام في اقامة البراهين على جميع الدعاوى المذكورة

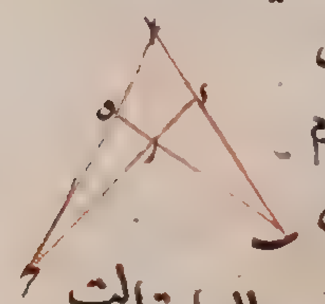
الفصل العاشر في حصر دعاوى هذا الشكل ونسبها والبراهين عليها وفي علة اقتصار بطليموس على بيان ضربين من الدعوى الاولى فقط وضع بعض اهل هذا العلم لكل ضرب من دعوي بينة بالبرهان جدولا يثبت فيه النسب الثمانية عشر المتلازمة التي يكون ذلك الضرب احدها وليس في ذلك الا اطناب لا فائدة وكذلك لم نشتغل بها اما في حصر الضروب فنقول لما كانت الخطوط اثني عشر وكان لكل واحد منها الى كل واحد من خمسة خطوط نسبة مؤلفة من نسبتين وكان واحد من تلك الخمسة في قوة خطين لاشتمال تاليفه على نوعين متباينين

كانت

كانت النسبة المؤلفة وحدها بالفعل ستين وبالقوة اثنين وسبعين والمؤلفة منها مائة واربعة واربعون والجميع مائتان واربعة واما الاثنان والسبعون التي هي عدد المجموع اعني عدد كل مؤلفة مع بسيطها فتضاعف مرتين بالترتيب والتشويش وعكسيهما ويصير مائتين وثمانية وثمانين وكل واحد منها مشتملة على ثلث نسب وعلى كل واحد منها مشتملة على ثلث نسب وعلى كل واحد منها ست براهين ويكون عدد البراهين الفا وسبعمائة وعشرين ثم ان اردنا هذه الدعاوي والبراهين في الاشكال الاثني عشرة التي اعتبرها اهل هذا العلم صارت الدعاوى ٣٤٥٦ والبراهين ٢٠٧٣٦ وان اردناها في الاشكال الثمانية والاربعين التي ذكرناها بحسب اعتبارات الجهات صار الدعوى ١٣٨٢٤ وعدد البراهين ٨٢٩٤٤ واذا جعل لكل نسبة لوازم من خمس وثلثون نسبة كما بينا في النسب المؤلفة صارت الدعاوى ٤٩٧٦٦٤ كل واحدة مشتملة على ثلث نسبة وهذه النسب وان كانت متكررة مرات لكن اعتبارها من حيث كونها ملزومة لاخرى غير اعتبارها من حيث كونها لازمة فانظر في هذا الشكل الصغير



كيف استلزم جميع هذه النسب ذلك تقدير العزيز العليم وقد اقتصر بطليموس من جميع هذه النسب على بيان ضربين من الدعوى الاولى احدهما يعرف بتركيب بطليموس والآخر يعرف بتفصيله والسبب فيه ان الواقف عليهما مع وقوفه على لوازم النسب المؤلفة يعرف ثبوت باقي الضروب ولنعد لبيان الشكل ونقول دعوى تركيبه هي ان نسبة ب ا الى ا د مؤلفة من نسبتي ب ه الى ه ر و ر ح الى ح د وفي هذه الصورة خط ا د يكون الركن المعطل ومثلث ب ا ر هو المثلث المعطل ويبقى النسبة بين الخطوط الستة الباقية وباعتبار لوازم المؤلفة يصير ثمانية عشر ضربا مما يقع فيها النسب بين هذه الخطوط معلومة واذا جعلنا الركن



المعطل خط اب والمثلث المعطل مثلث ه ر ح كانت الصورة مثل الاولى بعينها الى ان نقط اليمين واليسار تبادلت ويصير بعين البيان الاول على ثمانية عشر نسبة اخر معلومة وايضا دعوي تفصيله هي ان نسبة ب د الى د ا مؤلفة من نسبتي ب ر الى ر ه و ه ح الى ح ا وفي هذه الدعوى يكون خط د ا الركن المعطل ومثلث اه ب المثلث المعطل ويصير ببيانه الذى ذكر ثمانية عشر نسبة اخرى معلومة وان جعلنا خط ب ه الركن المعطل ومثلث ا د ح المثلث المعطل كانت الصورة مثل الاولى الا ان النقطة التي في الجانبين تبادلت ويصير بعين البيان الاول ثمانية عشر نسبة آخر معلومة ويكون جميع النسب المعلومة اثنين وسبعين ويصير باعتبار العكس والخلاف اربعة اضعافه ولما كانت الاركان اربعة وكذلك المثلثات وقد تبينت النسب فيها على تقدير تعطيل كل ركن ومثلث وكان ما ذكره مع العلم باحوال النسب المؤلفة كافيا في هذا الباب فلاشتمال هاتين النسبتين على جميع النسب بالقوة اقتصر بطليموس على بيانهما لا لعدم احتياجه الى غيرهما من النسب فانه استعمل في النوع الحادي عشر من المقالة الثانية من كتاب المجسطي كون نسبة ر ه الى ر ب مؤلفة من نسبتي ر ح الى ح د و د ب الى ا ب وفي النوع السادس من المقالة الثامنة كون نسبة ر ه الى ه ب مؤلفة من نسبة اه الى ه ح ونسبة ح د الى د ر من غير تقديم بيانهما فهذا ما عندي في هذا الموضع

الفصل الحادي عشر في نسب البسيطة الواقعة في الشكل بهذا النسب البسيطة يقع في هذا الشكل بشرط تساوي حدين من جزءين في النسبة المؤلفة كما قدمنا بيانه في المقالة الاولى ونعيد القطاع لحصرها ونقول قد تبين مما مر ان كل واحد من الخطوط الاثني عشرة الواقعة في الشكل يشارك خمسة من الخطوط في النسبة ويكون احد تلك

الخطوط في القوة كخطين فيكون المشاركة له مع ستة والاثني عشر في الستة اثنان وسبعون والنسب البسيطة

تقع عند تساوي حدين منها لكن الحد لا يمكن ان يساوي جزءه والجزء لا يمكن ان يساوى كله والاركان اربعة ولكل واحد جزءان فتسقط للامتناعين المذكورين ستة عشر من جملة ذلك ويبقى ستة وخمسون ولكون حكم المساوات في الجانبين واحدا اعني كون خط مساويا لآخر هو كون ذلك الآخر مساويا له لذا يكون اعتبار المساوات بين ثمانية وعشرين لثمانية وعشرين كافيا فاذن في ثمانية عشرين صورة تتناسب اربعة خطوط وقد وضعناها في جدول هو هذا

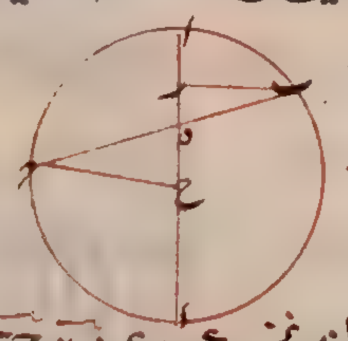
الاعداد	الخطوط المتساوية		الخطوط المتناسبة			
١	اب	اه	بد	دا	اه	حج
٢	اب	به	اد	دج	زه	زج
٣	اب	اج	اد	زه	دج	به
٤	اب	زج	دب	هج	دز	اه
٥	اد	دب	اج	جه	اب	هز
٦	اد	اج	دب	بز	هج	هز
٧	اد	دج	اب	به	زج	هز
٨	اد	هز	اب	زج	هب	اج
٩	اد	ها	دب	هج	بز	اج
١٠	دب	دز	با	اه	زج	هج
١١	دب	بز	دا	اج	هز	جه
١٢	دب	هج	با	اج	اه	دز
١٣	دب	هج	دا	هز	اج	بز
١٤	اج	دج	اه	هب	دز	بز
١٥	اج	بز	اه	دز	به	دج
١٦	اج	بز	هج	دب	زه	دا
١٧	اه	هج	اب	بد	زج	دز
١٨	اه	به	اح	دج	بز	دب
١٩	اه	دز	اح	بز	ده	به
٢٠	اه	دز	هج	دب	زج	اب
٢١	هج	هز	جا	دا	بز	دب
٢٢	هج	زج	ها	اب	دز	بد
٢٣	به	دج	بز	اج	دز	اه
٢٤	به	دج	هز	دا	زج	با
٢٥	بز	زه	بد	دا	جه	جا
٢٦	بز	دز	به	ها	جد	جا
٢٧	زه	زج	بز	با	دج	دا
٢٨	زد	زج	بز	با	جه	اج

ثم اذا اعتبر عكس هذه النسب وتركيبها وتفصيلها وابدالها وقلبها وغير ذلك من لوازمها صارت النسب كثيرة ولنختم الكلام في القطاع السطحي ههنا وبالله التوفيق

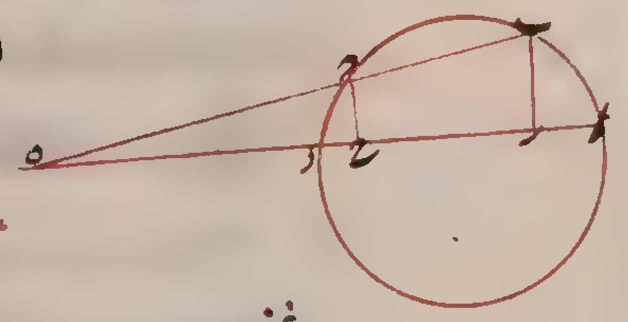
المقالة الثالثة في مقدمات الشكل الموسوم بالقطاع الكري وفيما لا يتم فوايد الشكل الا به ثلثة فصول

الفصل الاول في مقدمات الشكل الموسوم بالقطاع الكري

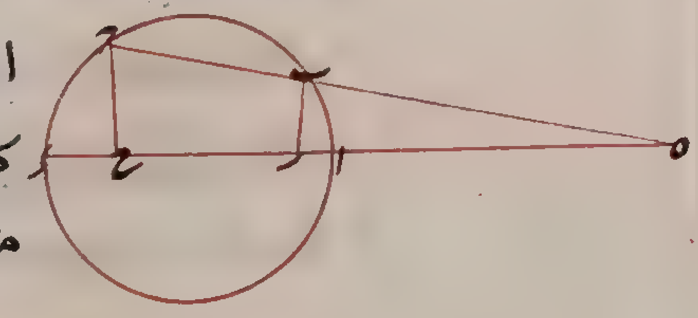
اذا اتصلت قوسان مختلفان من دائرة واحدة على نقطة و كانت كل واحدة منها اصغر من نصف الدائرة فان القطر المار بنقطة الاتصال يقسم وتر مجموع القوسين الى قسمين يكون نسبة احدهما الى الآخر كنسبة جيب القوس التي يليه الى جيب القوس التي تلي الآخر فليكن قوسا اب اج المختلفين



من دائرة ابج متصلين على نقطة ا و بج وتر مجموعهما و اد القطر المار بنقطة ا وقد قسم وتر بج على ه بقسمي به هج اقول فنسبة به الى هج كنسبة جيب قوس اب الى جيب قوس اج برهانه نخرج عمودي بز جح على قطر اد ولا شك انهما جيبا القوسين فيكون مثلثا بزه جحه الحادثان متشابهين لتساوي زاويتي ه المتقابلتين وكون زاويتي زح قايمتين فاذن نسبة بز الى جح كنسبة به الى هج وذلك ما اردناه واذا انطبقت احدى قوسين مختلفين كل واحدة منهما اصغر من نصف الدايرة على الاخرى في دايرة بحيث يتشاركان في حد واحد واخرج لفصل الاطول منهما على الاقصر وتر يلاقي القطر المار بالحد المشترك بعد اخراجهما كانت نسبة ما يقع بين طرفي كل قوس وبين القطر من الوتر احدهما الى الآخر كنسبة جيبي القوسين النظير للنظير فليكن قوسا اب اج المختلفين المتشاركين في



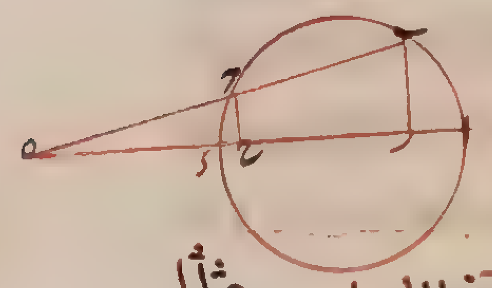
حد ا المنطبق احديهما على الاخرى في دايرة ابج والفصل بينهما بج ولنخرج وتر بج وقطر اد الى ان يتلاقيا على ه اقول فنسبة به الى جه كنسبة جيب قوس اب الى جيب قوس اج برهانه نخرج عمودي بز جح على قطر اد فيكونان جيبي قوسي اب اج ويكون مثلثا جحه بزه متشابهين لاشتراك زاوية ه وتساوي قايمتي زح فاذن نسبة به الى جه كنسبة بز الى جح الجيبين وذلك ما اردناه وهكذا ان كانت الملاقات بين الوتر في جهة ا على هذه الصورة اما اذا كان وتر الفصل موازيا للقطر

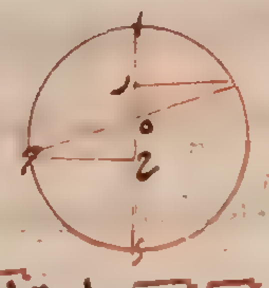


كان جيبي القوسين اعني عمودي بز جح متساويين لتوازيهما ووقوعهما بين خطين متوازيين وكون الاضلاع المتقابلة من السطوح المتوازية الاضلاع متساويين ولا تساوي يكون

يكون كل واحدة من القوسين مساويه لتمام الاخرى من نصف الدور فيكونان في حكم المتساويين ونظيره هذه الصورة ومن الشكل ان يكون مجموع القوسين المتصلين نصف الدور فان وتر المجموع حينئذ يكون ايضا قطرا ويقاطع القطر الاول عند المركز ويكون كل قوس تمام

الاخرى من نصف الدور وانما اشترطنا في الدعوي اختلاف القوسين المتصلين لانهما اذا تساويا في الشكل الاول انطبق جيباهما على الوتر وفي الشكل الثاني انطبق الجيب على الجيب ولم يكن الدعوي محصلا ولا محتاجا الى البيان ويمكن ان يقرر الشكلان بدعوي وبرهان واحد بان يقال قوسا اب اج المختلفان



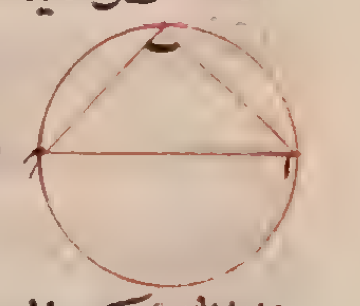


من دايرة ابج اشتركا في احد حديهما وهو ا واختلف حداهما الآخران وهما بج وقد التقيا وتر بج قطر اد على نقطة ه فاقول نسبة به الى هج كنسبة جيب قوس اب الى جيب قوس اج برهانه نخرج عمودي بز جح على وتر اد فهما الجيبان ويحدث مثلثا بزه هجح متشابهين لتساوي زاوية ه فيهما وكون زاويتي زح قايمتين فاذن نسبة به الى هج كنسبة بز الى جح وذلك ما اردناه فظاهر ان التفاوت بينهما هو التفاوت الراجع الى التفصيل والتركيب واعلم ان تقييد الدعوي بكون كل واحدة من القوسين اصغر من نصف دايرة ليس بواجب وان الدعوي مطلقة صحيحة اذا كان للقوسين جيب اما اذا لم يكن لهما او لاحدهما جيب بان يكون نصف دور او دورا فلا يمكن ان يكون هناك دعوي من هذا الوجه وانما قيد بها لشيئين احدهما عدم الاحتياج الى غير تلك الصورة فان القسي الواقع في القطاع يكون ابدا اصغر من نصف الدور وان في بيان ساير الصور يقع اختلاف وذلك ان هذين القوسين اما ان يكون اصغر من نصف الدور او يكون نصف الدور او يكون اعظم من النصف او يكون احدهما اعظم و الاخرى نصف او يكون احدهما اصغر والاخرى نصف الدور او يكون احدهما اصغر والاخرى اعظم وهذه ستة اقسام اما الاول فقدم بيانه واما الثاني فلا يمكن وقوع هذه الدعوي فيه واما الثالث فراجع الى القسم الاول لانا اذا فرضنا في الصور المذكورة القوس الاولي قوس اج والقوس الاخيرة قوس اب كان الشكل والبيان ما تقدم واما الرابع فحكمه حكم الثاني وكذلك السادس واما الخامس فيصير فيه شكلا التفصيل والتركيب متبادلتين فانكان في التفصيل اذا كان احد القوسين اب والاخرى اد ووقع حد اب وج لا محالة في احد جانبي القطر ولا يمكن القطر ان يلاقي الوتر القطر الا خارج الدايرة وصار الشكل كشكل التركيب واما في التركيب اذا كان احدهما اب والاخرى اد ووقع الحدان في جانبي القطر ولاقي الوتر القطر في الداخل وصار الشكل كشكل التفصيل وهذا تمام الكلام فيه

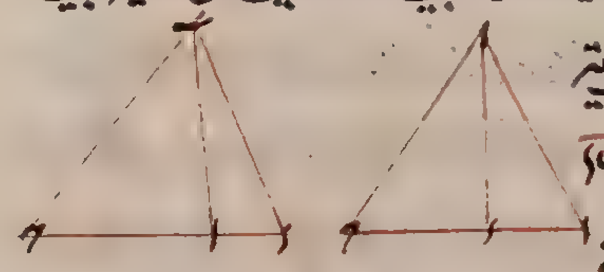
الفصل الثاني في معرفة اضلاع المثلثات وزوايا بعضها من بعض

كل ضلع من مثلث مستقيم الاضلاع يحيط به دايرة يكون وتر القوس يقع زاوية من زوايا المثلث على تلك القوس و لذلك يعبرون عن ذلك الضلع بانها وتر تلك الزاوية والمراد وتر تلك الزاوية ولكون الزوايا في التناسب كا القسي التي يقع عليها تلك الزوايا اقاموا القسي في المقادير مقام الزوايا فيقولون لكل قوس مقدرة انها مقدار الزاوية التي يقع عليها ومحيط الدايرة كله يكون مقدار ثلث زوايا من كل مثلث يحيط به تلك الدايرة والجمهور من المنجمين قسموا كل محيط بثلثمائة وستين جزءا والقطر بمائة وعشرين جزءا ما خلا ابا الريحان البيروني فانه في هذه الصناعة فانه قسم القطر بجزئين هما مائة وعشرين دقيقة موافقة بالعدد لقسمة غيره وجعلوا تلك الاجزاء

معيار النقد برهي ويبنوا بذلك طرق معرفة القسي والاوتار والجيوب بعضها من بعض بحسب اصول الهندسة كما ذكر في صدر
المجسطي وغيره من الكتب وبعد تقديم هذه المقدمات نقول كثيرا ما يقع في الاعمال النجومية وفي الاشكال التي نقصد بيانها
الاحتياج الى تعريف مقادير اضلاع المثلثات المستقيمة الخطوط وزوايا بعضها من بعض ولابد في ذلك من كون البعض
معلوما حتى يمكن تعرف بعض الآخر منه ولذلك قوانين مبنية اما على اوتار القسي او على جيوبها ولنبدا بما يكون مبنيا
على الاوتار وبالمثلث القايم الزاوية فنقول ان كان المعلوم منه ضلعا واحدا فقط لم يمكن ان يعرف منه غيره فاذن يجب
ان يكون المعلوم اما زاوية غير القايمة واما ضلعين واما ضلعا وزاوية غير القايمة وهذه مسايل الاول ان يكون المعلوم
زاوية غير القايمة ومنها تصير الباقية معلومة لانها يكون تمام للمعلومة من نصف الدور واما القايمة فمقدارها
نصف الدور ايضا ويصير من ذلك المثلث معلوم الصورة اي معلوم الزوايا ونسبة بعضها الى بعض ولا يصير مقادير
اضلاعها معلوم الثانية ان يكون المعلوم منه ضلعين ويعرف منها الضلع الثالث بان يوخذ جذر مجموع مربعيهما ان كان
الثالث وتر القايمة او جذر فضل مربع احدهما على الآخر ان لم يكن واذا عرفت الاضلاع عرفت الزوايا منه وليكن المثلث



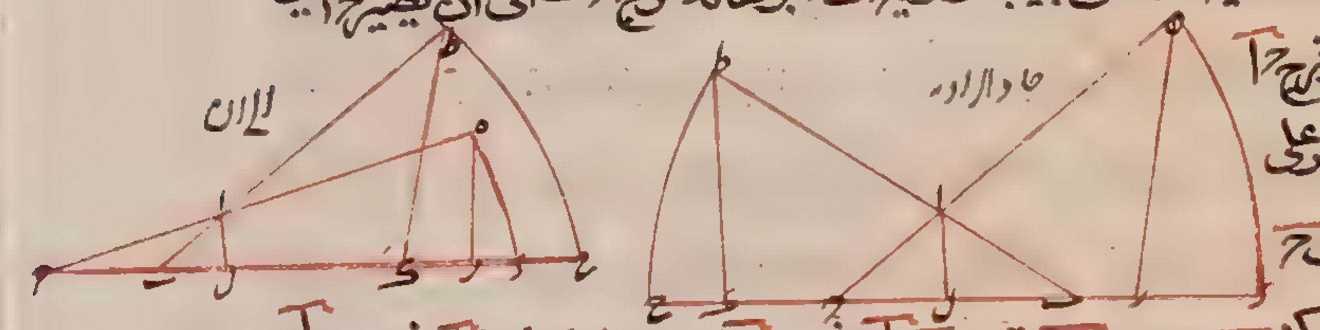
ابج ولنحيط به دايرة فنسبة اج وتر القايمة الى اب المقدار المعلوم كنسبة مائة وعشرين جميع القطر
الى اب بالمقدار الذي به القطر مائة وعشرون واذا عرفنا اب بذلك المقدار عرفنا قوس اب
وهي مقدار زاوية اجب ويكون ما بقي بعد نقصانها من نصف الدور مقدار زاوية ابج
الثالثة ان يكون المعلوم ضلعا وزاوية ومن الزاوية تصير الزاوية الباقية معلومة ويكون اوتار الزوايا اعني اضلاع
المثلث بالمقدار الذي يكون به وتر القايمة اعني القطر مائة وعشرين ويكون نسبة الضلع المعلوم الى الضلع الآخر كنسبة
وتر الزاوية التي يوترها الضلع المعلوم الى وتر الزاوية التي يوترها الضلع الآخر بالمقدار الذي يكون به وتر القايمة مائة
وعشرين فبذلك تصير الضلع الآخر معلوما وكذلك في الضلع الثالث واما في ساير المثلثات فان كان المعلوم ضلعا واحدا
او ضلعين او زاوية واحدة فقط لم يصر شيئا منها غير ذلك معلوما فاذن يجب ان يكون المعلوم اما زاويتين او
زاويتين وضلعا واحدا او زاوية وضلعين او ثلثة اضلاع وهذه اربع مسايل الاولى ان يكون المعلوم زاويتين و
يعرف منها الزاوية الباقية لانها يكون تمام مجموعهما من الدور ثم يصير الاوتار من الزوايا معلومة بالمقدار الذي
به القطر مائة وعشرون وحينئذ يصير المثلث معلوم ولا يعرف منه مقادير الاضلاع الثانية ان يكون المعلوم زاويتين
وضلعا ويصير الزاوية الباقية معلومة وتصير الاوتار الثلثة معلوم ويكون نسبة وتر الزاوية التي يوترها الضلع
المعلوم الى وتر زاوية اخرى بالمقدار الذي به القطر مائة وعشرون كنسبة الضلع المعلوم الى الضلع الذي يوتر
الزاوية الاخرى ويصير ذلك الضلع معلوما وبمثله يصير الضلع الباقي معلوما الثالث ان يكون المعلوم زاوية وضلعين
فان كانت الزاوية موترة باحدهما كانت نسبة الضلع الذي يوتر الزاوية المعلومة الى الضلع الآخر كنسبة وتر الزاوية
المعلومة الى وتر الزاوية الاخرى بالمقدار الذي به القطر مائة وعشرون فيصير وتر الزاوية الاخرى معلوما ثم قوسها ثم
الزاوية الباقية معلومة ومنها يصير الضلع الباقي معلوما وان كانت الزاوية متخللة بين الضلعين كزاوية ا بين



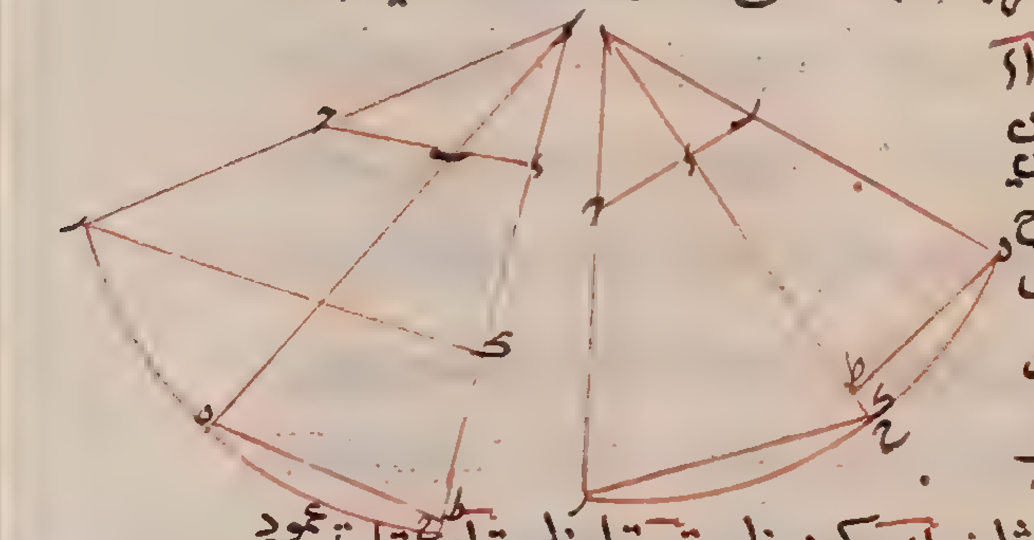
ضلعي اب اج اخرجنا من ب على اج عمود بد فيحدث مثلث ابد القايم الزاوية
وعرفنا فيه من زاوية ا وضلع اب ضلعي بد اد ويبقى دج معلوما ونعرف من بد
دج ضلع بج وزاوية ج كما مر الرابعة ان يكون المعلوم اضلاع المثلث الثلثة

ويكن

وليكن المثلث ابج فنخرج اولا عمودا على عادة الحساب بان ناخذ الفضل بين مربعي اب بج مثلا وبين
مربع اج ونقسم على ضعف بج فما خرج فهو ما بين زاوية ب وموقع العمود الخارج من ا على بج ونأخذ
جذر فضل مربع اب عليه فهو العمود ويحدث من العمود ومن ضلعي اب اج ومما يكون بين موقع العمود وبين زاويتي
بج مثلثان قايما الزاوية فتعرف زواياهما ونعرف منهما زوايا مثلث ابج فهذا بطريق القسي والاوتار واما
بطريق القسي والجيوب فلنقدم لها مقدمة وهي ان نقول نسبة كل ضلع من مثلث الى ضلع آخر منه كنسبة
جيب الزاوية التي يوترها الضلع الاول الى جيب الزاوية التي يوترها الضلع الثاني فليكن المثلث ابج نقول فنسبة
ضلع اب الى ضلع اج منه كنسبة جيب زاوية اجب الى جيب زاوية ابج برهانه نخرج جب الى ان يصير جا ستين



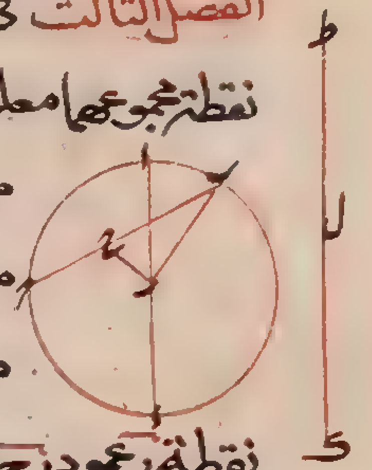
ونرسم على مركز ج وببعد جا قوس اه ونخرج جا
الى ان يلقاها على ه ونخرج من ه عمود هز على
جز فهو جيب زاوية اجب وايضا نخرج بج
الى ان يصير بح ستين ونرسم على مركز ب وببعد بح قوس حط ونخرج با الى ان يلقاها على ط ونخرج من ط
عمود طك على بح فهو جيب زاوية ابج ونخرج من ا على قاعدة بج عمود ال فلتشابه مثلثي ابل طبك يكون
نسبة اب الى ال كنسبة طب نصف القطر الى طك ولتشابه مثلثي الج هزج يكون نسبة ال الى اج كنسبة
هز الى هج نصف القطر بل الى طب فبالمساوات المضطربة نسبة اب الى اج كنسبة هز جيب زاوية اجب الى
طك جيب زاوية ابج وذلك ما اردناه وبوجه آخر نخرج عمود اد

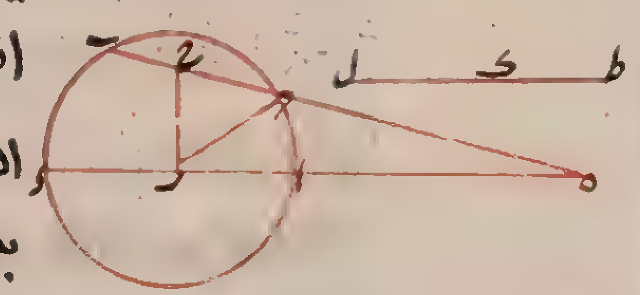


على ضلع بج ونخرج با جا الى ان تصير اط اه كل منهما ستين
اعني بقدر نصف القطر ونرسم قوس زح وزط ونخرج عمودا ا الى
ونخرج عمودي هك طل على خط اح ونقول لما كانت في مثلث
ابد زاوية د قايمة كانت زاوية ب تمام زاوية ا من قايمة
وعمود هك جيب زاوية اخط طا جيب زاوية ب وايضا في مثلث ادج يكون زاوية ج تمام زاوية ا من قايمة وعمود
هط جيب زاوية اخط طا جيب زاوية ب وايضا في مثلث ادج يكون زاوية ج تمام زاوية ا من قايمة وعمود كج جيب
زاوية اخط ك اجيب زاوية ج ولتشابه مثلثي ابد اهط يكون نسبة اب الى اد كنسبة اه نصف القطر الى اط
وايضا لتشابه مثلثي ادج اكز يكون نسبة اد الى اج كنسبة اك الى از نصف القطر بل اه فبالمساوات المضطربة نسبة
ضلع اب الى ضلع اج كنسبة ك الذي هو جيب زاوية ج الى اط الذي هو جيب زاوية ب وذلك ما اردناه وبعد
تقديم هذه المقدمة نقول لما كانت الزوايا المحيطية انصاف الزوايا المركزية اذا كانتا على قوس واحدة كان نصف
المحيطيه مقدار المركزية المساوية لها ولذلك يكون مقدار القايمة الكاينة على المركز ربع الدور ومقدار
جميع زوايا المثلث نصف الدور فالجيوب انصاف الاوتار فاذا استعملنا الجيوب في مقادير الزوايا بدل
الاوتار يكون الزوايا مركزيات فاذا كان مثلث قائم الزاوية واردنا معرفة اضلاعه بطريقة الجيوب كانت نسبة
وتر القايمة الى ضلع آخر كنسبة نصف القطر الى جيب الزاوية التي يوترها ذلك الضلع الآخر ومن الجيب تصير الزاوية
معلومة وان كان المعلوم منه ضلع وزاوية عرفنا الزوايا وكانت نسبة جيب الزاوية التي يوترها الضلع المعلوم الى جيب

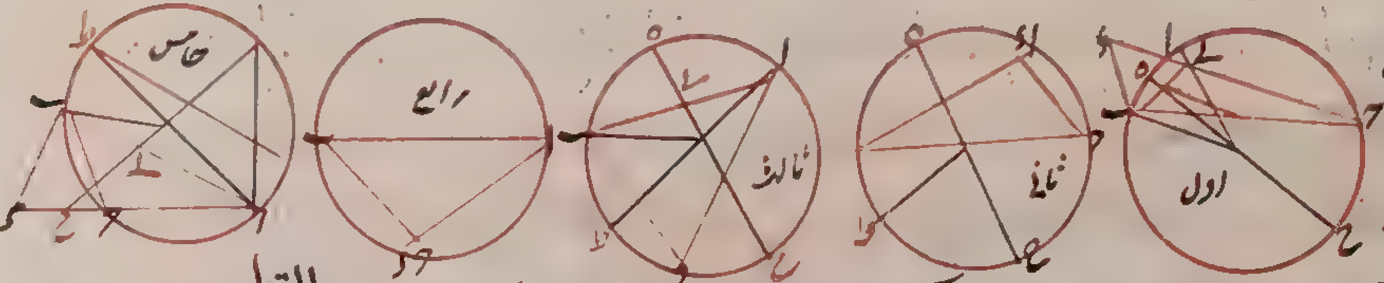
زاوية اخرى كنسبة الضلع المعلوم الى الضلع الذى هو وترها الزاوية الاخرى فيصير الاضلاع معلومة واما فى ساير المثلثات فان كان المعلوم زاويتين وضلعا عرف الضلعان الباقيان بما ذكرناه فى القايم الزاوية وان كان ضلعين وزاوية فان لم يكن الزاوية بينهما كانت نسبة الضلع الذى هو يوتر الزاوية المعلومة الى الضلع الآخر كنسبة جيب الزاوية المعلومة الى جيب الزاوية التى يوترها الضلع الآخر واذا عرف الزوايا عرف الضلع الباقي وان كانت الزاوية متخللة كان حكمها كما لو كان المعلوم هو الاضلاع الثلثة استخرج العمود بمثل ما مر ثم نعرف به فى القايم الزاوية ولنختم الكلام فى المثلثات ههنا

الفصل الثالث فى بعض القوانين التى لا يتم فايدة الشكل القطاع الا بمعرفتها اذا اتصلت قوسان مختلفتان من دايرة على نقطة مجموعهما معلوما وكانتا معًا اقل من نصف محيطها وكانت نسبة جيب احديهما الى جيب الاخرى معلومة كلواحدة منهما معلومة فليكونا فى دايرة ابج قوسى اب اج المتصلين على ا وليكن مجموع ب ا ج معلوما وهو اقل من نصف الدايرة وليكن نسبة جيب قوس اب الى جيب قوس اج معلومة اقول فكلواحدة من قوسى اب اج معلومة برهانه نخرج وتر بج وقطر اد فيتقاطعان على ه ومن المركز وهو نقطة ر عمود رح على بج ونصل بر فلكون قوس ب ا ج معلومة ويكون وتر بج معلوما ولكون نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ج ا معلومة يكون نسبة به الى ه ج معلومة فليكن كنسبة طك الى كل ونسبة بج الى به كنسبة طل الى طك فبه معلوم وه ج معلوم وكان بح نصف بج معلوما فهح معلوم ورح جيب تمام نصف قوس بج معلوم ففى ه رح القايم الزاوية ضلعاه رح رح المحيطان بالقايمة معلومان فزاوية ه رح معلومة وزاوية ب رح التى هى بقدر نصف قوس ب ا ج معلومة فزاوية ب ر ا الباقية معلومة وهى قدر قوس ب ا فقوس ب ا معلومة ويبقى قوس اج معلومة وذلك ما اردناه وايضًا اذا انطبقت فى دايرة قوس على اخرى غير مساوية لها وكان مبداهما نقطة واحدة وكانت كلواحدة منهما اصغر من نصف المحيط وكان فضل احديهما على الاخرى معلومًا ونسبة جيب احديهما الى جيب الاخرى معلومة كان كلواحدة منهما معلومة فليكون فى دايرة ابج قوسى اب اج اللتين مبداهما ا وليكن قوس بج الفضل بينهما معلومة ونسبة جيب اب الى جيب اج معلومة اقول فكلواحدة من قوسى اب اج معلوم برهانه نصل قطر اد ونخرجه ونخرج وتر بج الى ان يتلاقيا على ه ونخرج من ر المركز عمود رح على بج ونصل جر فلكون بج وتر الفضل بينهما معلومًا فنصفه ح ج معلوم ولكون نسبة جيب اب الى جيب اج معلومة فنسبة به الى ج ه معلومة وليكن كنسبة طل الى كل ونسبة بج الى ج ه كنسبة طك الى كل فه ه معلوم وح ه معلوم وكان ح ج معلومًا فح ه معلوم ورح جيب تمام نصف بج معلوم ففى مثلث ح ر ه القايم الزاوية ضلعا رح ح ه معلومان فزاوية ح ر ه معلومة وزاوية ح رج التى هى بقدر نصف قوس بج معلومة فزاوية ج ر ا معلومة وهى بقدر قوس اج فهى معلومة وقوس اب معلومة وذلك ما اردناه وظاهر ان جيب اب ان كان اعظم من جيب اج كان الالتقاء فى جهة ا وان كان اصغر كان الالتقاء فى جهة د وان كان مساويا له كان الوتر موازيًا للقطر **موامرة العمل الاول** مجردة عن البرهان جيب نصف مجموع القوسين فى مقدم النسبة المعلومة او فى تاليها ايهما كان اعظم ونقسم الحاصل على مجموع مقدمها وتاليها وتنصف الخارج من القسمة وتنقص من جيب نصف مجموع القوسين فما بقى تسميه المحفوظ ثم تاخذ جذر مجموع مربع المحفوظ ومربع تمام نصف مجموع القوسين من الربع وتضرب





وتضرب المحفوظ فى ستين وتقسمه على ذلك الجذر فما خرج نقوسه فى جدول الجيب ونزيد تلك القوس على نصف مجموع القوسين فما حصل فهو القوس الكبرى وتنقصها منه فما حصل فهو القوس الصغرى وذلك ما اردناه وانما يتم هذا العمل اذا كان مجموع القوسين اقل من نصف الدور ولا يقع فى الاعمال النجومية الا كذلك واما اذا فرض مجموع القوسين اكثر من نصف الدور وكان كلواحد منهما اقل من نصف الدور نقصنا من كلواحد منهما نصف الدور فما بقيت من القوس الصغرى كانت هى القوس الكبرى وما بقيت من الكبرى كانت هى الصغرى وحصل المطلوب وان كان مجموع القوسين نصف الدور او الدور كله لم يمكن معرفة القوسين بهذا الوجه **موامرة العمل الثانى** مجردة عن البرهان تضرب جيب نصف التفاضل بين القوسين فى مقدم النسبة المعلومة او فى تاليها ايهما كان اعظم وتقسم الحاصل على الفضل بين المقدم والتالى وتضعف ما خرج من القسمة وتنقص منه جيب نصف التفاضل بين القوسين فما بقى تسميه بالمحفوظ ثم تاخذ جذر مجموع مربع المحفوظ ومربع جيب تمام نصف التفاضل بين القوسين من ربع الدور وتضرب المحفوظ فى ستين وتقسمه على ذلك الجذر فما خرج نقوسه فى جدول الجيب ونزيد على ما خرج نصف التفاضل بين القوسين فما بلغ فهى القوس الكبرى وننقصه منه ايضا فما بقى فهى القوس الصغرى ويحصل المطلوب وهذا العمل انما يتم ههنا اذا كان جيب القوس الكبرى اعظم من جيب قوس الصغرى اما ان كان جيب قوس الكبرى اصغر وجيب قوس الصغرى اكبر اخذنا تمامهما من نصف الدور فيكون تمام الكبرى هى القوس الصغرى وتمام الصغرى هى القوس الكبرى وتم العمل وان تساوى الجيبان اعنى يكون مقدم النسبة وتاليها متساويين لم نحتج الى هذا العمل بل اخذنا نصف تمام التفاضل من نصف الدور فيكون هو القوس الصغرى وتمامها من نصف الدور هى القوس الكبرى **وجه آخر** للامير ابى نصر بن عراق نرسم دايرة ونقدر ان قوسى اج جب منها ضعفا القوسين المجهولتين اللتين مجموعهما ونسبة جيب احديهما الى جيب الاخرى معلومتان وان قوسى اب بج ضعفا القوسين اللتين فضل احديهما على الاخرى وهو قوس اب ونسبة جيبهما معلومتان ونصل اوتار اب بج جا فيكون وتر اب الذى هو وتر ضعف مجموع القوسين او وتر ضعف احديهما على الاخرى معلومًا ووترا اج جب اللذان هما وترا ضعف قوسين مجهولين ونخرج من نقطة ب على وتر اج عمود بد ولا يخلو وقوعه من خمسة اوجه اما ان يقع خارج المثلث من جهة ا واما ان ينطبق على ب ا واما ان يقع داخل المثلث واما ان ينطبق على بج واما ان يقع خارجا من جهة اج وعلى التقادير يكون فى مثلث ب د ا القايم الزاوية ضلعا اد دب بالمقدار الذى به يكون بج ستين معلومين ولكون نسبة بج الى اج معلومة يكون اج بذلك المقدار ايضا معلوم فيكون اد معلوم ومن اد اب المحيطين بالزاوية يكون اب بالمقدار الذى يكون بج ستين معلوما فيصير بج بالاعتبار الذى به اب وتر معلوم معلومًا ويصير من وتر بج قوس بج معلوما فيحصل منها المطلوب **موامرة العمل الاول لهذا الوجه** تضرب تالى النسبة المعلومة فى ستين وتقسمه على المقدم فما حصل سميناه حاصل التالى فان كان مجموع القوسين اصغر من الربع كما فى الوجه الخامس تزيد حاصل التالى على جيب تمام مجموع القوسين من الربع وسمى المبلغ بالمحفوظ وان كان مجموع القوسين اكثر من الربع كما فى الوجه الاول والثانى والثالث تاخذ الفضل بين حاصل التالى وجيب تمام مجموع القوسين من الربع فما حصل فهو المحفوظ ومربع جيب مجموع القوسين وناخذ جذره ونقسم ما حصل من ضرب جيب مجموع القوسين فى ستين عليه فما خرج نقوسه فى جدول الجيب وننظر ان كان الفضل لحاصل التالى كما فى الوجه الثالث كان تلك القوس

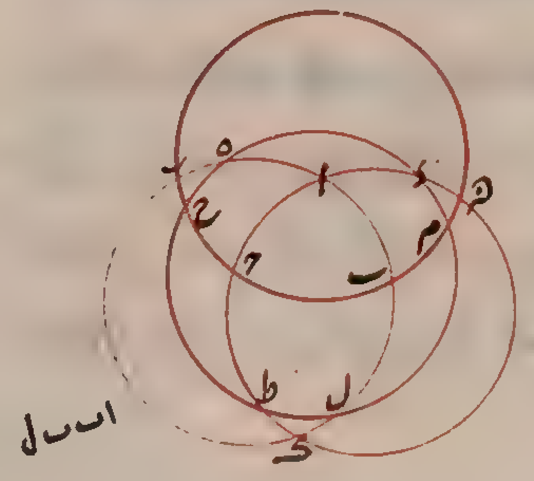


هي المطلوبة وهي التي كانت نظيرة للمقدم وان كان الفضل الجيب تمام مجموع القوسين كما في الوجه الاول كانت تلك القوس
تمام القوس المطلوبة المذكورة من نصف الدور وان تساويا كما في الوجه الثاني كانت القوس المطلوبة التي هي نظيرة
للمقدم ربعا الدور وان كان مجموع القوسين ربعا الدور كما في الوجه الرابع ناخذ جذر مجموع مربعي المقدم والتالي
نقسم الحاصل من ضرب المقدم في ستين على ذلك الجذر فما خرج نقوسه في جدول الجيب لتكون القوس الخارجة هي
المطلوبة التي هي نظيرة للمقدم وذلك تمام العمل **موامرة العمل الثاني** تضرب تالي النسبة المعلومة في ستين ونقسمه على المقدم بشرط
ان يكون المقدم هو الذي يكون نظيرا للقوس الصغرى فما حصل فهو حاصل التالي ثم ان كان تفاضل القوسين اكثر من الربع
كما في الوجه الخامس نجمع حاصل التالي وجيب تمام التفاضل من الربع فما حصل فهو المحفوظ وان كان التفاضل اقل من الربع
كما في الوجوه الثلثة الاولى اخذنا الفضل بين حاصل التالي وجيب تمام التفاضل فما حصل فهو المحفوظ ثم ناخذ جذر
مجموع مربع المحفوظ ومربع جيب التفاضل ونقسم الحاصل من ضرب جيب التفاضل في ستين على ذلك الجذر فما خرج فهو
جيب نقوسه فما خرج فهو اما القوس المطلوبة التي هي نظيرة للمقدم وهي القوس الصغرى وذلك في الوجه الثالث الذي
كان فيه الفضل الحاصل التالي واما تمام القوس الصغرى من نصف الدور وذلك في الوجه الاول الذي يكون
فيه الفضل الجيب تمام التفاضل كما في الوجه الثاني كانت القوس الصغرى النظيرة للمقدم ربعا الدور وان كان تفاضل
القوسين ربعا الدور كما في الوجه الرابع ناخذ جذر مجموع مربعي المقدم والتالي ونقسم على ذلك الجذر الحاصل من
ضرب المقدم في ستين فما حصل فهو جيب القوس الصغرى وهيهنا يتم العمل وهذه الصورة اعني التي يكون فيها مجموع القوسين
او الفضل بينهما ربع دور يقع في الاعمال النجومية كثيرا ولها بيان آخر وهو ان نقول لما كانت نسبة المقدم الى التالي
كنسبة جيب قوس الى جيب تمامها كانت نسبة مربع المقدم الى مربع التالي كنسبة مربع جيب قوس الى مربع جيب
تمامها وبالتركيب نسبة مجموع مربعي مقدم وتالٍ الى مربع احدهما كنسبة مجموع مربعي جيب قوس وجيب تمامها
اعني مربع نصف القطر الى احد المربعين ونسبة جذر مجموع مربعي مقدم وتالٍ الى المقدم او التالي كنسبة نصف
القطر الى جيب تلك القوس او الى جيب تمامها ويكون العمل كما تقدم وفايدة هذه الاعمال يتبين حيث يكون
المطلوب معرفة قوس ما من القوسين مجهولين مجموعهما او الفضل بينهما معلوم ويصير من الشكل القطاع كما تبين
فيما بعد ونسبة جيب احدهما الى جيب الاخرى معلومة فليكون الطريق الى استخراج المطلوب بعينه وهذه التي
ادمانا في هذا الفصل والله اعلم

المقالة الرابعة في الشكل القطاع الكري والنسب الواقعة فيه خمسة فصول

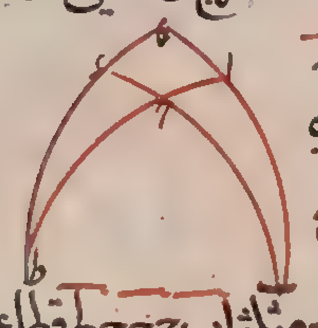
الفصل الاول

في بيان ماهية شكل القطاع الكري والاشارة الى دعاوي النسب الواقعة فيه اذا تقاطعت اربع دواير من العظام على سطح كرة
بحيث لا يتقاطع على نقطة اكثر من ستين حدثت منها اثنتا عشرة نقطة عليها يتقاطع تلك الدواير وينقسم كل واحدة منها بست قسي
يكون كل واحدة منها اضلاع الشكل ويكون مجموعها اربع وعشرين قوسا وينقسم سطح الكرة باربعة عشر قسما ست منها مربعات وثمانية مثلثات
ويكون كل ضلع من الاضلاع المذكورة مشتركا بين مثلث ومربع وكل زاوية من شكل مقابلة لزاوية من شكل آخر من نوع الشكل الاول فيكون المربعات
لستة متلاقية على زواياها وملاقية للمثلثات على اضلاعها وكذلك المثلثات وهذه صورتها



فالدواير الاربع هي دايرة اب كد ودايرة مح ر كز دواير اح كـ نز
ودايرة ز ه ط ل ونقط التقاطعات الاثني عشرة نقطة اب ح ز ه ر ح ط ك
ل م ز واما الاضلاع الاربعة والعشرون فالستة التي من الداية الاولى هي

اب ل ط ك د ر ه ا والستة التي من الدايرة الثانية هي ر ز ز م م ب ب ح ح ح ح ر والستة التي من الدايرة الثالثة
هي ا ز ز ك ك ط ط ح ح ا والستة التي من الدايرة الرابعة هي ه ح ح ط ط ل ل م م ه واما المربعات الستة فمربع
ا ز م ب ومربع ب ل ط ح ومربع ح ح ه ا ومربع م ز ك ل ومربع ط ك ر ح واما المثلثات الثمانية فمثلث ا ب ح ومثلث ا ه
ومثلث ا ز م ومثلث م ب ل ومثلث ل ك ط ومثلث ط ح ح ومثلث ح ه ر ومثلث ر ك ز وظاهر ان الزوايا
المتقابلة انما وقعت في الاشكال المتجانسة مثلا الزاويتان المتقابلتان عند ا انما وقعتا في مثلثي ز ا ه ا ب ح واما في
مربعي ز ا ب ه ا ح ح و الاضلاع المشتركة وقعت بين الاشكال المتخالفة مثلا ضلع اب اشترك فيه مثلث ا ب ح ومربعي
ا ب م ز واذا تقرر هذا فنقول كل مربع من هذه المربعات مع مثلثين يكونان على ضلعين متجاورين من اضلاع المربع يقع
على هيئة القطاع السطحي لاشتماله على اربعة اركان متقاطعة على ست نقط يحدث منها اثنتا عشرة قوسا كل ثلث منها على ركن
واربعة مثلثات يحيط بكل واحد ثلث قسي وبالجملة على ما قيل في ذلك الشكل فيما مر فالشكل الحادث من المربع والمثلثين المذكورين
هو القطاع الكري مثاله اذا اعتبرنا مربع ا ح ح مع مثلثي ا ب ح ح ح ط الواقعين على ضلعي ا ح ح ح



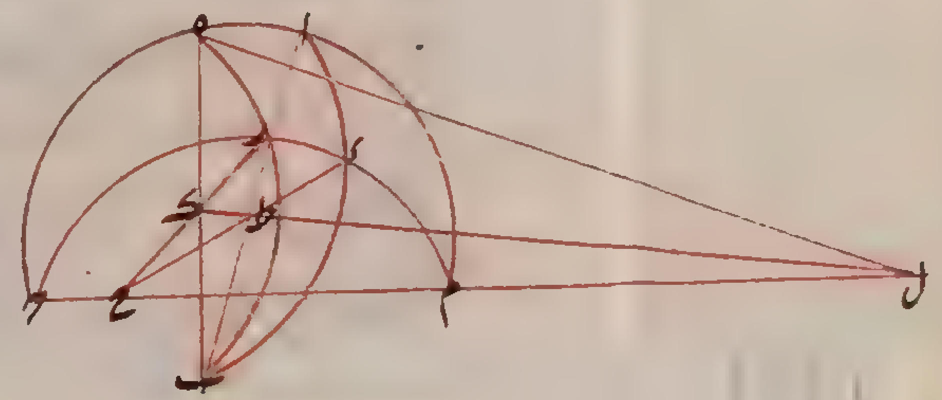
منه كانت هكذا وهو مثل القطاع السطحي بعينه الا في شيء واحد وهو ان الشكل هناك تألف المتجاورين
من خطوط مستقيمة على سطح مستو وهيهنا من قسي دواير عظام على سطح كرة ولما كان لكل مربع اضلاع
اربعة وعلى كل ضلع مثلث لزم امكان وقوع كل مربع في اربع قطاعات مثلا مربع ا ح ح يكون مع مثلثي ا ب ح ح ح ط قطاعا
ومع مثلثي ا ب ح ا ز ه قطاعا ثانيا ومع مثلثي ا ز ه ح ر قطاعا ثالثا ومع مثلثي ح ر ح ح ط قطاعا رابعا ولكون المربعات ستة
يكون جميع القطاعات الحادثة على بسيط الكرة من تقاطع الدواير الاربعة اربعة وعشرين قطاعا لكن يكون كل قطاع نظيرا او
مساويا للآخر مثلا قطاع م ز ر ه ا ز يكون نظيرا او مساويا لقطاع ب ح ح ط لان ركن م ز ر من القطاع الاول مساو لركن ح ب
من القطاع الثاني فان م ز ر ح نصف دايرة لوجوب تناصف كل عظيمتين تقعان على بسيط كرة كما بينه ثاوذوسيوس
في المقالة الاولى في الشكل الثاني عشر منها وايضا ر ح ح ب نصف دايرة واذا القينا ر ح المشترك بقي ركن م ز ر مساويا للركن
ح ب في القطاعين وبمثله تبين ان ركن م ز ه مساو لركن ح ط ل وركن ا ه ر لركن ك ل ب وركن ا ز لركن ك ا ط
وايضا بمثل ذلك نبين ان ضلعي كل مثلثين نظيرين من مثلثات القطاعين وكل مربعين من مربعيهما متساويان وان كل
زاويتين نظيرتين متساويتين ونبين من ذلك ان اثني عشر قطاعا من الاربعة والعشرين المذكورة يكون نظايرة للاثني عشرة الاخرى
مساويا لها والنسب الواقعة بين خطوط القطاع السطحي التي يشتمل عليها الدعاوي الثلث المذكورة يقع هيهنا بين جيوب قسي
هذا القطاع كما كان هناك من غير اختلاف في شيء ولا حاجة هيهنا الى اعادتها فلنتكلم في البراهين عليها

الفصل الثاني

في الاشارة الى البراهين على وجه كلي وفي اقا البرهان على ضروب الدعوى الاولى المعروف بتفصيل بطلميوس نقيم البرهان اولا
على ضروب الدعوى الاولى المركبة حتى يمكن لنا ان نتكلم في بيان ما عداها من النسب الواقعة في الدعاوي الثلثة فنقول
اذا اردنا ان نبين تاليف النسبة الواقعة بين جيبي قوسين في القطاع الكري من نسبتين يقعان بين جيوب اربع قسي
يكون القسي الستة واقعة وقوعها في الدعوي الاولى على الترتيب وجب ان نعين اولا الركن والمثلث المعطلين بمثل ما
نبين فيما مر ثم نصل بين زوايا المثلث المعطل بخطوط مستقيمة هي اوتار القسي الثلثة المحيطة بالمثلث المعطل ونخرج من مركز
الكرة ثلثة خطوط مستقيمة الى النقط الثلث الواقعة على الركن المعطل وهي انصاف اقطار الكرة ونلاقي هذه الخطوط
اوتار قسي المثلث المعطل فيلقى كل نصف قطر يصل الى نقطة وتر من قوس يقع مع تلك النقطة على ركن واحد لا محالة

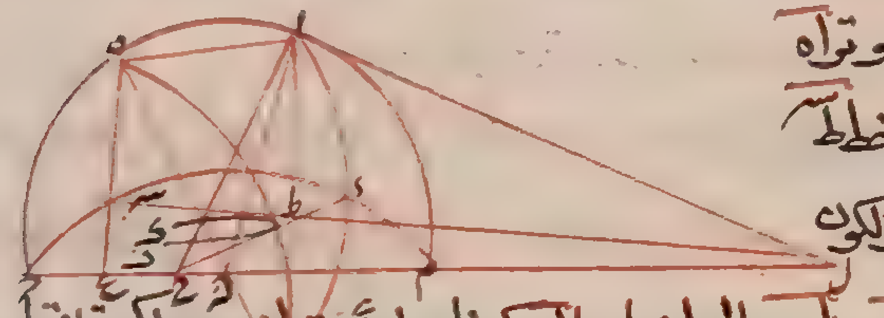
ويحدث بين انصاف الاقطار الثلثة والاوتار الثلثة ثلث نقط لتقاطعاتها يقع جميعًا في سطح المثلث الحادث من الاوتار الثلثة
وفي سطح الدايرة التي يكون الركن المعطل جزء منها فيكون تلك النقطة واقعة على الفصل المشترك بين السطحين وقد تبين في
كتاب الاصول لاقليدس ان الفصل المشترك بين كل سطحين مستويين انما يكون خطا مستقيما فلذلك يكون الخط المار بالنقط
الثلث المذكورة خطا مستقيما ويحدث منه ومن الخطوط الثلثة التي هي اوتار قسي المثلث المعطل قطاع سطحي تبين النسبة
المؤلفة الواقعة في القطاع الكري بالنسبة المؤلفة الواقعة فيه باستعانة من المقدمات المذكورة في المقالة الثالثة
فان كان احد الاوتار الثلثة موازيًا لاحد انصاف الاقطار المعتبر فيه وقعت فيه نسبة مؤلفة من نسبة مساوية لها ومن نسبة
المساوات او نسبة مساواة يتالف من نسبة ومن خلافها كما تبين فيما نبينه فليكن الكري شكلا عليه نقط ا ب ج د ه ز وكما كانت
على القطاع السطحي ونتكلم اولا في الضرب المعروف بتفصيل بطليموس من الدعوي الاولى على الترتيب وهو ان نقول نسبة
جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا د مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ز الى جيب قوس ز ه ومن نسبة جيب قوس ج ه
الى جيب قوس ج ا فيكون قوس د ز ج الركن المعطل ومثلث ا ب ه المثلث المعطل ونصل خطوط
ب ا ب ه ا ه المستقيم وهي اوتار المثلث ا ب ه وليكن ح مركز الكرة على الوجه الذي بينه ثاو
ذوسيوس في الشكل الثاني من المقالة الاولى من الاكر ونخرج منه انصاف اقطار الى النقط
د ز ج الثلث التي هي على الركن المعطل وهي خطوط ح د ح ز ح ج ويكون لا محالة كل واحد منها في

سطح دايرة من الدواير التي منها القسي التي هي اضلاع المثلث المعطل ويكون وتر تلك القوس التي هي الضلع ايضا في ذلك
السطح فلكون نصف قطر ح ا ووتر ب ا كليهما في سطح دايرة ب ا يتلاقيان وليتلاقيا على نقطة ط وايضا نصف قطر ح ز ووتر
ب ه الواقعان في سطح دايرة ب ز ه يتلاقيان على ك ولكون نصف قطر ح ج ووتر ا ه في سطح دايرة ا ه ج فاذا اخرجا اما ان
يتلاقيا او يتوازيا فان تلاقيا فاما ان يتلاقيا في جهة ج ه او يتلاقيا في جهة ح ا وليتلاقيا اولا في جهة ج ه كما في هذه الصورة فنقط
ط ك ل الواقعة في سطح مثلث ا ب ه الحادث من اوتار المثلث المعطل لكونها جميعًا على اضلاعه وفي سطح دايرة د ز ج التي
منها الركن المعطل لكونها على انصاف الاقطار المارة بنقطة عليها يكون جميعًا على فصلها المشترك ولكونهما سطحين مستويين يكون
الفصل بينهما خطا مستقيما فخط ط ك ل خط مستقيم وحدث منه ومن الاوتار الثلث قطاع ب ط ا ه ل ك السطحي ويكون
فيه نسبة ب ط الى ط ا مؤلفة من نسبة ب ك الى ك ه ومن نسبة ه ل الى ل ا لكن نسبة ب ط الى ط ا كنسبة جيب قوس
ب ا الى جيب قوس ا د ونسبة ب ك الى ك ه كنسبة جيب قوس ب ز الى جيب قوس ز ه ونسبة ه ل الى ل ا كنسبة جيب
قوس ه ج الى جيب قوس ج ا كل ذلك مما تبين في المقالة الثالثة فاذن نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا د مؤلفة
من نسبة جيب قوس ب ز الى جيب قوس ز ه ومن نسبة جيب قوس ه ج الى جيب قوس ج ا وهو المطلوب وان كان الملاقات
بين وتر ا ه ونصف القطر الذي عليه ح ج في جهة ا ح احتجنا الى قطاع آخر من القطاعات الواقعة على سطح الكرة يكون البيان
مخصوصا بذلك القطاع ويحصل المطلوب بنقل ذلك البيان الى هذا القطاع المفروض والوجه فيه ان نخرج كل واحدة من
قوسي ج ه ا ج ز ا الى ان يلتقيا في الجهة الاخرى على نقطة م ويكون كل واحدة من قوسي
ج ه م ج ز م نصف دايرة وذلك لما تبين في الشكل الثاني عشر من المقالة الاولى من كتاب
الاكر لثاوذوسيوس ان الدواير العظام يتقاطع متناصفة واذا اخرجنا نصف قطر
ح م بنقطة م وليلاقي وتر ا ه على ل فيكون نقط ط ك ل الثلث على خط ط ك ل المستقيم



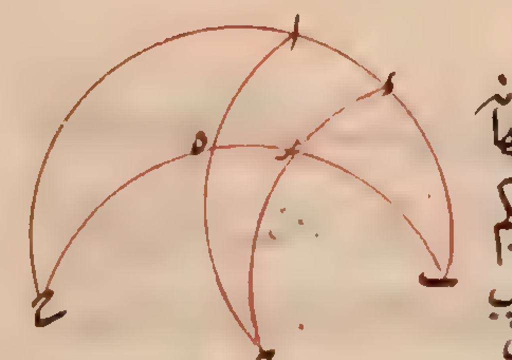
لكونها

لكونها في سطح مثلث ا ب ه واوتار القسي الثلث المعطل وفي سطح دايرة د ز المعطلة فيحدث قطاع ب ك ه ا ل ط السطحي ويكون نسبة
ب ط الى ط ا مؤلفة من نسبة ب ك الى ك ه ومن نسبة ه ل الى ل ا ونسبة ب ط الى ط ا كنسبة جيب قوس ب ا الى
جيب قوس ا د ونسبة ب ك الى ك ه كنسبة جيب قوس ب ز الى جيب قوس ز ه ونسبة ه ل الى ل ا كنسبة جيب
قوس ه م الى جيب قوس م ا ففي القطاع المخصوص بالبيان اعني قطاع م ه ب د نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا د
مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ز الى جيب قوس ز ه ومن نسبة جيب قوس ه م الى جيب قوس م ا ولكن
القطاع المفروض اولا هو قطاع ب ا ج د وجيب قوس ه م هو جيب قوس ه ج التي هي تمامها من نصف الدور
وجيب قوس ا م هو جيب قوس ا ج بمثل ذلك فاذن في القطاع المفروض نسبة جيب قوس ا ب الى جيب قوس ا د
مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ز الى جيب قوس ز ه ومن نسبة جيب قوس ه ج الى جيب قوس ج ا وهو المطلوب
اما ان كان وتر ا ه موازيًا لنصف القطر الذي عليه ح ج ونتمم نصفي دايرتي م ا ج م ز ه ايضا كما مر ونصل قطر م ح ف
نقول ط ك وقطر م ج الكاينان في سطح دايرة م ا ج متوازيان لانهما ان لم يتوازيا على نقطة وليكن على نقطة ل فحينئذ
يكون نقط ل ا ه في سطح مثلث ب ا ه ودايرة م ا ج فيكون على خط ل ا ه فيلتقيا المستقيم وح يكون خطا ه ا ح م ملتقيين
على ل وقد فرضناهما متوازيين هذا خلف فاذن ط ك مواز لقطر م ج وكان ا ه موازيا له فط ك مواز لا ه

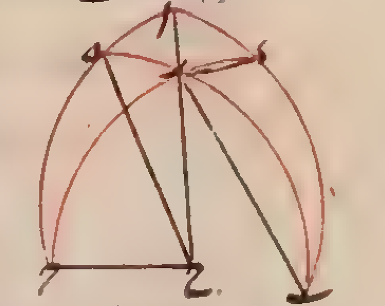


وبوجه آخر ان لم يكن ط ك موازيا لكل واحد من وتر ا ه
وقطر م ج فلنخرج من نقطة ط في سطح مثلث ا ب ه خط ط س
موازيا لا ه وفي سطح دايرة م ز ج ط ف موازيا لح م ولكون
ط ف ا ه موازيين لح م يكونان متوازيين وايضا ط ف ط س الموازيان لا ه يكونان ايضا متوازيين ولكن ملاقيا
على ط هذا خلف فاذن ط ك مواز لوتر ا ه وفي مثلث ب ا ه نسبة ب ط الى ط ا كنسبة ب ك الى ك ه لكن نسبة
جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا د كنسبة ب ط الى ط ا ونسبة جيب قوس ب ز الى جيب قوس ز ه كنسبة ب ك
الى ك ه لكن نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا د كنسبة جيب قوس ب ز الى جيب قوس ز ه ثم نقول جيب
قوس ا ج مساو لجيب قوس ج ه لان جيب قوس ا ج هو عمود ا ش وجيب قوس ج ه هو عمود ه ع وهما متوازيان
وقد وقعا بين ا ه م ج المتوازيان فاذن هما متساويان ويكون نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا د مؤلفة
من نسبة جيب قوس ب ز الى جيب قوس ز ه المساوية لها ومن نسبة جيب قوس ج ه الى جيب قوس ج ا التي
هي نسبة المساوات وهو المطلوب فاذن النسبة المدعات مؤلفة من النسبتين المذكورتين على جميع التقديرات و
ذلك ما اردناه واما ساير ضروب الدعوى الاولى على الترتيب فكلما كان الركن المعطل قوس د ز ج والمثلث المعطل
ب ا ه كان الشكل كما مر والبرهان على سياقه مثل هذه السياقة وكلما كان الركن المعطل قوس ب ز ه والمثلث المعطل
ج د ا كان التفاوت بحسب اختلاف الجهة فقط والشكل والبرهان كما كان والاولى ان لا نطول الكلام بتفاصيلها

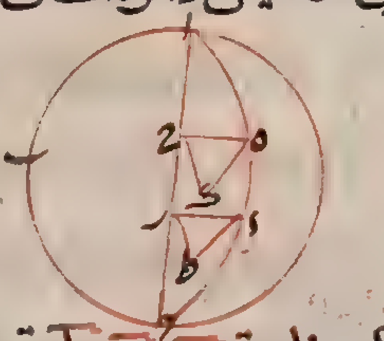
الفصل الثالث في اقامة البرهان على الدعوى المعروفة بتركيب بطليموس اقتصر بطليموس في اقامة البرهان
على الضرب المعروف بالتركيب من الدعوى الاولى على ان اخرج ركنين من القطاع المفروض للتركيب الى
نصف الدور حتى حدث قطاع آخر وبين بدعوى التفصيل فيه دعوى التركيب في القطاع المفروض مثاله
ليكن القطاع المفروض قطاع ب ا ج د ودعوى التركيب ان يقال نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ج مركبة من نسبة



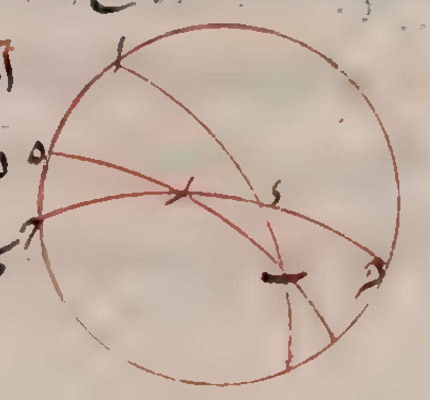
جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ر ومن نسبة جيب قوس ر ح الى جيب قوس ح ا برهانه
نخرج كل واحد من ركني ب ا ب ه الى ان يتلاقيا عند نصف ح الدور على ح فيكون بحكم
البيان المذكور في الشكل المتقدم في قطاع ح ا ح م الحادث نسبة جيب قوس ح ا الى جيب
قوس ا ا مؤلفة من نسبة جيب قوس ح ه الى جيب قوس ه ر ومن نسبة جيب قوس ر ح الى جيب قوس ر ا
ولكون جيب قوس ح ا هو جيب قوس ب ا بعينه وجيب قوس ح ه هو جيب قوس ب ه بعينه فيكون نسبة
جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ا مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ر ومن نسبة جيب قوس
ر ح الى جيب قوس ح ا وذلك ما اردناه فهذا القدر كاف في هذا الموضع الا انه لما كان الغرض في هذه الرسالة
استيعاب ضروب الدعاوى والبراهين المتعلقة بهذا الشكل واستيفاء بيان اختلافاته وجب علينا ان نورد
البرهان ههنا ايضا بحسب القانون الكلي في اقامة البراهين على هذا الشكل حتى يكون الكلام فيه تاما مناسبا
انشاء الله تع فلنعد الشكل ونقول لما كان دعوى التركيب هي تاليف نسبة جيبي قوسي ب ا ا كان الركن المعطل



ا ه ح والمثلث المعطل ب ا ر فلنصل اوتار المثلث وانصاف اقطار الركن اعني ح ا ح ه ح ح كما هو
العادة وكان قانون البرهان ان يتلاقى وتر ب ا ونصف قطر ح ا وتلاقي وتر ب ر ونصف
قطر ح ه وتلاقي وتر ا ر ونصف قطر ح ح حتى يتم القطاع السطحي وحال كل وتر مع نصف القطر
الذى هو قرينه لا يخلو من ثلثة اوجه اما ان يتلاقيا في جهة المحيط من انصاف الاقطار او في جهة المركز واما ان
يتوازيا ولكون الاوتار ثلثة يكون عدد اعتبار الجميع ما يحصل من ضرب ثلثة في ثلثة وهو سبعة وعشرون لكن
جميع هذه الوجوه ليس بممكن الوقوع وذلك لان تلاقي وتر ب ا وقطر ح ا انما يكون في جهة ا اذا كان جيب ا ب اعظم
من جيب ا ا وفي جهة ب اذا كان اصغر منه وتوازيهما اذا تساويا وكذلك في البواقي وهو احد الوجوه السبعة
والعشرين ان يكون تلاقي بين ب ا وقرينه من الاقطار في جهة ا وبين ا ر وقرينه في جهة ر وبين ر ب وقرينه
في جهة ب وهذا محال لانه يقتضى ان يكون بعد ا من سطح دائرة ا ه ح اعظم مما هو اعظم منه ونقدم لبيان ذلك مقدمة
هي هذه وليكن دائرة ا ب من العظام على زوايا قايمة وليكن ا ا ا ه قوسين مختلفي الجيب مثلا جيب ا ا اعظم من جيب ا ه اقول



فبعد نقطة ا عن سطح دايرة ا ب ح يكون اعظم من بعد ه عنها برهانه نصل ا ح وهو
الفصل المشترك بين الدائرتين ونخرج من نقطتي ا ه عمودي ا ر ه ح عليه فيكونان
متوازيين ومنها ايضا على سطح دائرة ا ب ح عمودي ا ط ه ك وهما ايضا متوازيان و
يكون زاويتا ح ه ك ر ا ط متساويين لتوازي الاضلاع المحيطة بها ونصل ط ر ك ح فيحدث مثلثا ا ط ر ه ك ح المتشابهان
ويكون ا ر اعظم من ه ح يكون عمود ا ط اعظم من عمود ه ك فاذن بعد نقطة ا عن سطح دايرة ا ب ح اعظم من بعد نقطة ه
عنها وذلك ما اردناه وبعد تقديم هذه المقدمة نعيد الشكل ونتم الركن المعطل ونخرج قسي المثلث المعطل اليها
وليلاقها على نقط د ر ع فاذا كان التلاقي بين وتر ب ا وقرينه من الاقطار في جهة ا كان بعد نقطة ب عن سطح دايرة



ا ح د ا اعظم من بعد نقطة ا عنها ثم اذا كان التلاقي بين وتر ا ر وقرينه في جهة ر كان
بعد نقطة ا اعظم من بعد نقطة ر فبعد نقطة ب اعظم كثيرا من بعد نقطة ر ثم اذا
كان التلاقي بين وتر ر ب وقرينه في جهة ب كان بعد نقطة ر اعظم من بعد نقطة ب
الذى

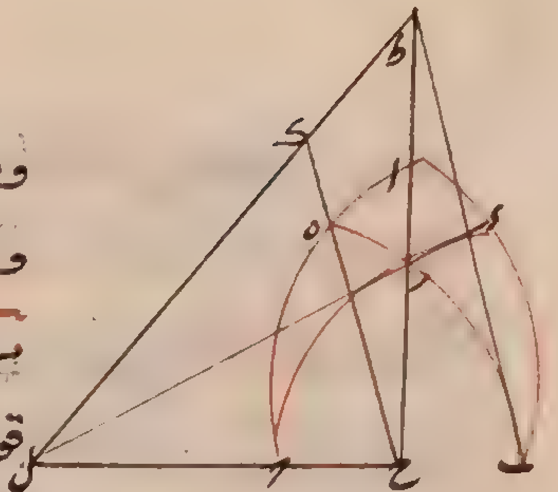
الذى كان اعظم منه هذا خلف واذا تبين هذا فنقول الوجوه الممكنة من السبعة والعشرين ثلثة عشر وجها فقط
والباقي محال الوقوع وذلك ان ابعاد نقط ب ا ر الثلث عن سطح دايرة ا ح د ا اما ان يكون مختلفة واما ان يكون اثنان منها
متساويين فقط واما ان يكون جميعها متساوية وهذه ثلثة اقسام اما القسم الاول فينحصر في ستة انواع وذلك لان كل
نقطة منها يمكن ان يكون ابعد من الآخرين وتقدير كونها ابعد وكل واحد من الآخريين يمكن ان يكون ابعد من الباقي
فيصير الاقسام ستة ولما وجب ان يقع التلاقي بين الوتر ونصف القطر اذا اخرجا في جهة نقطة التي يكون بعدها
اصغر من وبحسب اختلافات جهات التلاقي يختلف وقوع القطاع في المثلثات والمربعات التي تشملها دايرة ا ح د ا
وان كان الكل مشتركة في المثلث المعطل اعني في مثلث ب ا ر ويشارك البعض البعض في غيره من المثلثات والمربعات
والمثلث المعطل ايضا يختلف زواياه فيكون تارة وهذه اولى وتلك ثانية والباقية مشتركة وتارة بالعكس الضابطة

عدد الانواع	اعظم النقط	اوسط النقط	اقرب النقط	القطاع المخصوص بالبيان الذي نقدم منه البيان الى القطاع المفروض / المخصوص هو المفروض
١	ب	د	ر	ر ه و ا ب ح ر
٢	ب	ر	د	ه ح ب د
٣	ر	ب	د	س ر ا د
٤	ر	د	ب	ح ع ر ب
٥	د	ب	ر	ه ع د ر
٦	د	ر	ب	ح د س ب

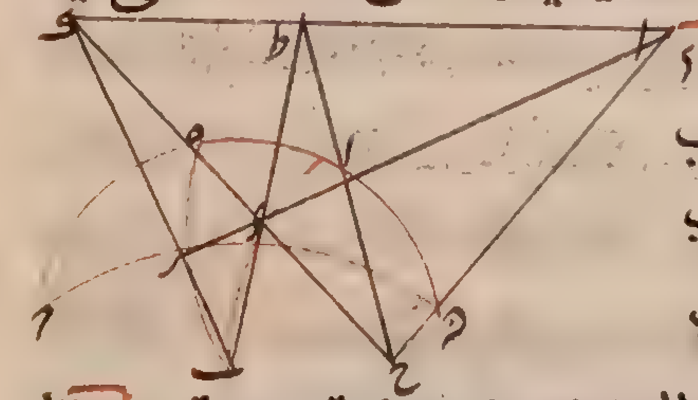
ان الابعد يكون هو الاولى والاوسط هو الثانية والاقرب هو
المشتركة ونحن وضعناها جميعا في جدول هي هذه واما القسم
الثاني فينحصر ايضا في ستة انواع وذلك ان تساوى بعدي النقطتين
عن النقط الثلثة يكون على ثلثة اوجه فانه يقع اما بين نقطتي
ب ا واما بين نقطتي ب ر واما بين نقطتي ا ر وفي كل وجه يكون
البعد الثالثة المخالفة احدهما اما اعظم واما اصغر فتصير الاقسام
ستة اما الثالثة فان كان بعدها اعظم وجب ان يكون هي النقطة الزوايا الاولى وان كان اصغر وجب ان يكون هي
الزاوية المشتركة واما المتساويتا البعد فعلى التقدير الاول يكون احدهما ثانية والاخرى مشتركة او على البدل
وعلى التقدير الثاني يكون احدهما اولى والاخرى ثانية او على البدل ويختلف القطاع المخصوص بالبيان بحسب
اختلافهما فيكون لكل وجه قطاعان مشتركان بعد المثلث المعطل الذي يشترك فيه الجميع واما على التقدير الاول
ففي مربع ويختلفان بمثلثين واما على تقدير الثاني ففي مثلث ويختلفان بمربعين ونحن وضعناها جميعا في جدول

عدد الاصناف	عدد النقط المتساوية	المتساوية البعد: الاعظم	المتساوية البعد: الاصغر	المخصوص القطاع	المشترك القطاعات	عدد الاختلافات	اقرب النقطتين	المتساويتي البعد: الاول	المتساويتي البعد: الثاني	القطاع المخصوص	المشترك القطاعات
١	ب	د	ر	ا ب ح ر	و	د	ر	د	ر	ح د س ب	ب
		ر	د	ه ح ب د	ه			ر	د	ح ع ر ب	ح
ب	د	ر	ب	ح د س ب	د	ه	د	ر	ب	س ر ا د	ح
		ب	ر	ع ه د ر	و			ب	ر	ه ح ب د	ا
ح	ر	ب	د	س ر ا د	ه	د	ر	د	ب	ه ع د ر	ب
		د	ب	ح ع ر ب	د			ب	ط	ا ب ح ر	ا

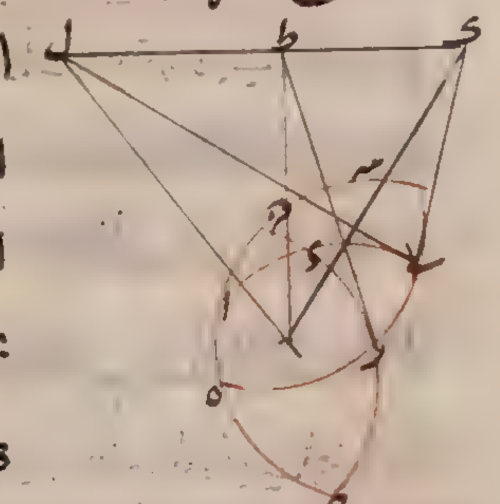
هي هذه واما القسم الثالث فنوع واحد وهو
ان يكون ابعاد نقط ب ا ر المثلث عن سطح دائرة
ا ح د ا المعطل متساوية ولنشتغل ببيان واحد واحد
من هذه الانواع الثلثة عشر فنقول اما النوع
الاول من الستة الاولى وهو ان يكون القطاع
المخصوص بالبيان هو المفروض وهو القطاع
المخصوص وهو قطاع ا ب ح ر ولنعده وحده والدعوى فيه ان نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ا مؤلفة
من جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ر ومن جيب قوس ر ح الى جيب ح ا برهانه وقدمنا ان بعد نقطة ب
من دايرة ه ح ا المعطل اعظم من بعد ا وبعد ا اعظم من بعد ر فنصل اوتار مثلث ب ا ر المعطل وليكن المركز ح ونصل بينه
وبين نقط ا ه ح من الركن المعطل ونخرج انصاف اقطار ح ا ح ه ح ح والاوتار الى ان يتلاقي فيكون بالضرورة تلاقي وتر ب ا
ونصف قطر ح ا في جهة ا وليكن عند نقطة ط وتلاقي وتر ب ر ونصف قطر ح ه في جهة ه وليكن عند ك وتلاقي وتر ا ر



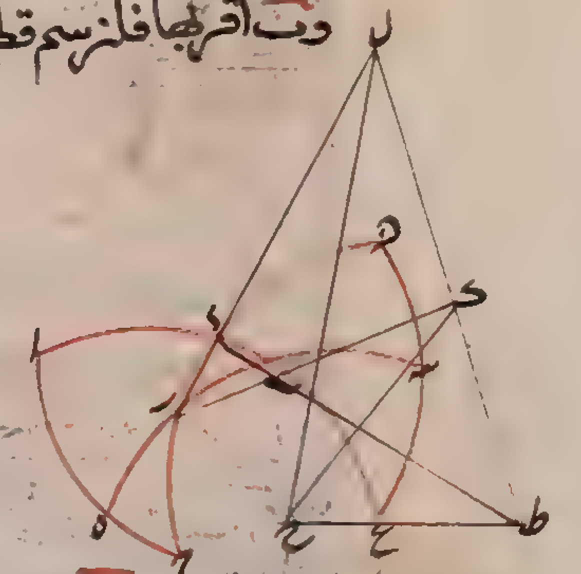
ونصف قطر ح في جهة ح وليكن عند ل ولكون نقط ط ك ل في سطحي اوتار المثلث المعطل
ودائرة المعطل يكون جميعا على فصلهما وهو خط ط ك ل المستقيم ولنرسم فيتم به القطاع
ب ط ل ز السطحي ويكون فيه نسبة ب ط الى ط ا اعني نسبة جيب قوس ب ه الى جيب
قوس ه ز ومن نسبة ز ك الى ك ا اعني نسبة جيب قوس ز ح الى جيب قوس ح ا وهو
المطلوب واما النوع الثاني منها وهو ان يكون ا ابعد النقطة ب واوسطها ز واقربها ا والقطاع المخصوص بالبيان ه ز
ب ا فلنرسم على القطاع المفروض ونخرج الاوتار وانصاف الاقطار كما بينا فيحدث قطاع ك ل ب ا السطحي ويكون



فيه نسبة ب ط الى ط ا اعني نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ا
مولفة من نسبة ب ك الى ك ز اعني نسبة جيب قوس ب ه الى جيب
قوس ه ز ومن نسبة ز ل الى ل ا اعني جيب نسبة قوس ز ح الى جيب
قوس ح ا ولكون ز ح تمام ز ح من نصف الدور و ح ا تمام ا ح وجب
كل واحدة منهما مساو لجيب تمامه فاذا نقلنا البيان الى قطاع ا ب ح ز المفروض كانت نسبة جيب قوس ب ا الى
جيب قوس ا ا مولفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ز ومن نسبة جيب قوس ز ح الى جيب قوس ح ا
وهو المطلوب واما في النوع الثالث وهو ان يكون ز ابعد النقط و ا اقربها فلنرسم قطاع س ز ا ا المخصوص بالبيان
مع القطاع المفروض واخرجنا الاوتار وانصاف الاقطار فيحدث قطاع ك ز ل ا السطحي ويكون فيه نسبة ب ل الى ل ا

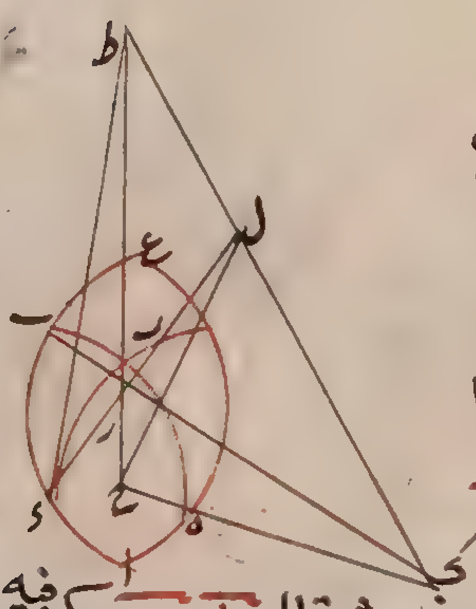


اعني نسبة جيب قوس ب س الى جيب قوس س ز مولفة من نسبة ز ك الى ك ز
اعني من نسبة جيب قوس ب س الى جيب قوس س ز ومن نسبة ز ك الى ك ا
اعني من نسبة جيب قوس ز ح الى جيب قوس ح ا ولكن ب س تمام ب ه و س ز
تمام ز ه و ح ا تمام ا ح فاذا نقلنا البيان الى القطاع المفروض كانت نسبة جيب
قوس ب ا الى جيب قوس ا ا مولفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ز
ومن نسبة جيب قوس ز ح الى جيب قوس ح ا وهو المطلوب واما في النوع الرابع وهو ان يكون ز ابعد النقطة
و ب اقربها فلنرسم قطاع ح ع ز ب المخصوص بالبيان مع القطاع المفروض ونخرج الاوتار وانصاف الاقطار فيحدث

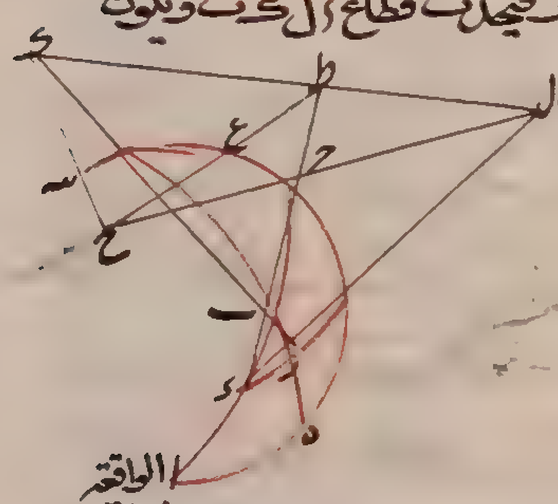


قطاع ل ط ز ب السطحي ويكون فيه نسبة ب ط الى ط ز اعني نسبة جيب قوس ح ع
الى جيب قوس ع ا مولفة من نسبة ب ك الى ك ز اعني نسبة جيب قوس ب س
الى جيب قوس س ز ومن نسبة ز ل الى ل ا اعني نسبة جيب قوس ز ح الى جيب
قوس ح ا ولكون ب ع تمام ب ا و ع ا تمام ا ا و ب س تمام ب ه و س ز تمام ز ه و ز ح
تمام ز ح و ح ا تمام ا ح فاذا نقلنا البيان الى قطاع ا ب ح ز المفروض كانت نسبة
جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ا مولفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ز ومن نسبة جيب قوس ع
ز ح الى جيب قوس ح ا وهو المطلوب واما في النوع الخامس وهو ان يكون ا ابعد النقطه و ز اقربها فلنرسم القطاع
ع ه ز ز المخصوص بالبيان مع القطاع المفروض ونخرج الاوتار وانصاف الاقطار فيحدث قطاع ط ك ز ا السطحي
ويكون فيه نسبة ب ط الى ط ا اعني نسبة جيب قوس ب ع الى جيب قوس ع ا مولفة من نسبة ب ك الى ك ز

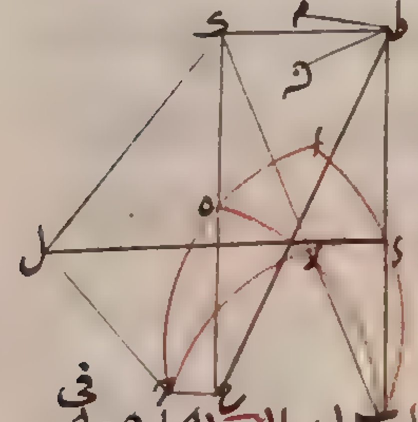
اعني



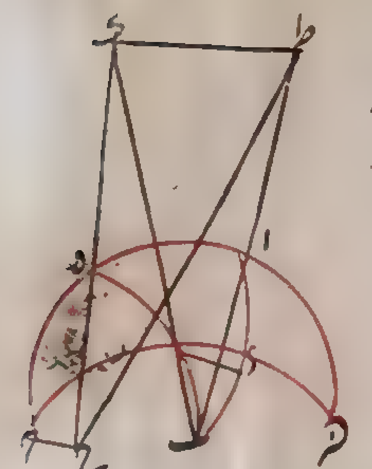
اعني نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ز ه ومن نسبة ز ل الى ل ا اعني نسبة جيب قوس
ز ح الى جيب قوس ح ا ولكون ب ع تمام ب ا و ع ا تمام ا ا كانت في القطاع المفروض
نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ا مولفة من نسبة جيب قوس ب ه الى
جيب قوس ز ه ومن نسبة جيب قوس ز ح الى جيب قوس ح ا وهو المطلوب واما
في النوع السادس وهو ان يكون ا ابعد النقطة و ب اقربها ولنرسم قطاع ح ا س ز
المخصوص بالبيان مع قطاع ا ب ح ز المفروض ونخرج الاوتار وانصاف الاقطار فيحدث قطاع ا ل ك ب ويكون فيه



نسبة ب ط الى ط ا اعني نسبة جيب قوس ب ع الى جيب قوس ع ا مولفة من نسبة
ب ك الى ك ز اعني نسبة جيب قوس ب س الى جيب قوس س ز ومن نسبة ز ل
الى ل ا اعني نسبة جيب قوس ز ح الى جيب قوس ح ا ولكون ب ع تمام ب ا و ع ا
تمام ا ا و ب س تمام ب ه و س ز تمام ز ه واذا نقلنا البيان الى القطاع المفروض
كانت نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ا مولفة من نسبة جيب قوس ب ه
الواقعة
الى جيب قوس ز ه ومن نسبة جيب قوس ز ح الى جيب قوس ح ا وهو المطلوب واما في النوع الاول من الانواع الستة
في القسم الثاني وهو ان يكون نقطة ب ابعد من نقطتي ا ز المتساويتي البعد ويكون القطاع المخصوص بالبيان اما
قطاع ا ب ح ز المفروض واما قطاع ه ز ب ا ونخرج فيهما اوتار المثلث المعطل وانصاف اقطار الركن المعطل فيلاقي في

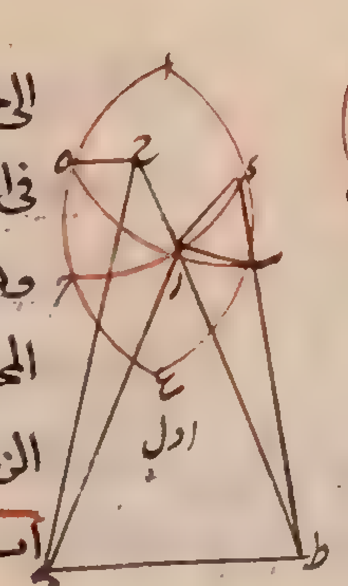


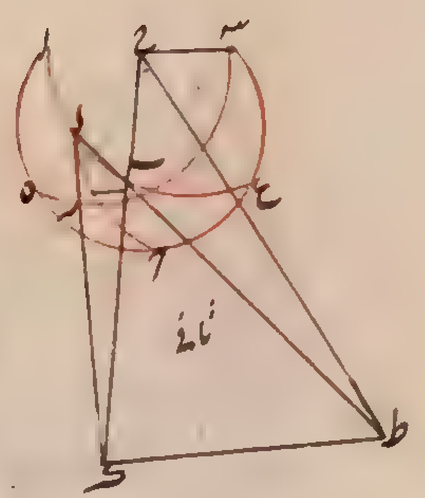
القطاع الاول وتر ب ا ونصف قطر ح ا على ط و وتر ب ز ونصف قطر ح ه على ك
ونصل ك ا ولكون بعدي ا ز من سطح دائرة ا ه ح اعني العمودين الواقعين منهما عليه
متساويين يمتنع ان يلاقي وتر ا ز ذلك السطح ولكن وتر ا ز ونصف قطر ح معا
في سطح واحد وهو سطح دائرة ا ز ح وامتناع ملاقاتهما يكونان متوازيين وبوقوع
نقطتي ط ك في سطحي المثلث والدائرة المعطلين يكون الخط الواصل بينهما فصلا مشتركا بينهما وموازيا لـ ا ز الكائن معه في
سطح المثلث المعطل اما اولا فلامتناع الملاقاة بين خط ا ز وسطح الدائرة المعطلة واما ثانيا فلان ط ك موازي لـ ح ا الكائن
معه في سطح دائرة ا ه ح والا فليلقه عند ل وحينئذ يكون ا ز ل خطا مستقيما لكون نقط ا ز ل في سطحي المثلث المعطل
ودائرة ا ز ح فيكون ا ز الموازي لـ ح ا ملاقيا له هذا خلف ولما ثبت توازي ط ك ح ا وكان ح ا موازيا لـ ا ز



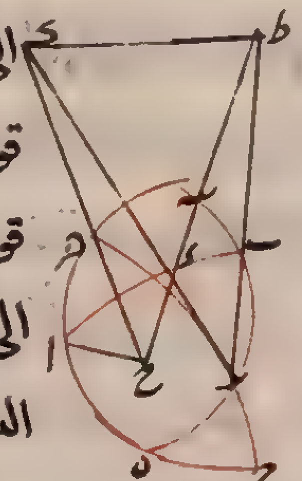
فـ ط ك موازي لـ ا ز واما ثالثا فلان ط ك لو لم يكن موازيا لـ ا ز لم يكن ايضا موازيا لـ ح ا الموازي له ولنخرج ط م في سطح
المثلث ب ا ز موازيا لـ ا ز و ط م في سطح دائرة ا ه ح موازيا لـ ح ا فيكون ط م لكونه موازيا لـ ا ز الموازي لـ ح ا موازيا لـ ح ا ولكونه
موازيا لـ ح ا الموازي لـ ط ك موازيا لـ ط ك لكنه ملاق له على ط هذا خلف فاذن ط ك موازي لـ ا ز واذا ثبت هذا كانت نسبة
ب ط الى ط ا اعني نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ا كنسبة ب ك الى ك ز اعني نسبة جيب قوس ب ه الى جيب
قوس ه ز واذا اضفنا الى النسبة الثانية نسبة جيب قوس ز ح الى جيب قوس ح ا المتساويين في القطاع المفروض اعني
في الشكل الاولى او نسبة جيب قوس ز ز الى جيب قوس ز ا المتساويين ايضا في القطاع المخصوص من الشكل الثاني كانت
نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ا مولفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ز التي هي مثلها واما
من نسبة جيب قوس ز ح الى جيب قوس ح ا التي هي نسبة المثل وذلك في الشكل الاول او من نسبة جيب قوس ز ز

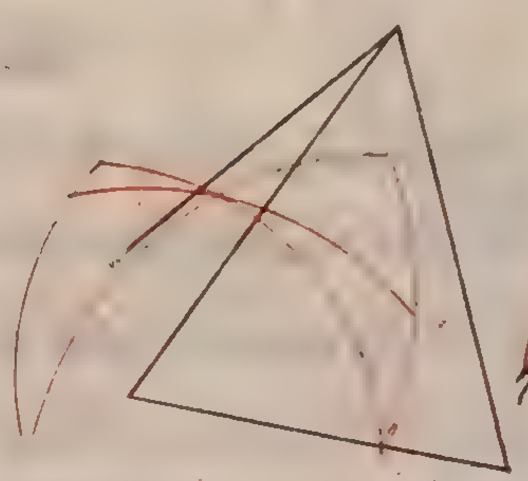
لك
الى جيب قوس ب ا التى هى نسبة جيب قوس ه ح الى جيب قوس ح ا بعينه وذ
ية
فى الشكل الثانى وهو المطلوب واما فى النوع الثانى من الانواع الستة الثا
وهو ان يكون نقطة ا ابعد من نقطتى ب ر المتساويتى البعد ويكون القطاع
المخصوص بالبيان على تقدير كون نقطة ب على الزاوية الثانية ونقطة ه على
الزاوية المشتركة قطاع ع ه ا ب وعلى تقدير عكسه قطاع ح ا سه ب فلنرسمها مع
ا ب ح ر المفروض ونخرج وترى ا ب ا ر ونصفى قطرى ح ع ح ح الى ان يلتقيا

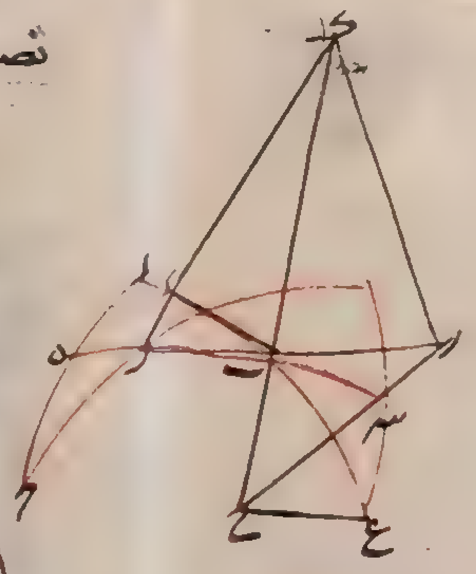




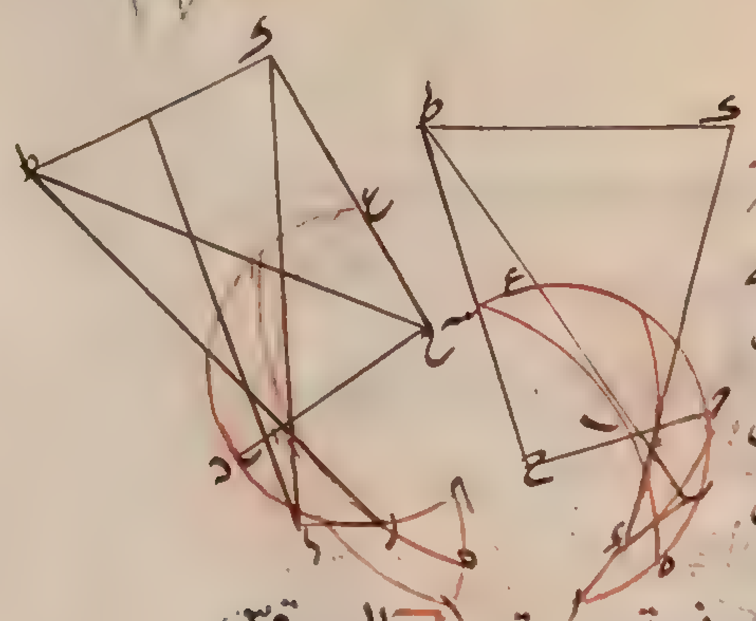
على ط ك ونصل وترب ر ونصفى قطرى ح ه ح سه وثبت انهما مع وترب ه وخط ط ك متوازية فيكون فى مثلث ا ط
جيب
نسبة ب ط الى ط ا اعنى نسبة جيب قوس ب ع الى جيب قوس ع ا كنسبة ه ك الى ك ا اعنى نسبة جيب قوس ه ح الى
سه
قوس ح ا وكانت نسبة جيب قوس ه ب الى جيب قوس ه ر نسبة المثل وكذلك نسبة جيب قوس ر سه الى جيب قوس
فى قطاع ع ه ا ر ح ا سه ب نسبة جيب قوس ب ع الى الجيب قوس ع ا مؤلفة من نسبة المثل التى هى اما نسبة جيب قوس
ب ع
ب ه الى ه ر واما نسبة قوس ب سه الى سه ه ومن نسبة مثلها وهى نسبة جيب قوس ه ح الى جيب قوس ح ا ولكون
تمام ب ا وم ا تمام ب ه وسه ه تمام ه ه فاذا انقلنا البيان الى قطاع ا ب ح ر المفروض كانت نسبة جيب قوس ب ا الى ا ر
لث
مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه الى ه ر ومن نسبة جيب قوس ه ح الى قوس ح ا وهو المطلوب واما فى النوع الثا
منها وهو ان يكون نقطة ه ابعد من نقطتى ب ا المتساويتى البعد ويكون القطاع المخصوص اما ذرع ه ب وذلك على تقدير
ان يكون على الزاوية المشتركة واما سه ر ا وذلك على تقدير ان يكون على الزاوية المشتركة ا فنرسمها مع القطاع المفروض ونخرج
وترى ر ب ر ا ونصفى قطرى ح سه ح ذ الى ان يلاقيانهما عند نقطتى ط ك ونصل ط ك ب ا فيكونان متوازيين كما مر و
نصل قطرح ا وح ع ويكون موازيا لهما ويكون فى مثلث ح ط ك نسبة ب ط الى ط ر اعنى نسبة جيب قوس ب سه



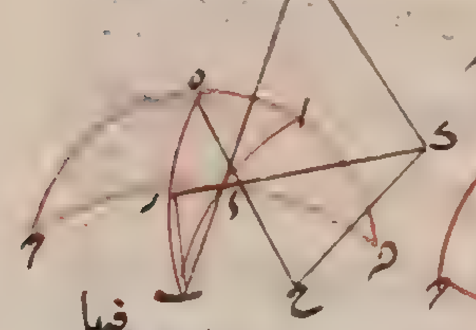


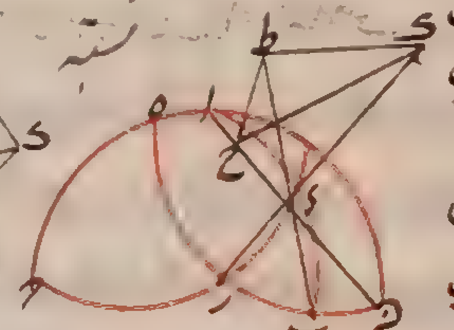


الى جيب قوس سه ر كنسبة ا ك الى ك ر اعنى نسبة جيب
جيب
قوس ا ذ الى جيب قوس ذ ر ففى قطاع ذ ع ب ه نسبة
قوس ب ع الى جيب قوس ا ع اعنى نسبة جيب قوس ب ا
الى جيب قوس ا ا التى هى نسبة المثل وفى قطاع سه ر ا ملك
النسبة بعينها مؤلفتان من نسبة جيب قوس ب سه
الى جيب قوس سه ر ومن خلافهما اعنى نسبة جيب قوس ر ذ الى جيب قوس ذ ر ولكون ب سه تمام ب ه و سه ر
تمام ر ه و ذ ر تمام ا ح فاذا انقلنا البيان منها الى القطاع المفروض كانت نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ر
مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ر ومن نسبة جيب قوس ر ح الى جيب قوس ا ح وهو
المخصوص
المطلوب واما فى النوع الرابع وهو ان يكون نقطة ب اقرب من نقطتى ا ر المتساويتى البعد ويكون القطاع
على تقدير كون ا على الزاوية الاولى هو قطاع ح ا سه ب وعلى تقدير كون ر على الزاوية الاولى هو قطاع ذ ع ر ب فلنرسمها
ى
مع القطاع المفروض ونخرج وترى ا ب ر ب ونصفى قطرى ح سه ح ع الى ان يلتقيا على ط ك ونصل ا ر ونصفى قطر
ب
ح ح ذ ونبين توازيها بمثل ما مر فيكون لتشابه مثلثى ا ر ب ب ط ك نسبة ك ب الى ك ا اعنى نسبة جيب قوس ع
الى جيب قوس ع ا كنسبة ط ب الى ط ر اعنى نسبة جيب قوس سه ب الى جيب قوس سه ر ففى قطاع ح ا سه ب ذ ع ر ب
نسبة

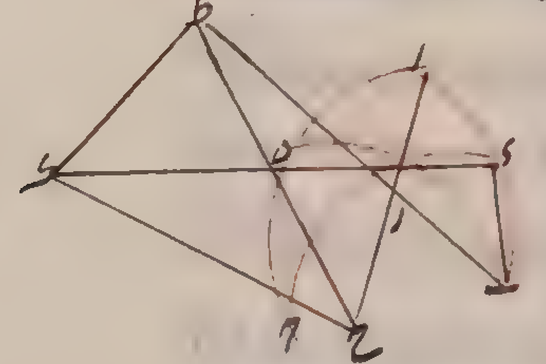


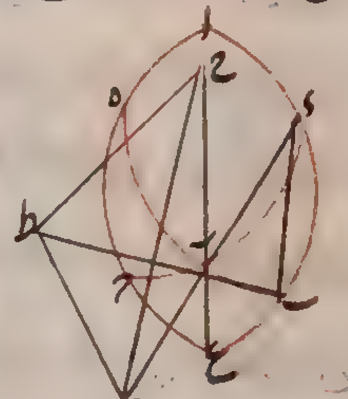
نسبة جيب قوس ب ع الى جيب قوس ع ا مؤلفة من نسبة جيب قوس ب سه
الى جيب قوس سه ر التى هى مثلها ومن نسبة المثل التى هى فى القطاع الاول نسبة
جيب
جيب قوس ه ح الى جيب قوس ح ا وفى القطاع الثانى نسبة جيب قوس ر ذ الى
فى
قوس ذ ا ولكون ب ع تمام ب ا وع ا تمام ا ا وب سه تمام ب ه وسه ر تمام ر ه
الى
القطاع الاول و ذ ر تمام ر ح و ذ ا تمام ح ا فى الآخر يكون نسبة جيب قوس ب ا
جيب قوس ا ا مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ر ومن نسبة جيب قوس ر ح الى جيب قوس
المخصوص
ح ا وهو المطلوب واما فى النوع الخامس وهو ان يكون نقطة ا اقرب من نقطتى ب ر المتساويتى البعد ويكون القطاع
على تقدير كون ر على الزاوية الاولى وهو قطاع سه ر ا وعلى تقدير كون ب عليها هو قطاع ه ذ ب ا فلنرسمها مع القطاع
المفروض ونخرج وترى ب ا ب ر ونصفى قطرى ح ذ ح ا الى ط ك ونصل ا ك ب ر ونصفى قطرى ح سه ح ه ونبين توازيها
فيكون لتشابه مثلثى ا ر ر ك ط نسبة ب ط الى ط ا اعنى نسبة جيب
قوس
قوس ب الى جيب قوس ا كنسبة ر ك الى ك ا اعنى نسبة جيب



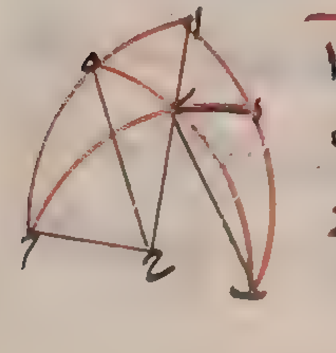


ر ذ الى جيب قوس ذ ا ففى القطاعين نسبة جيب قوس ب ا الى
جيب قوس ا ا مؤلفة من نسبة المثل التى هى فى الاول نسبة جيب
فيها
قوس ب سه الى جيب قوس سه ر وفى الثانى نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ر ومن نسبة مثل المؤلفة وهى
فى
نسبة جيب قوس ر ذ الى جيب قوس ذ ا ولكون ب سه تمام ب ه وسه ر تمام ر ه و ر ذ تمام ر ح و ذ ا تمام ح ا يكون
قوس ر ح
جيب
القطاعين نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ا مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ر ومن نسبة
الى جيب قوس ح ا وهو المطلوب واما فى النوع السادس وهو ان يكون نقطة ر اقرب من نقطتى ب ا المتساويتى البعد ويكون
القطاع المخصوص على تقدير كون ا على الزاوية الاولى هو قطاع ع ه ا ر وعلى تقدير كون ب عليها هو قطاع ا ب ح ر ولنرسم
الاول مع القطاع المفروض والثانى وهو بعينه المفروض ونخرج وترى ب ر ا ر ونصفى قطرى ح ه ح ح الى ط ك ونصل

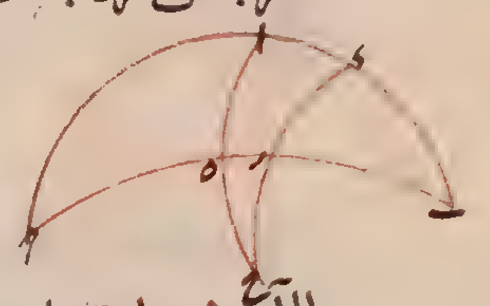


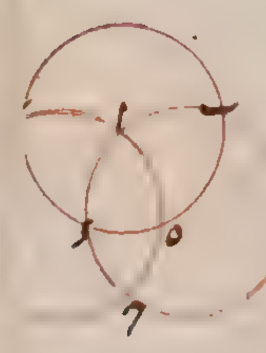


ط ك ا ب ح ع ا ح او نبين توازيها فيكون لتشابه مثلثى ب ا ر
ر ط ك نسبة ب ط الى ط ر اعنى نسبة جيب قوس ب ه الى جيب
قوس ه ر كنسبة ا ك الى ك ر اعنى نسبة جيب قوس ا ح الى
جيب قوس ح ر ونسبة جيب قوس ب ع الى جيب قوس ع ا
من
فى القطاع الاول نسبة المثل وكذلك نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ا فيه وفى الثانى جميعا فهى مؤلفة فى كليهما
المطلوب
نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ه ر ومن خلافها اعنى من نسبة جيب قوس ر ح الى جيب قوس ح ا وهو
الثلث
واما فى النوع الواقع فى القسم الثالث وهو الثالث عشر من الانواع الممكنة وهو ان يكون ابعاد نقط ب ا ر التى على زوايا
نقطة
من سطح الدايرة المعطاة متساوية فلنرسم القطاع المفروض ونصل اوتار المثلث المعطى وانصاف الاقطار الخارجة الى



الركن المعطى فيكون كل وتر موازيا للنصف قطر الدايرة التى يكون ذلك الوتر فى سطحها ب ا ح ا
و ب ر ح ه و ا ر ح ح فيكون فيه نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ا نسبة المثل وكذلك
جيب
نسبة جيب قوس ب ه الى جيب قوس ر ه ونسبة قوس ر ح الى جيب قوس ح ا ولكون كل نسبة

مثل مؤلفة من نسبتين كل واحد منها مثلها يكون نسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا د مؤلفة من النسبتين المذكورتين
وهو المطلوب وههنا تم البرهان على الدعوى المعروفة بتركيب بطلميوس وبمثل هذا البيان يمكن اقامة البرهان على كل
ضرب من ضروب الدعوى الاولى يكون المثلث المعطل فيه اما مثلث ب د ز واما مثلث ه ا ح ويكون على الترتيب و

تفصيل ذلك يقتضي تطويل الكلام ولا حاجة لمن وقف على القوانين الى ذلك واذا تبين هذا
الضرب اعني المعروف بتركيب بطلميوس فان اردنا ابدلنا به وبينا الضرب المعروف بتفصيله
بناء عليه بعكس ما عمله بطلميوس حتى يكون على كل ضرب منها برهانان احدهما على سبيل الابتداء
والآخر مبني على برهان الضرب الآخر ولبيان التفصيل على بيان التركيب نعيد الشكل الذي اوردناه في عكسه ونقول
لما تبين مما ذكرنا ان في قطاع ا ح ح ه نسبة جيب قوس د ا مؤلفة من نسبة جيب قوس ح د الى جيب قوس ز ه ومن نسبة
جيب قوس ه ح الى جيب قوس ح ا وكانت قوس ب د تمام قوس د ح من نصف الدور وقوس ب ز تمام قوس ح ز كانت
نسبة جيب قوس ب د الى جيب قوس د ا مؤلفة من نسبة جيب قوس ب ز الى جيب قوس ز ه ومن نسبة جيب قوس ه ح
الى جيب قوس ح ا وهو المعروف بالتفصيل وذلك ما اردنا **الفصل الرابع** في بيان النسب الواقعة في باقي ضروب الدعاوى
الواقعة في القطاع الكرى لما تبين في قطاع ا ب ح د ضروب الدعوى الاولى على الترتيب صارت التي يكون بالعكس او التشويش
وضروب الدعويين الباقيين بتمامها ثابتة وذلك من جهة اعتبار لوازم النسب المؤلفة الواقعة فيها فليكن المعلوم اولا
الضرب المعروف بتفصيل بطلميوس وهو ان نسبة جيب قوس ب د الى جيب قوس د ا مؤلفة من نسبة جيب قوس
ب ز الى جيب قوس ز ه ومن نسبة جيب قوس ه ح الى جيب قوس ح ا فيكون فيه جيوب قسي ب د ز ه ح ا من الحيز الاول ١
وجيوب قسي د ا ب ز ه ح من الحيز الثاني فان اعتبرنا تاليف نسبة جيب قوس ب د الى جيب قوس ب ز من نسبة
جيب قوس د ا الى جيب قوس ح ا ومن نسبة جيب قوس ه ح الى جيب قوس ه ز كان من الدعوى الثانية على الترتيب
فان اعتبرنا تاليف نسبة جيب قوس ب د الى جيب قوس ه ح من نسبة جيب قوس د ا الى جيب قوس ه ز ومن نسبة
جيب قوس ب ز الى جيب قوس ح ا كان من الدعوى الثالثة على الترتيب وبالجملة باعتبار اللوازم المتعاكسة الخمسة والثلثين
المذكورة في المقالة الاولى لكل نسبة مؤلفة يصير جميع ضروب الدعاوى المذكورة في القطاع السطحي معلومة الآن بياناتها لم
يكن هناك للبعض بتوسط البعض وههنا يكون لما عدا الدعوى الاولى على الترتيب بتوسطها وهذا هو الوجه فيما قلنا
في آخر الفصل الثاني من المقالة الثانية من كون الدعاوي الاولى على الترتيب اصلا وما عداها فروعا له وما اشبه هذه
الدعاوي باشكال المنطق فان الشكل الاول كالاصل وما عداه كالفروع والله اعلم **الفصل الخامس** في الاشارة الى فائدة هذا
الشكل واختتام الكلام فيه فائدة هذا الشكل الوقوف على كيفية معرفة مقادير القسي الحادثة من تقاطع الدواير العظام في
سطح الكرة بعضها بتوسط البعض الآخر وقد بينا في المقالة الاولى الوجه في تعرف كل حد من الحدود الستة الواقعة في النسبة
المؤلفة بتوسط الحدود الخمسة الباقية فبهذه القوانين يتوصل الى المطالب المذكورة بما يقع في القسي الستة التي هي
حدود النسبة قوسان مجهولان يتصل احديهما بالاخرى على وجه التركيب او التفصيل ويصير نسبة جيب احديهما الى جيب
الاخرى معلومة بتوسط النسبتين الاخريين فيكون القانون في معرفة كل واحدة منها هو ما ذكرنا في المقالة الثالثة فهذه
فائدة هذا الشكل ولم يزل قدماء علماء الهندسة يستعملون هذا الشكل في هذه المطالب وعليه يعتمدون ولذلك اورده
مانالاوس في كتابه في الكرات وبطلميوس في صدر كتابه الموسوم بالمجسطي اما المتاخرون فلتحاشيهم من التعب الذي يقع
في ضبط

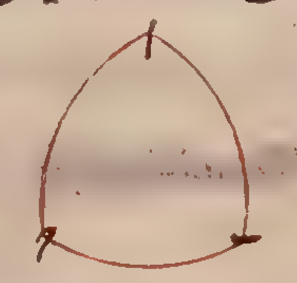
في ضبط اختلافاته ونسبه ومن الكلفة التي في العمل بالنسبة المؤلفة استنبطوا اشكالا تقوم مقام القطاع في فوائده ولا يقع فيها اختلافا
كثيرا ولا نسبة مؤلفة واستعملوها بدله وان لما اشبعت الكلام في هذا الشكل رايت ان اذيله بطرق المتاخرين فيكون هذا
الكتاب وافيا لجميع ما يتعلق بهذا النمط من العلم ان شاء الله تع **المقالة الخامسة** في بيان اصول يقوم في معرفة الدواير العظام التي
على الكرة مقام الشكل القطاع سبعة فصول **الفصل الاول** في صفة الزوايا الحادثة من تقاطع الدواير العظام على سطح الكرة
اذا تقاطعت دايرتان عظيمتان في سطح الكرة على نقطتين متقابلتين وحدثت حول كل نقطة منهما اربع زوايا واردنا ان
نعرف مقاديرها جعلنا تلك النقطة قطبا وتوهمنا عليها في سطح الكرة دايرة عظيمة ببعد ضلع مربع يقع في احدى تلك
الدواير فغير تلك الداير بمنتصف النقطتين المتقابلتين ويكون منطقة لها على ما بينه ثاوذوسيوس في الشكل الثاني عشر
من المقالة الاولى من كتابه في الاكر والدايرتان الاوليان تقسمان هذه المنطقة باربعة اقسام يكون كل قسم منها وتر الزاويتين
متقابلتين من الزوايا الثماني الحادثة حول تينك النقطتين ومقداره من الاجزاء الثلثمائة والستين التي يكون اجزاء
جميع المنطقة هو مقدار كل واحدة من الزاويتين المتقابلتين وعند ذلك الوتر يكون غاية البعد بين ضلعي كل زاوية
من المذكورتين وظاهر من ذلك ان تينك الزاويتين يكونان متساويتين ثم ان كانت كل واحدة من الدايرتين الاوليين
قائمة على الاخرى كان كل قسم من الاقسام الاربعة التي للمنطقة ربع الدور اعني تسعين درجة وهو مقدار الزاوية
القائمة وان كان تقاطعهما على غير قوائم كان وتر الحادة اقل من الربع ووتر المنفرجة اكثر منه ومجموع كل حادة ومنفرجة متماستين
لنصف الدور ويكون كل واحدة من الباقيتين مساوية لما يقابلها الحادة للحادة والمنفرجة للمنفرجة ولتكن الدايرتان

دايرتي ا ب ح د ا ه ح ز وقد تقاطعتا على نقطتي ا ح فحدثت حول ا زوايا ب ا ه ه ا د د ا ز ز ا ب الاربع وحول ح زوايا
ب ح ه ه ح د د ح ز ز ح ب الاربع ولنرسم لها على نقطتي ا ح ببعد ضلع المربع منها دائرة ب ه د ز فهي كالمنطقة لهما وقد انقسمت
بها باقسام ب ه ه د د ز ز ب الاربعة وهي اوتار لكل اربع زوايا من التي حدثت حول القطبين فب ه وتر لزاويتي ب ا ه ب ح ه
وهو مقدارهما وعند نقطتي ب ه غاية التباعد بين قوسي ا ب ح ا ه ح وايضا ه د مقدار زاويتي ه ا د ه ح د ود ز مقدار
زاويتي د ا ز د ح ز وز ب مقدار زاويتي ز ا ب ز ح ب وقد ظهر ان زاويتي ب ا ه ب ح ه متساويتان لاتحاد مقداريهما
وهكذا في الباقية فان كانت قطع دائرة ا ب ح الدائرة ا ه ح على قوائم كانت الاقسام الاربعة متساوية وان لم يكن كذلك
وكانت زاوية ب ا ه حادة مثلا كانت زاوية ه ا د منفرجة وهي تمامها من نصف الدور وكانت زاوية ب ا ه
مساوية لزاوية د ا ز وذلك لان كل واحدة من قوسي ب ه د ز نصف الدور فهما متساويتان وتلقى ه د المشتركة بقيت
ب ه مساوية لد ز وبمثله نبين ان زاوية ه ا د مساوية لزاوية ز ا ب وقد تبين ان من الزوايا الثماني الحادثة من تقاطع
كل دائرتين لم يقم احديهما على الاخرى اربع حادات متساويات واربع منفرجات متساويات وان كل حادة ومنفرجة
معا مساويتان لقائمتين **الفصل الثاني** في صفة المثلثات الحادثة في سطح الكرة من تقاطع الدواير العظام وذكر انواعها
كل مثلث يحدث من العظام في بسيط الكرة فمن الواجب ان يحدث معه سبع مثلثات وذلك لان كل مثلث انما يحدث من
ثلث قسي هي اجزاء من مثلث دواير عظام متقاطعة وكان الدايرتين المتقاطعتين يقسمان سطح الكرة باربعة اقسام فا
الثالثة المقاطعة لهما يقسم كل قسم الى قسمين ويصير الجميع ثماني مثلثات فاذن كل مثلث يحدث معه سبع مثلثات فليكن
المثلث ا ب ح واذا اتممنا دواير اضلاعه وهي دايرة ا ب ح ه ودايرة ا ح ه ز ودايرة ب ح ز حدث سبع مثلثات اخرى
هي مثلثات ا ب ز ا ه ب ه ب ح ح ز ه ز ا ح ز ا ب ز ا ه ب ه د وجميع سطح الكرة قد انقسم بهذه المثلثات الثماني وقد وقعت عليها

ست تقاطعات واثني عشر قوسًا وثماني مثلثات واربع وعشرون زاوية وكما ذكرنا في قسمة سطح الكرة بالقطاعات يكون ههنا ايضًا المثلثات
الاربعة الواقعة في نصف من السطح شبيهة ومساوية للاربعة التي تقع في النصف الآخر كل واحد لنظيره مثلًا مثلث ا ح ر يشبه ويساوي

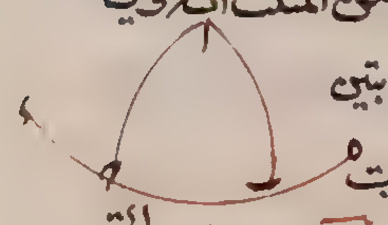
مثلث ؤ ه ب وذلك لان ضلع ب ه وضلع ا ح يساوي ضلع ا ه وضلع ح ر يساوي ضلع ب ؤ وزاوية
ر ا ح المقابلة لذ ا ب مساوية لها وهي مساوية لزاوية ؤ ه ب وزاوية ا ر ح مساوية لزاوية ا ب ح وهي
مساوية لمقابلتها اعني زاوية ا ب ه وزاوية ا ح ر المقابلة لزاوية ب ح ه المساوية لزاوية ب ؤ ه
كذلك في سائر المثلثات والاربعة الواقعة في نصف السطح من المثلثات يتوافق كل اثنين منها في
زاوية وضلع ويكون كل واحد من الضلعين والزاويتين الباقيتين تماما لنظيره مثلًا مثلث ا ب ح وقع مع مثلث ح ه
في النصف الذي عليه ا ه ر ب و قد توافقا في زاوية ح فان زاوية ا ح ب مساوية لزاوية ر ح ه وفي ضلعي ا ب ه ر فانهما
متساويان وايضًا ضلع ب ح تمام ضلع ح ر وضلع ا ح تمام ضلع ح ه وزاوية ب ا ح المساوية لزاوية ب ه ح تمام زاوية ح ر ه
وزاوية ا ب ح المساوية لزاوية ا ر ح تمام زاوية ح ر ه وقس على ذلك في سائر المثلثات فاذن اذا عرفنا حال حال مثلث
واحد عرفنا منه حال المثلثات الثمانية باسرها واعلم ان حصر انواع المثلثات يكون اما باعتبار الاضلاع واما باعتبار الزوايا
اما باعتبار الاضلاع ففي كونها مساوية للربع او اقل او اكثر فيكون عشر انواع هي هذه ا الاضلاع ارباع تامة ب ضلعان
ربعان والثالث اصغر من ربع ح ضلعان ربعان والثالث اعظم ؤ ضلع ربع والباقيان اصغر ه ضلع ربع والباقيان اعظم
و ضلع ربع واخر اصغر والثالث اعظم ر كل واحد اصغر من الربع ح اثنان اعظم منه والثالث اصغر ط اثنان اصغر منه
والثالث اعظم ى كل واحد منها اعظم من الربع وهذه الانواع يحصل من خمسة انواع من التقاطع فان المثلث اذا كان
من النوع السابع اعني يكون كل واحد من اضلاعه اصغر من الربع كانت المثلثات الواقعة معه في نصف سطح الكرة
جميعًا من النوع الثامن اعني يكون ضلعان منه اعظم من الربع والثالث اصغر وذلك لان الثلثة الاول يوافق كل واحد
من الثلثة الباقية في ضلع فيكون في كل واحد منها ضلع اصغر من الربع ويكون الضلعان الباقيان تمامي الباقيتين من
كل واحد من الثلثة الباقية فيكون في كل واحد منها ضلعان كل واحد منها اعظم من الربع وبهذا البيان يتبين انه ان كان
المثلث المفروض من النوع الثامن كان اثنان من الثلثة الباقية ايضًا من ذلك النوع وواحد من النوع السابع فاذن
هذان النوعان اعني السابع والثامن متلازمان ويحدثان من نوع واحد من التقاطع وايضًا النوع الرابع والنوع
الخامس والنوع متلازمة ويكون من المثلثات الاربعة واحد من الرابع وواحد من الخامس واثنان من السادس
وايضًا النوع التاسع والعاشر متلازمان ويكون من المثلثات ثلثة من النوع التاسع وواحد من العاشر وايضًا النوع
الثاني والنوع الثالث متلازمان ويكون من المثلث اثنين من كل نوع منها والنوع الاول لا يلازم غيره بل ينعكس
على نفسه لتشابه المثلثات الاربع وتساويها فيه فاذن انواع التقاطع خمسة ا الذي يحدث مثلثات من النوع
الاول ب الذي يحدث مثلثات من النوع الثاني والثالث ح الذي يحدث منه مثلثات من النوع الرابع والنوع
والنوع الخامس والنوع السادس ؤ الذي يحدث منه مثلثات من النوعين السابع والثامن ه الذي يحدث منه
مثلثات من النوعين التاسع والعاشر واما حصر المثلثات باعتبار الزوايا في كونها قوايم او غير قوايم فعشرة ايضًا هي هذه
ا الزوايا الثلث قوايم ب اثنتان قايمتان والثالثة حادة ح اثنتان قايمتان والثالثة منفرجة ؤ احديها قايمة و
الباقيتان حادتان ه احديها قايمة والباقيتان منفرجتان و احديها قايمة والاخرى حادة والثالثة منفرجة ر كلها
حادة

17

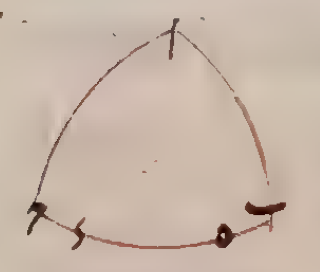
حادة ح احديها حادة والباقيتان منفرجتان ط كلها منفرجة ى احديها منفرجة والباقيتان حادتان وانواع التقاطع المقتضية لحدوث
هذه المثلثات ايضًا خمسة ا الذي يحدث منه النوع الاول وحده ب الذي يحدث منه النوع الثاني والثالث ح الذي يحدث منه
النوع الرابع والخامس والسادس ؤ الذي يحدث منه النوع السابع والثامن ه الذي يحدث منه النوع التاسع والعاشر و
كيفية تلازم هذه المثلثات وحدوثها من هذه الانواع الخمسة يتبين مما قدمناه الفصل الثالث في احكام انواع المثلثات واعتبارها
بالخصوص والعموم ولنبدا بتفصيل انواع العشرة الاولى ا كل مثلث يكون اضلاعه ارباعًا يكون زواياه قوايم بالضرورة وقطب كل
ضلع نقطة الزاوية التي يوترها ذلك الضلع وليكن المثلث ا ب ح فلكون البعد بين نقطة ا وبين كل واحدة من نقطتي ب ح اعني



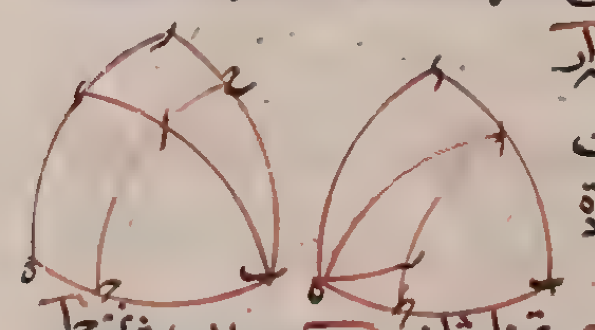
وتري ضلعي ا ب ا ح بقدر ضلع المربع الواقع في دايرة عظيمة يقع في سطح الكرة فاذن نحن رسمنا على قطب ا بهذا
البعد دايرة عظيمة كان قوس ب ح منها وقد تبين ذلك في الشكل السابع والثامن عشر من المقالة الاولى
من كتاب الاكر وكذلك القول في سائر الزوايا والاضلاع ولكون كل ضلع ربعًا كانت الزوايا المتقابلة
لها قوايم ب كل مثلث يكون ضلعاه ربعين والثالث اصغر من الربع يكون زاويتان فيه قايمتان وواحدة حادة وهي يكون
قطبا لوترها ويقع قطبا الضلعين الذين يوتران القايمتين على وتر الحادة خارجين من المثلث فليكن المثلث ا ب ح وليكن



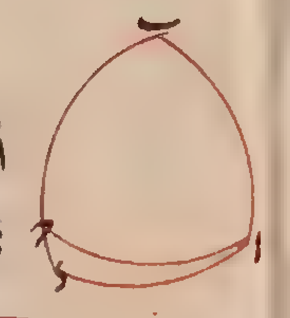
ا ب ا ح ربعين و ب ح اصغر منه فيكون نقطة ا قطبًا لدايرة ب ح كما مر ويكون زاويتا ب ح قايمتين لما بين
في الشكل السادس عشر من المقالة الاولى من الاكر ولكون ب ح اقل من الربع يكون زاوية ا حادة واذا اخرجت
قوس ب ح في جهتها وجعلنا ب ؤ مساوية لـ ا كان ؤ قطب دايرة ا ب وايضًا اذا جعلنا ح ه مساوية لـ ا كان ه قطب دايرة
ا ح ح كل مثلث يكون ضلعاه ربعين والثالث اعظم كانت زاويتان فيها قايمتين وواحدة وهي التي يوترها الضلع الذي
هو اعظم من الربع منفرجة ونقطة الزاوية المنفرجة قطبًا لوترها وقطبا الضلعين الآخرين على وتر المنفرجة داخل المثلث
فليكن المثلث ا ب ح وليكن ا ب ا ح ربعين و ب ح اعظم منه فيكون ا قطبًا لـ ب ح كما مر وزاويتا



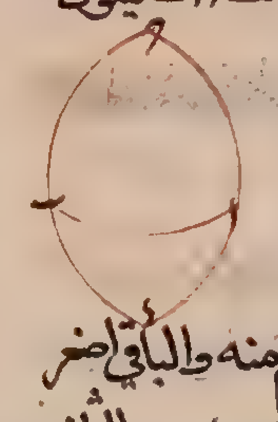
ب ح قايمتين ولكون ب ح اعظم من الربع يكون زاوية ا منفرجة ونفصل ب ؤ بقدر الربع فيكون ؤ
قطب الضلع ا ب وايضًا نفصل ح ه بقدر الربع فيكون ه قطب الضلع ا ح ؤ كل مثلث يكون احد اضلاعه
ربعًا والباقيان اصغر منه كانت الموترة بالربع منفرجة والاخريان حادتان واقطاب الاضلاع خارجة عن المثلث ولنقدم
على بيانه مقدمة هي ان نقول كل زاوية قايمة او حادة كان ضلعاها اصغر من الربع لوترها ايضًا اصغر من الربع فليكن زاوية
ا ب ح قايمة وكل واحد من ا ب ب ح اقل من الربع ونرسم وتر ا ح فنقول هو ايضًا اقل منه برهانه نخرج ب ا ب ح الى ان يصير
ربعين عند نقطتي ؤ ه ونرسم ؤ ه ونخرج ه ا من العظام على ما مر ثاوذوسيوس في الشكل الحادي والعشرين من المقالة
الاولى من كتابه في الاكر ولكون ه قطبًا لـ ؤ يكون ه ا ربعًا كما تبين في الشكل السابع عشر من المقالة المذكورة و ا ح ان كان ربعًا
كان ا قطبًا لـ ح ه لكون قطب ح ه هو ؤ هذا خلف وان كان ا ح اعظم من الربع نفصل منه ا ر



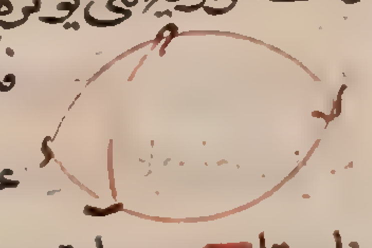
بقدر الربع ونرسم على قطب ا قوس ه ر من العظام فيكون زاوية ا ه ر قايمة وكانت
زاوية ا ب قايمة هذا خلف فاذن ا ح اصغر من الربع واما ان كانت زاوية ا ب ح حادة
اخرجنا ضلعي ب ا ب ح الى ان يصير ا عند ؤ ه ربعين و ر سمنا على قطب ه ربع ب ر وتممنا مثلث ب ر ه من الارباع ثم نخرج ح ا
الى ان يخرج من المثلث على ح فان وقعت نقطة ح على احد ضلعي ب ر ر ه كان ح ح اصغر من الربع و ح ا اصغر كثيرًا منه
كما مر وان وقعت على زاوية ر كان ح ح ربعًا و ح ا اصغر منه وذلك ما اردناه وبعد تقديم هذه المقدمة نقول فليكن المثلث



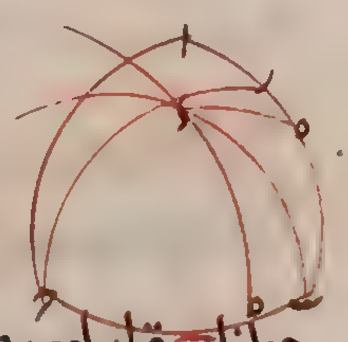
الموصوف اب ج وليكن اب ربعًا وكل واحد من اج ب ج اصغر منه فان كانت زاوية ج قايمة او حادة كان اب اقل من الربع وقد فرضناه ربعًا فاذن زاوية ج منفرجة ونخرج ب ج الى ان يصير ب د ربعًا ونرسم على قطب ب ببعد ضلع المربع اد فيكون زاوية د ا ب قايمة فيكون زاويتي ا ج قايمة حادة وبمثله يتبين ان زاوية ب ا ايضًا حادة ولكون زاوية ب ا د قايمة ويجب ان يمر ا د بقطب دايرة اب فقطب دايرة اب يكون خارجًا من المثلث وايضًا ان م ت قوس من العظام بقطب دايرة ب ج ونقطة ب وقعت خارج المثلث لكون زاوية ب حادة فكذلك يكون قطب دايرة ب ج ايضًا خارجًا وقس عليه حال قطب اج ه كل مثلث يكون احد اضلاعه ربعًا والباقيتان اعظم منه كانت الزوايا كلها منفرجة والاقطاب داخل المثلث فليكن المثلث اب ج وليكن اب ربعًا وكل واحد من اج ب ج اكثر منه فلنخرج ج ب ج ا الى ان يلتقيا عند نقطة د ويحدث مثلث د اب فيكون ضلع



ب د امنه ربعًا وضلعا د ا د اصغر منه فيكون لما مر زاوية د منفرجة وزاوية ج مساويا لها فهي ايضًا منفرجة وزاويتا د اب د ب ا حادتان فيكون زاويتا ج ب ا ج اب منفرجتان واذا توهمنا قوسين يخرجان من نقطتي اب قايمتين على اب على قوايم فلا محالة يتقاطعان داخل المثلث وقطب اب يكون على نقطة تقاطعهما فهو داخل المثلث وكذلك القطبان الآخران و كل مثلث يكون احد اضلاعه ربعًا وآخر اعظم منه والباقي اصغر كانت الزاوية التي يوترها الضلع الذي هو اعظم من الربع منفرجة والباقيتان حادتين ويقع الاقطاب خارجة عن المثلث



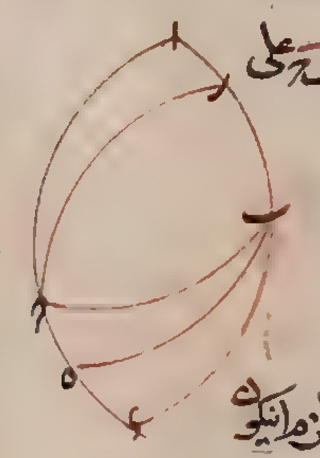
فليكن المثلث اب ج وليكن اب اعظم من الربع وا ج ربعًا وج ب اصغر ونخرج اج اب الى ان يلاقيا عند د ويحدث مثلث ج ب د ويكون فيه ضلعان اصغر من الربع وضلع واحد ربعًا فيكون زاويتا ج د منه حادتين وزاوية ب منفرجة ويلزم منه ان يكون في مثلث اج ب زاوية ا د زاوية ب حادتين وزاوية ج منفرجة وبالوجه المذكور في النوع الرابع يكون الاقطاب خارج المثلث ز كل مثلث يكون كل واحد من اضلاعه اصغر من الربع كانت زاويتان من زواياه حادتين والثالثة يمكن ان يكون كل واحد من انواع الثلثة ويقع الاقطاب خارج المثلث فليكن المثلث اب ج فان لم يكن فيه حادتان كان فيه اما قايمتان واما منفرجتان واما قايمة ومنفرجة وكلها محال اما الاول فلانه لو كانت زاويتا ب ج مثلا قايمتين كان ا قطب ب ج ويكون اب ا ج ربعين وقد فرضناهما اصغر هذا خلف واما الثاني فلانهما لو كانتا منفرجتين واقمنا على خط ب ج من نقطتي ب ج قوسي ب د ج د على زوايا قايمة فيلتقيان عند د وهو قطب ب ج واذا



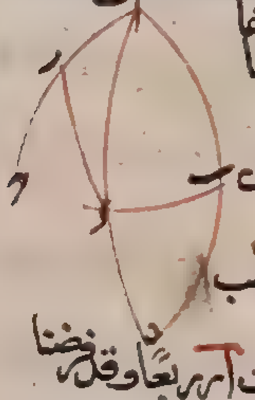
جعلنا ب قطبا ورسمنا ببعد ب د دايرة قطعت اما ضلع ب ا واما ضلع ب ج على نقطة ه ويكون ب ه ربعًا وقد فرضنا كل واحد من ب ا ب ج اصغر من ربع هذا خلف واما الثالث فلان زاوية ب ان كانت قايمة وزاوية ج منفرجة ورسمنا دايرة تمر بقطب دايرة ب ج وبنقطة ج وليكن منها ج ا د وهي تمر لا محالة بضلع ب ا فليمر بنقطة ر ويكون ر قطب دايرة ب ج فيكون ب ر ربعًا وكانت ب ا اصغر منه هذا خلف فاذن ثبت ان زاويتين من المثلث المذكور يجب ان يكونا حادتين والثالثة يجوز ان يكون احدى الزوايا الثلث فان المنفرجة والقايمة والحادة يجوز ان يكون لها اوتار اصغر من الربع ح كل مثلث يكون ضلعان منه اعظم من الربع والثالث اصغر منه كانت زواياه على احد خمسة اوجه الاول ان يكون قايمة ومنفرجتين والثاني ان يكون قايمة ومنفرجة وحادة والثالث ان يكون حادة ومنفرجتين والرابع ان يكون منفرجة وحادتين والخامس ان يكون الكل منفرجات والخمسة الاوجه الباقية يكون محالا وليكن المثلث اب ج وليكن كل واحد من اب اج اعظم من الربع وب ج اصغر وليلق اب اج على د فيكون كل واحد من اضلاع مثلث ب ج د اصغر من الربع

فانكانت

فانكانت زاوية د قايمة وزاوية حادتين كان مثلث اب ج على الوجه الاول وانكانت احدى زاويتي د ب ج د ج ب قايمة والباقيتان حادتين كان مثلث اب ج على الوجه الثاني وانكانت زوايا مثلث ب ج د كلها حادة كانت مثلث اب ج على الوجه الثالث وانكانت احدى زاويتي د ب ج د ج ب منفرجة والباقيتان حادتين كان مثلث اب ج على الوجه الرابع وانكانت زاوية د منفرجة كان مثلث اب ج على الوجه الخامس واما الوجوه المحالة فاولها ان يكون الزوايا قوايم وثانيها ان يكون قايمتين وحادة وثالثها ان يكون قايمتين ومنفرجة ورابعها ان يكون الكل حادة وخامسها ان يكون قايمة وحادتين وذلك لان على تقدير الاوجه الثلثة الاولى يلزم ان يكون جميع الاضلاع او بعضها ارباعًا وعلى تقدير الوجه الرابع يلزم ان يكون جميع الاضلاع اصغر من الربع وعلى التقدير الخامس

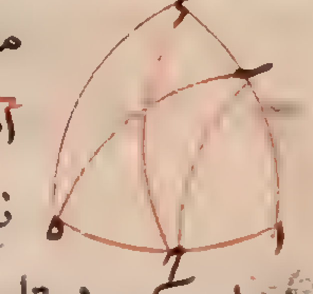


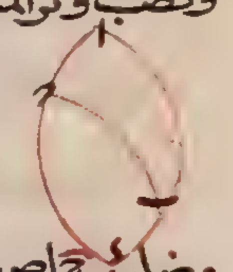
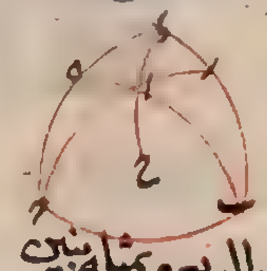
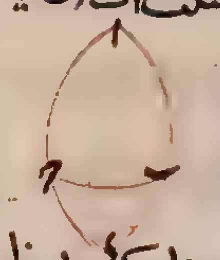
فانكانت القايمة ا نخرج من ب قوس ب ه على قوايم فيلقى اج على ه خارج المثلث ويكون ا ه ربعًا وكان اج اعظم من الربع هذا خلف وانكانت القايمة ب نفصل ب ر بقدر الربع ونرسم من العظام ر ج فيكون ر قطب ب ج وزاوية ر ج ب قايمة وكانت زاوية اج ب حادة هذا خلف فاذن الوجوه الخمسة محالة فاما حال الاقطاب فانكان في المثلث قايمة ومنفرجتان كان قطب كل ضلع من ضلعي القايمة على الآخر وقطب وتر القايمة داخل المثلث وانكانت فيه قايمة ومنفرجة وحادة كان قطب وتر الحادة على وتر المنفرجة داخل المثلث وقطب وتر المنفرجة على وتر الحادة خارجا منه وقطب الضلع الباقي ايضًا خارجا وانكانت فيه ثلث منفرجات كانت الاقطاب داخلة وانكانت فيه منفرجة وحادتان كانت الاقطاب خارجة وانكانت حادة ومنفرجتان كان قطب وتر الحادة داخلا وقطبا الباقيين خارجين يتبين الجميع بادنى تامل ط كل مثلث احد اضلاعه اعظم من الربع والباقيان اصغر كانت الزاوية التي يوترها الضلع الاعظم منفرجة والباقيتان حادتين والاقطاب يقع خارجة فليكن في مثلث اب ج كل واحد من ضلعي اب اج اصغر من الربع وضلع ب ج اعظم اقول فيكون زاوية ا منفرجة لانها انكانت قايمة او حادة وضلعاها اصغر من الربع كان وتر ب ج ايضًا اصغر منه وكان اعظم هذا خلف وايضًا زاويتا ب ج يكونان حادتين



فان ب لو لم يكن حادة لكانت اما منفرجة او قايمة فانكانت نفصل ب د بقدر الربع فيكون د قطب اب ونخرج اب الى ان يصير ربعا عند ه ونرسم قوسي د ا د ه فيكونان ربعين واذا اخرجنا د ه الى ر كانت ا ر ربعًا وقد فرضنا اقل من ربع هذا خلف وانكانت زاوية ب منفرجة وكانت زاوية ا منفرجة رسمنا على قطب اب دايرتين تمران بنقطتي اب وكان القطب داخل المثلث وليكن نقطة ح ونخرج اب الى ه ونرسم ح ه الى ر فيكون ا ر ربعًا لكون ا قطب ح ر وكانت اقل من الربع هذا خلف وهكذا حكم زاوية ج وقد تبين حال الاقطاب مما ذكرنا ى كل مثلث كان كل واحد من اضلاعه اعظم من الربع فزواياه منفرجة واقطابه تقع داخل المثلث فليكن المثلث اب ج ونخرج ضلعي اب اج الى ان يلتقيا عند د

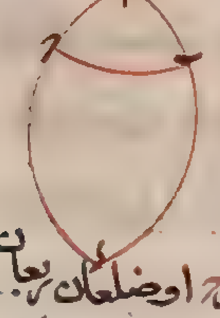
ففي مثلث ب ج د ضلع ب ج اعظم من الربع وكل واحد من الباقيين اصغر منه ويلزم ان يكون زاوية د منفرجة والباقيتان حادتان فاذن في مثلث اب ج يكون الزوايا منفرجة وحال الاقطاب ظاهرة وهذا آخر الانواع العشرة التي يكون بحسب اعتبار الاضلاع واما العشرة الثانية التي يعتبر فيها الزوايا فتفصيلها هذا ا كل مثلث زواياه قوايم فاضلاعه ارباع وكل زاوية يكون قطبا لوترها كما مر وهذا المثلث يكون ثمن سطح الكرة ب كل مثلث يكون فيه حادة وقايمتان يكون ضلعا الحادة ربعين ووترها اصغر من الربع والزاوية الحادة يكون قطبا لوترها وقطبا ضلعيها يكونان على وترها خارج المثلث ج كل مثلث يكون فيه منفرجة وقايمتان يكون ضلعا المنفرجة ربعين ووترها اعظم من الربع والزاوية المنفرجة

قطب وترها وقطبا ضلعيها يكونان على وترها داخل المثلث وقد تبين تمام حال هذه الانواع الثلثة ا كل مثلث يكون فيه قايمة
وحادتان يكون كل ضلع منه اصغر من الربع والاقطاب خارج المثلث وقطب كل ضلع القايمة على ضلع الآخر فليكن زاوية ا

من مثلث ا ب ح قايمة والباقيتان حادتين واذا اخرجنا من ح قوسا عظيمة تقوم على ا ح على قوايم لاقت
ا ب عند د وهي قطب ا ح فيكون ا د ربعا و ا ب اصغر منه وكذلك نبين ان ا ح اصغر من ربع ولكون
زاويتي ا قايمة وضلعي ا ب ا ح اصغر من الربع يكون ب ح اصغر من الربع وحال الاقطاب مستغنية
كل مثلث يكون فيه قايمة ومنفرجتان يكون وترا المنفرجتين اعظم من الربع ووتر القايمة اصغر منه وقطبا ضلعين على ضلعي

القايمة والثالث داخل المثلث فليكن ا ب ح زاوية ا قايمة وزاويتا ب ح منفرجة ونخرج ضلعي ا ب ا ح الى ان
يتلاقيا عند ه فيكون في مثلث ب ه ح ه قايمة وحادتان ويكون اضلاعها اصغر من الربع فيكون في مثلث ا ب ح
ضلعا ا ب ا ح اعظم من الربع وضلع ب ح اصغر من الربع وحال الاقطاب ظاهرة و كل مثلث فيه قايمة وحادة
ومنفرجة يكون وتر الحادة اصغر من الربع والضلعان الباقيان اعظم من الربع ويكون قطب وتر الحادة على وتر المنفرجة داخلا
وقطب وتر المنفرجة على وتر الحادة خارجا وقطب وتر القايمة ايضا خارجا فليكن في مثلث ا ب ح زاوية ا حادة وزاوية ب

قايمة وزاوية ح منفرجة ونخرج ا ب ا ح الى ان يلتقيا عند د ويكون في مثلث ب ح د قايمة هي زاوية ب و
حادتان ويكون اضلاعها اصغر من الربع فيكون في مثلث ا ب ح ضلعا ا ب ا ح اعظم من الربع يكون قطب ب ح
وضلع ب ح اصغر ويكون زاوية ب قايمة و ب ح اصغر من الربع فيكون قطب ا ب على ب ح خارجا ولكون ا ب اعظم من الربع
يكون قطب ب ح على ا ب داخلا ولكون زاوية ا حادة يكون قطب ا ح خارجا ز كل مثلث يكون زواياه كلها حادة فاضلاعه
اصغر من الربع واقطابه يقع خارجا من المثلث فليكن المثلث ا ب ح ولنخرج من نقطتي ب ح قوسان قايمتان على ب ح متلاقيان
عند د فهو قطب ب ح فيكون ب د ربعا ونرسم عظيمة تمر بنقطتي ا د وهي دايرة د ا ح فلو كان ب ا ربعا كان ب قطب د ح وكانت

زاوية ب ا ح قايمة وكنا قد فرضنا ب ا ح حادة هذا خلف وان كانت ب ا اعظم من الربع كان في مثلث ب د ا
ضلع ب د ربعا وضلع ب ا اعظم منه وضلع د ا اصغر فيكون زاوية ب د ا منفرجة وزاوية ب ا د حادة
فيكون زاوية ب ا ح منفرجة وكنا قد فرضنا ب ا ح حادة هذا خلف فاذن لا يكون ضلع ب ا الا اصغر من الربع وبمثله نبين
ان ضلع ا ح ايضا اصغر من الربع ولكون زاوية ا حادة وضلعيه اصغر من الربع يكون وترها اعني ب ح اصغر من الربع فيكون
الاضلاع اصغر من الربع وحال الاقطاب ظاهرة ح كل مثلث يقع فيه حادة ومنفرجتان كان وترا المنفرجتين اعظم من الربع
و وتر الحادة اصغر منه وقطب وتر الحادة يقع داخلا والقطبان الآخران يقعان خارجين فليكن في مثلث ا ب ح زاوية ا

حادة والباقيتان منفرجتان ونخرج ضلعي ا ب ا ح الى ان يتلاقيا عند د فيكون مثلث ب د ح حاد الزوايا
فاضلاعه اصغر من الربع ففي مثلث ا ب ح يكون ضلعا ا ب ا ح اعظم من الربع وضلع ب ح اصغر منه وحال
الاقطاب ظاهرة ط كل مثلث زواياه الثلث منفرجات كان ضلعان منه اعظم من الربع والثالث يجوز ان يكون اعظم
وان يكون مساويا وان يكون اصغر والاقطاب تقع داخلة وليكن المثلث ا ب ح فلو كانت اضلاعه جميعا اصغر من الربع او ضلعان
منه اصغر والثالث من اى جنس كان او ضلع اصغر وضلع ربعا وضلع اعظم لوقعت فيه حادتان او من

لو كان ضلعان منه مساويين للربع لوقعت فيه قايمتان وكلها محال فبقي ان يكون فيه ضلعان اعظم من
الربع والثالث كيف كان جاز وحال الاقطاب ظاهرة ي كل مثلث احدى زواياه منفرجة والباقيتان حادتان كانت

اضلاعه

اضلاعه على احد خمسة اوجه ا اما كل واحد منها اصغر من الربع ب او ضلعان اصغر والثالث ربع ح او ضلعان اصغر والثالث اعظم
د او ضلعان اعظم والثالث اصغر ه او ربع وضلع اعظم منه وضلع اصغر والاوجه الباقية محال ويقع الاقطاب خارجة فليكن في مثلث ا ب ح
زاوية ا منفرجة والباقيتان حادتين ولنخرج ا ب ا ح الى ان يلتقيا عند د فيكون في مثلث ب د ح منفرج الزوايا الثلث فيكون فيه

ضلعان اعظم من الربع والثالث من اي جنس كان جاز فان كان ب ح اصغر من الربع كان مثلث ا ب ح على
الوجه الاول وان كان ب ح ربعا كان على الوجه الثاني وان كان ب ح اعظم من الربع كان على الوجه الثالث
وان كان احد ضلعي ب د ح د اصغر من الربع كان مثلث ا ب ح على الوجه الرابع وان كان احد ضلعي ب د ح د ربعا
كان على الوجه الخامس واما الاوجه المحال ا فان يكون الاضلاع ارباعا ب او ضلعان ربعان والثالث اصغر ح او ضلعان ربعان
والثالث اعظم فان ذلك يقتضي ان يكون اكثر الزوايا او كلها قوايم د او يكون الاضلاع اعظم من الربع ه او ضلعان اعظم والثالث
ربعا فان ذلك يقتضي كون الزوايا منفرجة وحال الاقطاب ظاهر ونحن وضعنا هذه الاحكام في جدول حتى يعرف احوال بعضها بالقياس الى بعض وهو هذا

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	ضلع ربع والباقيان اعظم	ضلع ربع وضلع اصغر وضلع اعظم	كل واحد من الاضلاع اصغر	ضلعان اعظم والباقي اصغر	ضلعان اصغر والباقي اعظم	كل واحد من الاضلاع اعظم
الزوايا كلها قوايم	واحد	ممتنع	ممتنع	ممتنع	ممتنع	ممتنع	ممتنع	ممتنع	ممتنع	ممتنع
قايمتان وحادة	ممتنع	واحد	ممتنع							
قايمتان ومنفرجة	ممتنع	واحد	ممتنع							
قايمة وحادتان	ممتنع						واحد	ممتنع		
قايمة ومنفرجتان	ممتنع							واحد	ممتنع	
قايمة وحادة ومنفرجة	ممتنع							واحد	ممتنع	
كلها حادة	ممتنع						واحد	ممتنع		
حادة ومنفرجتان	ممتنع							واحد	ممتنع	
كلها منفرجة	ممتنع				واحد	ممتنع		ممكن	ممتنع	ممكن
منفرجة وحادتان	ممتنع		ممكن	ممتنع	ممكن	ممكن	ممكن	ممكن	ممكن	ممتنع

واحكام الاقطاب اجمالا ان الضلع المطلوب قطبه
ان كان بين قايمتين فقطبه على نقطة الزاوية
الموترة به وان كانت على احد حديه قايمة
كان قطبه على الضلع الآخر للقايمة داخلا
ان كان الضلع اعظم من الربع او خارجا ان كان
اصغر وان كان الضلع بين منفرجتين كان
القطب داخل المثلث وان كان بين حادتين
او بين حادة وغيرها كان القطب خارجا

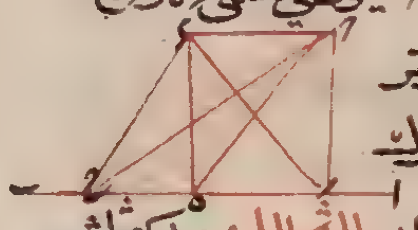
الفصل الرابع في الاشارة الى كيفية التوصل من المعلومات الى المجهولات في هذه المثلثات

قد تبين مما مر ان العلم بمثلث من المثلثات
الثمانية الحادثة في سطح الكرة من تقاطع ثلث
دواير عظام يستلزم العلم بالمثلثات السبعة الباقية وتبين ايضا ان انواع التقاطعات خمسة فقط فنقول الآن اما النوع الاول من
التقاطعات وهو ان يكون الزوايا قوايم والاضلاع ارباعا فلا يكون شي من الاضلاع والزوايا مجهولة فلا يتصور فيه توصل من معلوم
الى مجهول واما النوع الثاني وهو الذي يحدث منه اربع مثلثات يكون لكل واحد ضلعان ربعين وواحد اصغر وزاويتان
قايمتان وواحدة حادة واربع مثلثات آخر يكون لكل واحد ضلعان ربعان وواحد اعظم وزاويتان قايمتان وواحدة منفرجة
فيكون في كل مثلث منها ضلعان هما ربعان وزاويتان هما قايمتان معلومة ويبقى ضلع وزاوية مقدارهما شي واحد لا يمكن ان
تعلق بما هو معلوم فان كان ذلك الشي معلوما لم يبق فيها مجهول وان كان مجهولا لم تمكن ان يصير بما هو فيها معلوم معلوما فلا
يقع في هذا النوع ايضا توصل من معلوم الى مجهول واما الانواع الثلثة الباقية فهي التي اذا عرفت منها حال مثلث واحد من كل
نوع عرف به حال باقي المثلثات ونتكلم اولا من كل نوع في مثلث يكون اكثر اضلاعه اصغر من الربع واكثر زواياه حادة وذلك
اما باعتبار الاضلاع فيكون مثلثا ضلعان منه اصغر من الربع والثالث اما اصغر او اعظم او مساو للربع وهذه ثلثة و اما

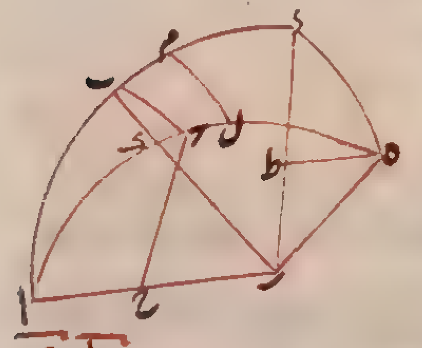
واما باعتبار الزوايا فيكون مثلثا زاويتان منه حادتان والثالثة اما حادة واما قايمة واما منفرجة وهذه ايضاً ثلثة والثلثة الاولى يستلزم الثلثة الاخيرة من غير عكس فان المثلث الذي يكون ضلعان منه اصغر من الربع والثالث مساويا للربع و الذى يكون ضلعان اصغر والثالث اعظم يكون فيهما بالضرورة حادتان ومنفرجة والذى يكون كل ضلع منها اصغر من الربع يكون فيه حادتان وثالثة يجوز انيكون حادة او قايمة او منفرجة وايضاً المثلث الذي يكون زواياه حادة او يكون فيه حادتان وقايمة يكون بالضرورة كل ضلع منه اصغر من ربع والذي يكون فيه حادتان ومنفرجة يمكن انيكون بحسب الاضلاع على احد الثلثة الاولى ويمكن انيكون على وجهين غيرهما انيكون ضلعا منه اعظم من الربع والباقي اصغر منه وانيكون ضلع ربع و ضلع اصغر وضلع اعظم واذا كان ذلك كذلك كفانا الكلام في مثلث حاد الزوايا ومثلث قايم الزاويه ومثلث منفرج الزاوية ولم نحتج الى ما عداها واذا تقدم ذلك فنقول قد علمت ان في كل مثلث ستة اشياء هي اضلاعه وزواياه واذا عرفت مقادير ثلثة من هذه الستة اى ثلثة كانت عرفت الباقية بالتدبير المعروف فى المقادير الاربعة المتناسبة وفي المثلث القايم الزاوية يكون الزاوية القايمة احد الثلثة المعلومة ولذلك لا يحتاج فيها الى معرفة شيئين غيرها اما فى المثلثين الاخيرين فلا بد من معرفة ثلثة اشياء فالآن وجب علينا ان نبين وجوه التناسب الواقعة بين هذه الاشياء الستة حتى يتوصل بها الى جميع المطالب في هذا الباب و للمتاخرين في ذلك قانونان كليان يعرف احدهما بالشكل المغنى عن القطاع فانه يقوم في معرفة جميع القسي المجهوله مقام الشكل القطاع ويغني عن اختلاف دعاويها وعن وجوه النسب المولفة الواقعة فيها والثاني يعرف بالشكل الظلي وهو ايضاً في معظم المطالب يقوم مقام القطاع ويغنى عما يغني المغنى عنه وقد يكون العمل به في بعض المواضع اسهل من العمل بالمغنى وفي بعضها بالضد واذا حقق امر هذين الشكلين وجدا راجعين الى التركيب والتفصيل الواقعين في القطاع وانا اوردهما على ما قرره افاضل اهل هذا العلم انشاء الله تع الفصل الثاني في الشكل المغنى وشرح فروعه ولواحقه اصل دعاويه ان نسب جيوب اضلاع المثلثات الحادثة من تقاطع القسي العظام في سطح الكرة كنسب جيوب الزوايا الموترة لها وقد جرت العادة ببيان هذه الدعاوي اولا في المثلث القايم الزاوية وقد ذهبوا في اقامة البرهان عليها فيه مذاهب جمعها الاستاذ ابو الريحان البيروني في كتاب له سماه بمقاليد علم هيئة ما يحدث في بسيط الكرة وغيره ويوجد في بعض تلك الطرق تفاوت فاخترت منها ما كان اشد مباينه ليكون هذا الكتاب جامعاً مع رعاية شرط الايجاز وابتدات بطريق الامير ابو نصر بن علي بن عراق فان الغالب على ظن ابي الريحان انه السابق الى الظفر باستعمال هذا القانون في جميع المواضع وان كان كل واحد من الفاضلين ابي الوفا محمد بن محمد البوزجاني وابي محمود حامد بن خضر الخجندي ادعى السبق ايضا فيه والامير ابو نصر قدم على بيانه في بعض كتب مقدمة ليست بضرورية في هذا الشكل وان كانت مفيدة وهي هذه مقدمة اذا تقاطع سطحان مستويان على غير قوايم وفرضت نقطة على احدهما واخرج منها عمودان احدهما على السطح الآخر والآخر في ذلك السطح على الفصل المشترك بين السطحين ووصل بين موقعي العمودين بخط مستقيم كان ذلك الخط ايضاً عموداً على الفصل المشترك فليتقاطع السطحان على اب وهو الفصل المشترك بينهما وليكن النقطة المفروضة في احدهما ج ولنخرج منها عمود جز على السطح الآخر وعمود جه على الفصل المشترك ولنوصل زه فاقول انه عمود على اب

برهانه نفرض على اب نقطة د كيف اتفقت ونصل جد زد فلكون جز عمودا على السطح الذي فيه زد وكل واحد من زد زه في ذلك السطح فزاويتا جزه جزد قايمتان وكذلك زاوية جهد ويكون جد وتر القايمتين جزد جهد يكون مربعه مساويا تارة لمربعي جز زد وتارة لمربعي جه هد ومربع هز مساويا لمربعي جز زه فمربعا

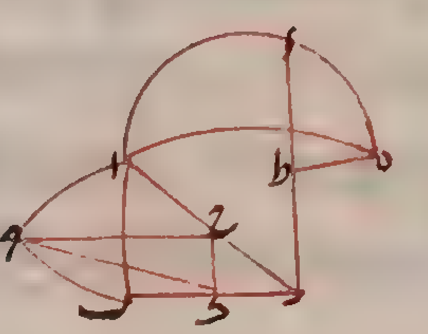
جز زد مساويان لمربعات جز زه هد ونلقي مربع جز المشترك يبقى مربع زد مساويا لمربعي زه هد فاذن زه عمود على اب وذلك ما اردناه برهان آخر عليه لابي الريحان نعيد الشكل ونفصل من هب هح مساويا له زه ونصل زح حه فيكون في مثلثي جه ح جزح ضلعا جه هح مساويين لضلعي جه هح وزاويتان قايمتان فجز مساو لجح وفي مثلثي جزح جزه وترا

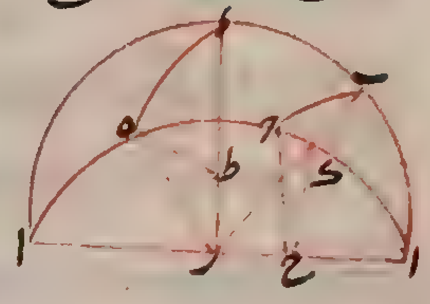


زح زه متساويان وعمود جز مشترك فلذلك زح متساويان وكذلك ضلعاه زه هح وضلع زه مشترك فزاوية زه مساوية لزاوية زهح فاذن هما قايمتان وذلك ما اردناه ولنشتغل ببيان المطلوب الشكل المغنى ليكن مثلث ابج من القسي العظام وفيه زاوية ب قايمة فنقول نسبة جيب ضلع اج وتر القايمة الى جيب ضلع اب وتر زاوية ا كنسبة الجيب الاعظم اعني نصف القطر وهو جيب القايمة الى جيب زاوية ا برهانه نخرج قوسي اب اج الى ان يتم الربعان عند نقطتي د ه ونرسم ده من العظام فهو مقدار زاوية ا فليكن ز مركز



الكرة فنخرج منه انصاف اقطار هي زا زب زد زه ويكون زه عمودا على زا لكون اه ربعا وزا فصل مشترك لدائرتي اد اه ونخرج من نقطة ج عمود جح على زا ويكون في سطح دايرة اه وهو جيب قوس اج ولكون هز جح عمودين في سطح واحد على از يكونان متوازيين ونخرج من نقطتي ه ج عمودي هط جك في سطح دايرتي ده جب على نصفي قطري زب زد اللذين احدهما فصل مشترك لدائرتي ه ا زد والآخر فصل مشترك لدائرتي ب ا زب جا فيكونان عمودي على سطح دائرة اب لكون سطحي ه د جب قايمين على سطح اب على ما تبين في كتاب الاصول لاقليدس وظاهر ان عمود هط جيب قوس ه د التي هي قدر زاوية ا وعمود جك جيب قوس جب واذا وصلنا بين موقعي عمودي جك جح بخط كح كان عموداً على اب بحكم المقدمة فيكون في مثلثي جكح هطز ه ط جك متوازيين لكونهما عمودين على سطح واحد وه ز جح متوازيين لما مر فزاويتا ط ه ز كجح متساويتان لما تبين في كتاب الاصول وزاويتا ط ك ح قايمتان ولذلك يكون المثلثان متشابهين وان شينا قلنا وكح وطز متوازيان بحسب المقدمة فمثلثا هزط جكح متشابهان لتوازي اضلاعهما كل نظيره فيكون نسبة جح جيب قوس اج الى هز نصف القطر وهو جيب زاوية ب القايمة كنسبة جك جيب قوس بج الى هط جيب ه د اعني جيب زاوية ا وبالابدال نسبة جيب قوس اج الى جيب قوس بج كنسبة جيب القايمة الى جيب زاوية ا وذلك ما اردناه وظاهر منه انا ان فرضنا قوسا آخر من العظام يخرج من نقطة اخرى غير ج كنقطة ل بحيث تقوم على دائرة اب على قوايم كانت نسبة جيب قوس لم الى جيب قوس ل ا ايضاً كنسبة جيب قوس اه الى جيب قوس ه ا فيكون نسبة جيب قوس لم الى جيب قوس ل ا كنسبة جيب قوس بج الى جيب قوس ج ا وقد جرت العادة في امثال هذه المثلثات بان يسمى قوس بج مثل قوس اج وهو حصة قوس اج من غاية ميل دايرة اج عن دايرة اب الذي يكون بقدر زاوية ا ولذلك قيس قوس بج الى قوس ب ا سميت بذلك الاعتبار ميلا ثانيا لها وابو الريحان يسميها عرضاً لها فقوس بج ميل اول لقوس اج وميل ثان لقوس اب او ميل لتلك وعرض لهذا ونسبة جيوب الميول بعضها الى بعض كنسبة جيوب تيها بعضها الى بعض فنسبة جيب كل ميل الى جيب قوسه كنسبة جيب ميل آخر الى جيب قوسه واذا لم ينطبق مثلث ابج على مثلث اده وتساوت زاويتا ا فيهما وكانت زاويتا ب د قايمتين كان الحكم ثابتاً وهذه صورة الشكل على ذلك التقدير فقد علم من ذلك ان نسبة جيب وتر الزاوية المتساوية الى جيب وتر القايمة في جميع المثلثات الحادثة من القسي العظام التى يتساوي احدى زواياها ويكون في كل واحد منها



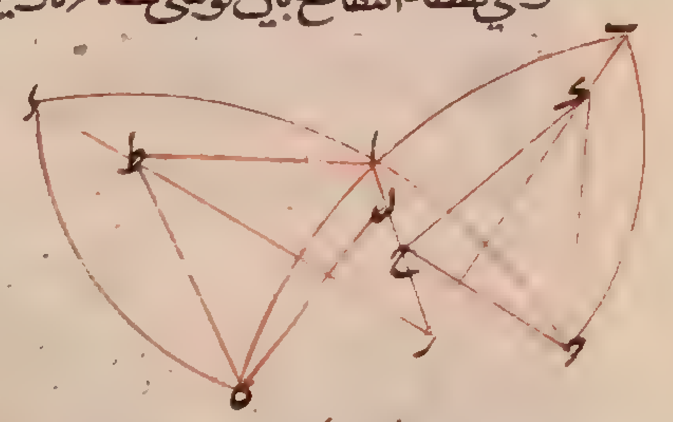


زاويتي قايمة نسبة واحدة لكونهما جميعاً كنسبة جيب الزاوية المتساوية الى جيب القايمة وهذا البرهان على طريقة ابي نصر

وابي الوفا وان كانت العبارات مختلف طريق آخر للامير ابي نصر في تقرير البرهان على هذا المطلوب وهو انه جعل المثلثين

غير منطبق احدهما على الآخر على وجه يكون القايمتان في جهة واحدة والمتساويتان على التقابل فليتصل مثلثا ا ب ح ا ه ر على زاوية ا

وهي نقطة التقاطع بين قوسي ب ه ح ر وليكن زاويتا ب ر قايمتين اقول فنسبة جيب قوس ب ح الى جيب قوس ح ا كنسبة جيب



قوس ا ه الى جيب قوس ه ا برهانه نخرج من مركز الكرة وهو نقطة ر انصاف اقطار

عليها ر ب ر ا ر ا وكل واحد منها فصل مشترك بين دائرتين من هذه الدوائر كما

هو معلوم ونخرج من نقطة ح في سطح دائرة ب ر عمود ح ك على ب ر الذي هو الفصل

المشترك بين عظيمتي ح ب ب ه ولكون سطح دائرة ب ح على ب ه على قوايم يكون ح ك

عموداً على سطح دائرة ب ه وايضاً نخرج من ه في سطح دائرة ه ا عمود ه ط على ا ر ويكون عموداً على سطح دائرة ا ح كما مر ونخرج من

نقطة ح ايضاً في سطح دائرة ا ح على ا ر الفصل المشترك عمود ح ح ونصل ك ح في سطح دائرة ب ه فيحدث مثلث ح ك ح ويكون زاوية

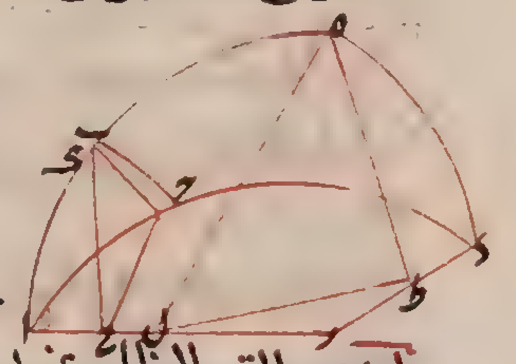
ك منه قايمة ونخرج ايضاً من نقطة ه في سطح دائرة ه ا على ا ر عمود ه ل ونصل ط ل فيحدث مثلث ه ط ل ويكون زاوية ط

منه قايمة ففي مثلثي ح ك ح ه ط ل ضلعا ح ح ه ل في سطح دائرة واحدة هي دائرة ا ح عمودان على ا ر اما ح ح

فلانا فرضناه عموداً واما ه ل فبحكم المقدمة المذكورة وايضاً ضلعا ح ك ه ط عمودان على ا ر وهما في سطح دائرة ب ه فلذلك

يكون زاويتا ح ل متساويتين وكانت زاويتا ك ط قايمتين فمثلثا ح ك ح ه ط ل متشابهان ونسبة ح ك جيب قوس

ح ب الى ح ح جيب قوس ح ا كنسبة ه ط جيب قوس ه ا الى ه ل جيب قوس ه ا وذلك ما اردناه وان جعلنا المثلثين متلاقيين



يصير الشكل هكذا وتقرير البرهان يكون كما مر وان فرضنا في هذه الصورة ا ه ا ر ربعين وقعت

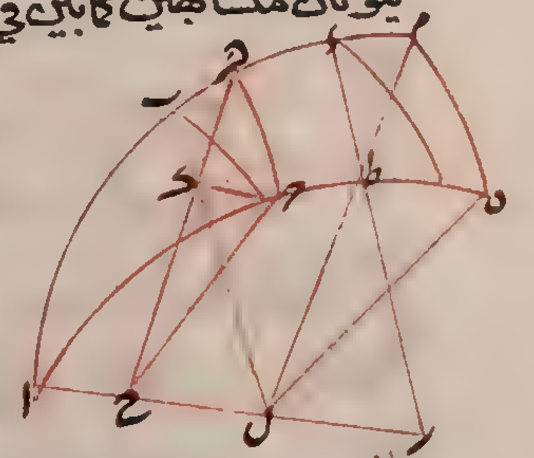
نقطة ل على نقطة ر اعني المركز فيكون نسبة جيب قوس ب ح الى جيب قوس ح ا كنسبة

جيب زاوية ا الى جيب الزاوية القايمة برهان آخر ايضاً للامير ابي نصر سعيد مثلثي ا ح ب

ا ه ر من القسي العظام ونجعل زاوية ا مشتركة وزاويتا ب ر قايمتين ونرسم على قطب ا ببعد قوس ا ح قوس ح د وببعد

قوس ا ه قوس ه م فيكونان من مدارين متوازيين لكونهما على قطب واحد ولكونهما بين عظيمتي ا ه ا ر مارتين بقطبيهما

يكونان متشابهين كما بين في كتاب الاكر لثاوذوسيوس ويقوم سطحاهما على سطوح العظام المارة بقطبيهما على قوايم



ويكون مركز المدارين على محور ا ر ونخرج من نقطتي ح د في سطح مدار ح د خطي ح ح

د ح الى مركز الدائرة المدار وهو نقطة ح فيكونان نصفي قطرين له ولكون ا ح عموداً على سطح

المدار يكون زاويتا ح ا ح ا قايمتين وايضاً نخرج من نقطتي ه م نصفي قطرين له ولكون

ا ح ه ل م ل لمدار ه م فان ل مركز المدار ونخرج من نقطتي ه ح عمودي ه ط ح ك في سطحي مداريهما

على الفصل المشترك بين المدارين ودائرة ا ب وهما خطا م ل د ح فيكونان عمودين على سطح دائرة ا ب لكون سطحي المدارين

قايمتين عليه على قوايم ويكون كل واحد منهما فصلاً مشتركاً بين سطحي مداريهما وبين سطحي دائرتيهما العظمتين اعني ه ط

فصل مشترك بين مدار ه م ودائرة ه ا وح ك فصل مشترك بين مدار ح د ودائرة ح ح لكون نقط ا ط ر في سطح دائرتي

ه ا ا ر يكون خط ا ط ر مستقيماً وهو نصف قطر الكرة وكذلك نقط ب ك ر يقع على خط ب ر المستقيم وهو نصف قطر الكرة

فيكون كل واحد من العمودين جيباً للقوس من المدار وللقوس من العظيمة اعني ه ط جيب قوس ه م وجيب قوس ه ا

وح ك

متساوية

وح ك جيب قوس ح د وجيب قوس ح ب ولكون نسب جيوب القسي المتشابهة من الدواير المختلفة الى انصاف اقطارها

يكون نسبة ه ط جيب قوس ه م الى ه ل نصف قطر المدار كنسبة ح ك جيب قوس ح د الى ح ح نصف قطره ولان ه ط

جيب قوس ه ا وه ل جيب قوس ه ا وح ك جيب قوس ح ب وح ح جيب قوس ح ا يكون نسبة جيب قوس ه ا الى جيب

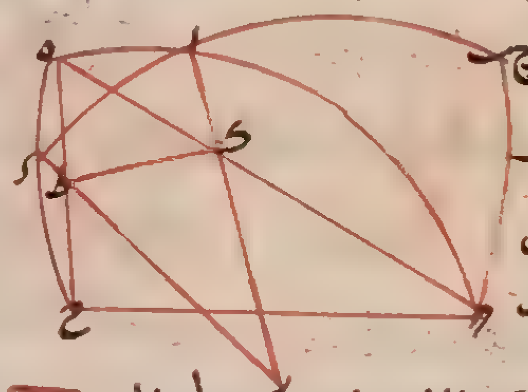
قوس ه ا كنسبة جيب قوس ح ب الى جيب قوس ح ا اعني نسبة جيب كل ميل الى جيب قوسه كنسبة جيب ميل آخر

الى جيب قوسه وكنسبة جيب زاوية ا الى جيب القايمة اعني نصف القطر وذلك اذا كان ا ر ا ه ربعين وذلك ما

اردناه برهان آخر وهو لابي الوفاء البوزجاني نعيد مثلثي ا ب ح ا ه ر على ان زاويتي ا فيهما متساويتان وزاويتي ب ر قايمتان

اما على الاتصال او على الانطباق عند ا او نفصل من قوس ه ا العظمى ا ح متساوية لـ ب ح الصغرى ونرسم ح ح على الاستقامة

ويكون سطحي دائرتي ح ا ح ب قايمتين على دائرة ب ر لكون العمودين الخارجين من نقطتي ح ح عليه اعني جيبي قوسي



المتساويين اللذين يربطهما ح ح متساويين ونخرج

وتري ه ح ه ح ونصفي قطري ر ا ر ا ويكون وتر ه ح و

نصف قطر ر ا في سطح دائرة ه ا وليس ه ا اعظم من

الربع فهما يتلاقيان عند ط ويتلاقى لمثله وتر ه ح ونصف

قطر ر ا الكاينين في سطح ه ح على ك وليكن ط ك على الفصل المشترك بين سطح مثلث ه ح ح وسطح دائرة ا ب وفصل

ط ك وخطا ح ح ط ك الكاينان في سطح واحد لا يتلاقيان فهما متوازيان ونسبة ه ط الى ط ح كنسبة ه ك الى ك ح وكما بينا

في المقدمات القطاع الكري يكون نسبة ه ط الى ط ح كنسبة جيب قوس ه ا الى جيب قوس ا ح المساوية لـ ب ح ونسبة

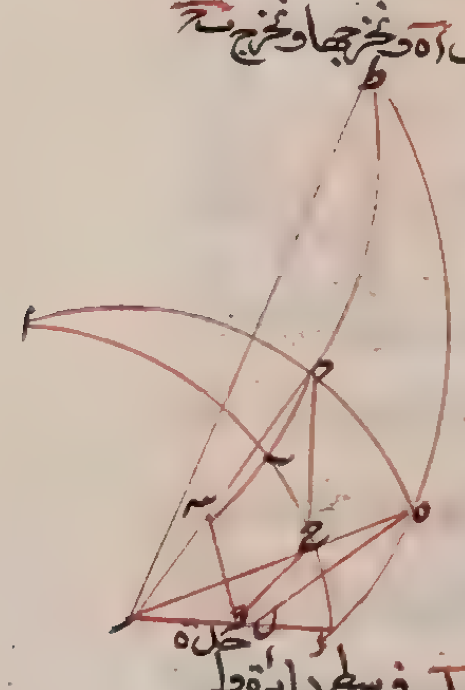
ه ك الى ك ح كنسبة جيب قوس ه ا الى جيب قوس ا ح اعني نسبة جيوب الميول كنسبة جيوب قسيها وان كان ا ر ا ه ربعين

يكون نسبة جيب كل ميل الى جيب قوسها كنسبة جيب زاوية ا الى جيب القايمة وذلك ما اردناه برهان آخر

استعمله ابو الفضل النيريزي في شرح المجسطي وابو جعفر ايضاً في مطالب جزئية مثل الميول الجزئية والمطالع في الكرة المستقيمة

قيل ان اقامه هؤلاء الفضلاء مقام الشكل القطاع وتقريره على ما اوردناه هكذا فليكن مثلث ا ب ح من القسي العظام

وفيه زاوية ب قايمة ونخرج ضلعي ا ب ا ح الى ان يتم الربعان عند نقطتي ر ه ونرسم على قطب ا قوس ر ه ونخرجها ونخرج ب ح



الى ان يتلاقيا عند ط فيكون ط قطب دائرة ا ر ونخرج من مركز الكرة وهو ر انصاف اقطارها

عليها ر ط ر ه ر ب ر ا ولكون ط ا ط ر ربعين يكون زاويتا ط ا ط ر قايمتين و ط ر عموداً على

سطح دائرة ا ر ونخرج من نقطة ح عمود ح ح على نصف قطره ر الذي هو الفصل المشترك بين

دائرتي ا ه ر ه المتقاطعين على قوايم فيكون عموداً على سطح دائرة ه ا ومن ح عمود ح س على ب ر

الذي هو الفصل المشترك بين دائرتي ح ب ا ب ومن ح عمود ح د في سطح دائرة ا على الفصل

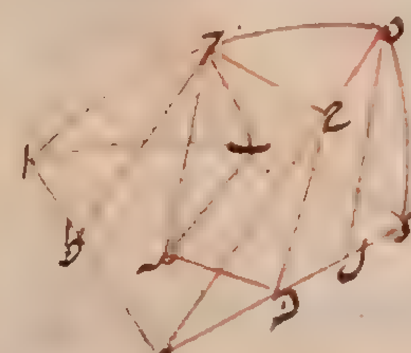
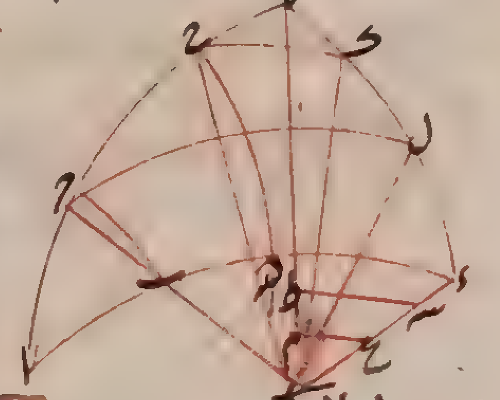
المشترك الذي هو ا ر فلكون عمودي ح س ح د في سطح دائرتين قطعتا سطح دائرة ا ب على قوايم

على فصلهما المشترك فهما عمودان على سطح دائرة ا ب فيكونان متوازيين وبوجه آخر نقول لكون ح س ط ر في سطح دائرة ط

عمودين على فصل مشترك يكونان متوازيين وكذلك ح د ط ر فاذن ح س ح د متوازيان ونصل د س ولا محالة يكون

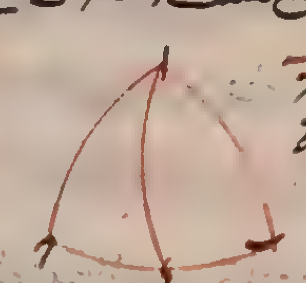
زاويتا د س ح س د قايمتين ولكون ح ح عموداً على سطح دائرة ه ا وح د في سطحها يكون زاوية ح ح د ايضاً قايمة فيكون سطح

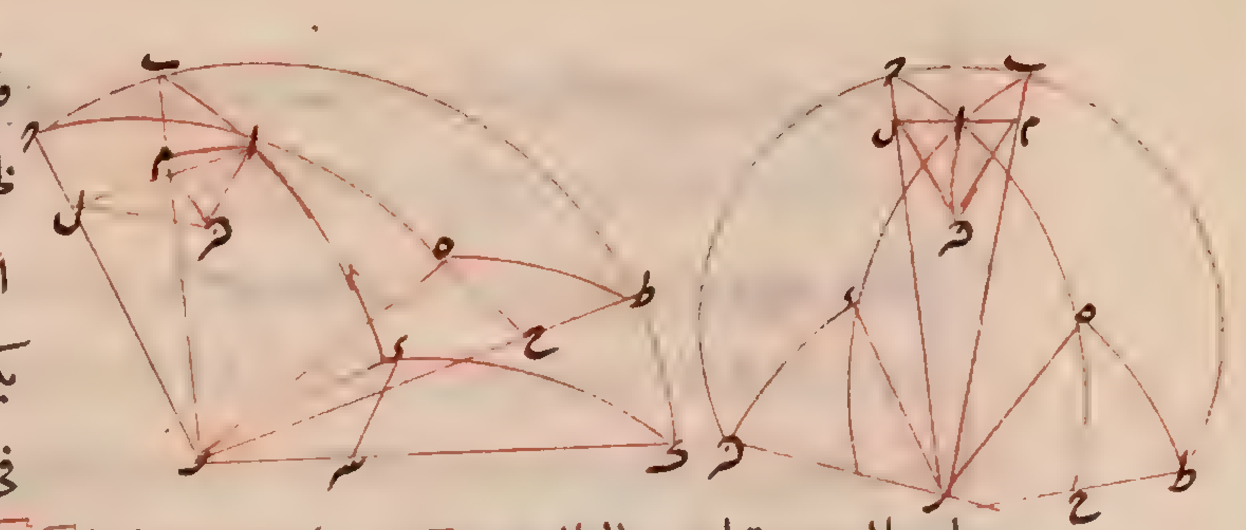
ح د س متوازي الاضلاع ونخرج من ه عمود ه ل على ا ر فيكون ه ل ح د متوازيين ومثلثا ه ل ر ح د ر متشابهين فيكون نسبة

له الى هر كنسبة دح الى حو ولـ جيب قوس ه ا التي هي وتر زاوية اوه رحيب الزاوية القايمة ودح المساوي لـ سر يساوي جيب ح
وح ر يساوي جيب ح الان ح عمود على نصف قطر ه ر واح تمام ه ح من الربع فاذن نسبة جيب زاوية ا الى جيب زاوية ب
القايمة كنسبة جيب ضلع ب ح الى جيب ضلع اح وذلك ما اردناه طريق آخر والبرهان الذي اورده ابو محمود الخجندي
قريب من هذا البرهان جدا بل هو هو وذلك ان نعيد مثلث ا ب ح ونتمم ا ه ا ر ربعين ونخرج من ر المركز انصاف اقطار
عليها ا ر ر ه ر ب ونبين ان ا ر عمود على سطح دائرة ه ا فيكون عمودا على انصاف اقطاره ر ا ر ونخرج عمود ح ح على سطح دائرة

ه ا وعمودي ح س ح د على سطح دائرة ا ب ا ونصل د س ونبين ان ح ح د س متوازي
الاضلاع قايم الزوايا ونخرج عمود ح ل ونبين انه يوازي عمود ح د وان مثلثي ه ل ح د ر
متشابهان ونخرج عمود ح ط في سطح دايرة ا ه على الفصل المشترك الذي عليه ا ر ويكون
موازيا لـ ح ر ويكون موازيا لـ ر ويكون زوايا ر ط قوايم ولكون ح ح عمودا على ه ر يكون
زاوية ح ح ر ايضا قايمة فيكون سطح ح ح ر ط ايضا متوازي الاضلاع قايم الزوايا ونسبة ر ح اعني ح ط جيب قوس ا ح الى ح د
اعني ح س جيب قوس ح ب كنسبة ر ه نصف القطر بل جيب القايمة الى ه ل جيب زاوية ا وان فرضت على قوس ا ه نقطة
اخرى كان حكمها هكذا فاذن نسبة جيوب القسي الى جيوب الميول متساوية وذلك ما اردناه برهان آخر لابي الريحان
نعيد مثلث ا ب ح ونتمم ربعي ا ه ا ر ونعلم على قوس ا ه نقطة ح غير موضع ح ونرسم ح د من العظام قاطعة لـ ا ر على قوايم
فيكون زاويتا د ب قايمتين ونرسم على قطب دايرة ا ر قوسين عليهما ح ل ح ك من مدارين احدهما تمر بنقطة ح والآخر
بنقطة ح فيكونان موازيين لـ ب ح ا ر ونخرج عمودي ح م ح ط على نصف قطر ر ه وظاهر ان ر م تساوي جيب قوس ا ح
و ر ط يساوي جيب قوس ا ح وذلك لكون ح م تمام ا ح و ح ط جيب قوس ه ح تمام قوس ا ح ونخرج من نقطتي م ط
موقعي العمودين عمودي م ع ط س على نصف قطر ر ا فلان سطح دايرة ه ر يقطع سطح دايرة ا ر على قوايم فهو يقطع سطح
هذين المدارين ايضا على قوايم اذ قد مر بقطب الجميع وعمود ح م لكونه في سطح دايرة ا ه قايما على الفصل المشترك الذي عليه

ر ه يكون عمودا على سطح دايرة ر ه ولكونه مارا بمحيط المدار ويكون المدار قايما على
هذا السطح يكون هذا العمود بعينه في سطح مدار ح ل ونخرج خط ل م وهو الفصل المشترك
بين سطحي دايرة ر ه ومدار ح ل ولتوازي سطح دايرة ر ا وسطح مدار ح ل ووقوع سطح
دايرة ر ه عليهما يكون الفصلان المشتركان اللذان عليهما ر ل م متوازيين و ع م
عمود عليهما فيكون جيب قوس ا ل مساويا وموازيا لـ م ونبين بمثل هذا البيان ان س ط مساو لجيب ا ك ثم نقول
ا ل ب ح قوسان من عظيمتين مارتين بقطب المتوازية وقد وقعتا بين دواير متوازية فهي متساوية لما تبين في كتاب الاكر
وكذلك ك ا و ح د فيكون ع م مساويا لجيب ب ح و س ط مساويا لجيب ح د ولما كانت نسبة ر م الى م ع كنسبة ر ط
الى ط س يكون نسبة جيب قوس ا ح الى جيب قوس ح ب كنسبة جيب قوس ا ح الى جيب قوس ح د اعني نسبة جيوب
القسي الى جيوب ميولها متساوية وذلك ما اردناه فهذا ما ذكره هذه الافاضل في هذا الباب برهان آخر مستنبط من
الشكل القطاع نعيد المثلث وفيه زاوية ب قايمة ونتمم ربعي ا ا ه ونرسم قوس ر ه ونخرجها ونخرج وتر ب ح الى ان يلتقيا عند ر

فبالتركيب نسبة جيب قوس ب ر الى جيب قوس ه ر مؤلفة من نسبة قوس ر ب الى جيب قوس ب ح
ومن نسبة جيب قوس ح ا الى جيب قوس ا ه ولان ر ا ر ب ربعان لكون زاويتي ا ب قايمتين
يكون

يكون في الاربعة الباقية نسبة جيب قوس الى جيب قوس ح ب كنسبة جيب قوس ا ه اعني جيب الزاوية القايمة الى
قوس ه ا جيب زاوية ا وذلك ما اردناه وبوجه آخر نسبة قوس ح ب الى جيب قوس ب ر بالتركيب مؤلفة
من نسبة جيب قوس ح ا الى جيب قوس ا ه ومن نسبة جيب قوس ه ر الى جيب قوس ا ر ففي هذه المقادير الستة
ر ب ه ا ر ارباع وجيوبها بقدر انصاف الاقطار واذا جعلناها احاد كما يجعله ابو الريحان كان قدر نسبة جيب قوس
ح ب الى جيب قوس ب ر المؤلفة هو جيب قوس ح ب بعينه وقدر نسبة جيب قوس ح ا الى جيب قوس ه ا الاولى
هو جيب قوس ا ح بعينه وقدر نسبة جيب قوس ه ر الى جيب قوس ا ر الثانية هو جيب قوس ا ه بعينه واذن
اذا ضرب جيب قوس ح ا في جيب ه ا حصل جيب قوس ح ب وجيب قوس ح ب اذا ضرب في الواحد كان الحاصل هو
نفس ح ب فجيب قوس ح ا في جيب قوس ه ا كجيب قوس ح ب في الواحد ولذلك يكون نسبة جيب قوس ح ا الى
جيب قوس ح ب كنسبة الواحد الواحد الذي هو نصف القطر وجيب القايمة الى جيب قوس ه ا اعني جيب زاوية ا
وذلك ما اردناه واذا كان بدل قوس ح ا قوس اخرى كان حكمها حكم قوس ا ح فاذن نسبة جيوب القسي الى جيوب
ميولها كنسبة الجيب كله الى جيب زاوية ا وههنا تم الكلام في البرهان على هذا الشكل اعتبارا حكم الشكل المغني في ساير المثلثات
واما في المثلثات الحادة الزوايا والمنفرجة الزاوية فالدعوي ما ذكرناه في صدر الفصل وهو ان نسبة جيوب الاضلاع
بعضها الى بعض كنسبة جيوب الزوايا الموترة بتلك الاضلاع بعضها الى بعض فليكن مثلث ا ب ح من القسي العظام غير

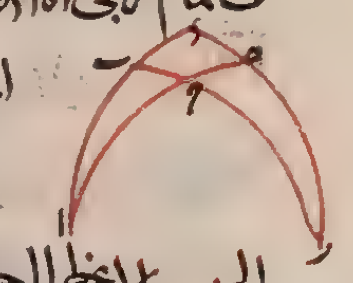

قايم الزوايا اقول فنسبة جيب ضلع ا ب الى جيب ضلع ا ح كنسبة جيب زاوية ح
الموترة بضلع ا ب الى جيب زاوية ب الموترة بضلع ا ح برهانه نرسم قوسا من عظيمة
تمر بقطب دايرة ب ح وبنقطة ا وليلق دائرة ب ح على د على قوايم فان كانت ب ح حادتين
وقعت نقطة د داخل المثلث وان كانت احديهما منفرجة وقعت خارج المثلث مما يلي الزاوية المنفرجة ولكن في احدى
هاتين الصورتين زاوية ب منفرجة وعلى التقديرين يحدث مثلثان قايما الزوايا احدهما ا ب د والثاني ا ح د ففي
المثلث الاول يكون نسبة جيب قوس ا ب الى جيب قوس ا د كنسبة جيب الزاوية القايمة اعني زاوية د الى جيب زاوية ب
وفي المثلث الثاني نسبة جيب قوس ا د الى جيب قوس ا ح كنسبة جيب زاوية ح الى جيب الزاوية القايمة اعني زاوية
د فبالمساوات المضطربة نسبة جيب قوس ا ب الى جيب قوس ا ح كنسبة جيب زاوية ح الى جيب زاوية ب
ذلك ما اردناه وبوجه آخر لنا اربعة مقادير متناسبة في المثلث الاول واربعة مقادير اخرى متناسبة في المثلث
الثاني وكان الثاني والثالث من الاربعة الاولى مساويين للاول والرابعة من الاربعة الثانية فسطح الثاني في الثالث
من الاربعة الاولى مساو لسطح الاول في الرابع في الاربعة الثانية ويلزم منه ان يكون سطح الاول في الرابع من الاربعة الاولى
مساويا لسطح الثاني في الثالث من الاربعة الثانية فنسبة الاول من الاربعة الاولى اعني جيب قوس ا ب الى الثاني من
الاربعة الثانية اعني جيب قوس ا ح كنسبة الثالث من الاربعة الثانية اعني جيب زاوية ح الى الرابع من المقادير الاول اعني
جيب زاوية ب وذلك ما اردناه برهان آخر للامير ابي نصر نعيد مثلث ا ب ح في صورة حاد الزوايا وفي صورة منفرج
الزاوية ب ونخرج ب ا ب ح الى ان يصير كل واحدة من قوسي ب ا ب ك ربعا وكذلك قوسا ح ه ح ط ونرسم قوسي ط ه ا ك
من العظام وهما قدر زاويتي ح ب ان كانتا حادتين وتمام قدر ب المنفرجة من نصف الدور ان كانت منفرجة وعلى
التقديرين يكون جيباهما جيبي زاويتي ح ب وليكن مركز الكرة ر ونخرج منه انصاف اقطار ر ب ر ح ر ا ر ه ر ط ر ك



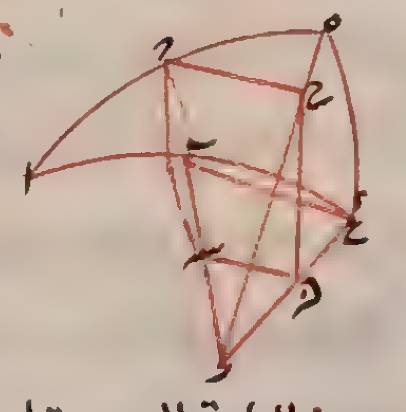
ويكون كل واحد منها فصل مشترك بين دائرتين وذلك ظاهر ونخرج من نقطة ا ثلثة اعمدة احدها في سطح دائرة اب على الفصل المشترك الذي عليه ب ه وهو ام ويكون لا محالة موازيا للنصف قطر ا ر والثاني عمود ال في سطح ح ا على الفصل المشترك الذي عليه ح ر ويكون موازيا للنصف قطر ه ر والثالث عمود اد على دائرة ط ب ح ونصل د م د ل فيكونان عمودين على الفصل المشترك كما تبين في المقدمة ونخرج من ه عمود ه ح على الفصل المشترك الذي عليه ط ر ويكون في سطح دائرة ط ا ولكون دائرة ط م ح مارة بقطبها الذي هو نقطة ح يكون سطح دائرة ط ه قاطعا لسطح دائرة ط ب ح على قوايم فيكون ه ح عمودا على سطح ط م ح ونخرج ايضا عمود ى س ونبين انه عمود على سطح دائرة ط ب ح ايضا واذا تقرر ذلك يتبين تشابه مثلثي ا د ل ه ح ر ولتوازي ضلعي ا د ه ر وضلعي ال ه ر وضلعي ا د ه ح وضلعي ح ل د ح وتشابه مثلثي ا د م ى س ر لمثل ذلك فيكون نسبة ا م الى ضلع ا د من مثلث ا م د كنسبة ضلع ى ر نصف القطر الى ضلع ى س من مثلث ى ر س ونسبة ضلع ا د الى ضلع ال من مثلث ا د ل كنسبة ضلع ه ح الى ضلع ه ر نصف القطر من مثلث ه ح ر وحكم ى ر ه ر لتشابهما واحد فبالمساواة المضطربة نسبة ا م الى ال كنسبة ه ح الى ى س وا م هو جيب ضلع ب ا وال هو جيب ضلع ا ح و ه ح هو جيب ط ه اعني جيب زاوية ح و ى س جيب ى ك اعني جيب زاوية ب فنسبة جيب قوس ا ب الى جيب قوس ا ح كنسبة جيب زاوية ح الى جيب زاوية ب وذلك ما اردناه

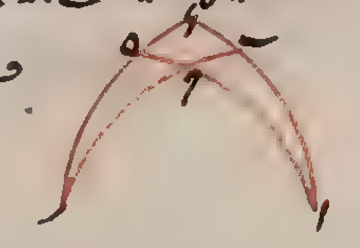
الكلام في فروع المغني ولواحقها الفرع الاول

كل مثلث قايم الزوايا من القسي العظام فنسبة جيب تمام احد ضلعي القايمة الى جيب تمام وترها كنسبة جيب القايمة الى جيب تمام الضلع الثالث فليكن المثلث ا ب ح والقايمة زاوية ب نقول فنسبة جيب تمام ضلع ب ح الى جيب تمام ضلع ا ح كنسبة الجيب كله الى جيب تمام ضلع ا ب برهانه لنخرج ا ح ا ب الى تمام ربعي ا ه ا د ونخرج د ه ب ح الى ر وهو قطب ا فقطاع ا ر ا ح من ارباع تامة وفيه زوايا ه ب قوايم ولما مر في الشكل المغني يكون نسبة جيب قوس ر ح الى جيب قوس ح ه كنسبة جيب قوس ر ب الى جيب قوس ب د وره ح تمام ح ا وجيب ر ب الجيب الاعظم و ب د تمام ب ا فاذن نسبة جيب تمام ب ح الى جيب تمام ح ا كنسبة



الجيب الاعظم الى جيب تمام ب ا وذلك ما اردناه **وبوجه اخر** قد اورد ابو الفضل النيريزي وابو جعفر الخازن كل واحد منهما في تفسيره للمجسطي شكل المعرفة المطالع يتبين هذا البرهان منه وتقريره بان نعيد الشكل الذي اوردناه رواية عنهما للبرهان على المغني ونبين بالبيان المذكور هناك ان سطح ح ح د س متوازي الاضلاع قايم الزوايا وان ح ح عمود على سطح دائرة ه فيكون س د الموازي له ايضا عمودا على ذلك السطح ويكون مثلث س د ر قايم الزاوية فاذن زاوية د فيه قايمة ونخرج من ب عمود ب ع على ا ر في سطح دائرة ا ب و س د في ذلك السطح فيكون مثلثا ب ح ر س د ر متشابهان ونسبة ر س جيب تمام ب ح الى س د المساوي ل ح اعني جيب تمام ا ح كنسبة ر ب نصف القطر اعني جيب الاعظم الى ب ع جيب تمام ا ب وذلك ما اردناه **الفرع الثاني** كل مثلث قايم الزاوية من القسي العظام فنسبة جيب تمام زاوية منه غير القايمة الى جيب تمام وترها كنسبة جيب الزاوية الاخرى غير القايمة الى جيب الزاوية القايمة ونعيد مثلث ا ب ح وفيه زاوية ب قايمة نقول فنسبة جيب تمام زاوية ا الى جيب تمام ضلع ب ح كنسبة جيب زاوية ح





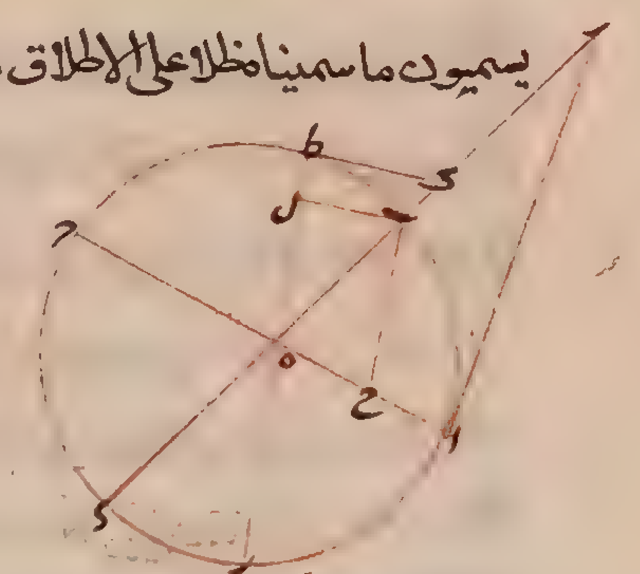
الى جيب

الى جيب زاوية ب القايمة برهانه نتمم قطاع ا ل د ح من الارباع التامة فيكون مثلث ح ه د ايضا زاوية فيه قايمة وفيه بحكم الشكل المغني يكون نسبة جيب ه د الى جيب د ح كنسبة جيب زاوية ح الى جيب زاوية ه القايمة ولكون د ه تمام ا ه التي هي قدر زاوية ا و د ح تمام ب ح التي هي وتر زاوية ا يكون في مثلث ا ب ح نسبة جيب تمام زاوية ا الى جيب تمام ضلع ب ح كنسبة جيب زاوية ح الى جيب الزاوية القايمة وذلك ما اردناه وعلى هذين الفرعين يدور جميع المسايل المبنية على فروع الشكل المغني **قال** الامير ابو نصر كل زاوية غير القايمة في مثلث قايم الزاوية الكاين من القسي العظام يكون بقدر تمام ميل وترها من الميل الذي يكون بقدر تمام قوس يكون تمام ميلها هو قدر الزاوية الاخرى غير القايمة من ذلك المثلث وبالعكس يكون تمام وترها تمام قوس يكون تمام ميلها هو قدر الزاوية الموترة بهذا الوتر والميل من الذي وصفنا اعظمه وذلك ان قدر زاوية ا من مثلث ا ب ح من القطاع الذي اوردناه في الفرع الثاني هو د ه التي هي تمام ه د و ه ر هو ميل قوس ح ر من الميل الذي يكون اعظم بقدر زاوية ح وقوس ح ر تمام قوس ب ح فاذن د ه تمام ميل ب ح من الميل الموصوف وايضا ضلع ب ح تمام ح ر التي هي قوس ميلها الجيب زاوية ح وقوس ر ه التي هي تمام زاوية ا وهذا المغني يفيد النسبة على النسبة التي بين الزاوية والوتر اما في العمل ففايدته راجعة الى الفرع الثاني **وهيهنا فرع اخر** وهو ان نقول نسبة جيب تمام الزاوية غير القايمة الى جيب تمام وترها كنسبة جيب وتر الزاوية الاخرى غير القايمة الى جيب وتر الزاوية القايمة اعني نسبة جيب تمام زاوية الى جيب قوس ا ح التي هي وتر القايمة والعلة فيه ان نسبة جيب قوس ه ر الى جيب قوس ر ح كنسبة جيب قوس ب ا الى جيب قوس ا ح كما تبين في المغني وهذا الفرع ليس في استخراجات المجهولات بكثير النفع لان المجهول فيه لا يتبين الا بمعرفة ثلثة معلومات غير القايمة وبالمغني وفرعيه الاخرين تبين بمعلومين غير القايمة فقط وقد ذكروا لهذا الشكل فروعا ولواحقا غير ما قلناه وفيما ذكرنا كفاية بحسب ما نقصد الان وقد لقب ابو محمود الخجندي هذا الشكل بقانون الهيئة وغيره لقبوه بالمغني عن القطاع وذكر ابو الريحان في كتاب مقاليد علم الهيئة ما يحدث في بسيط الكرة ان السبق في اقامة هذا الشكل مقام الشكل القطاع كان للامير ابي نصر واما لقب المغني فوسمه الكيا كوشيار بن لبان الجيلي به **اقول** فيه نظر لان الامير ابا نصر قال في الجملة الثانية من المقالة الاولى من كتابه الموسوم بالمجسطي الشاهي في صدر الباب الثالث المشتمل على بيان هذا الشكل بهذه العبارة الباب الثالث فيما يغني عن الشكل القطاع وذكر في هذا الباب بعد ان ذكر الرسالة التي عملها ثابت بن قرة في اختلافات وتوعات الشكل القطاع فقال وعمل ايضا رسالة فيما يغني عنه جنبه يعني عن الشكل القطاع الا انه لا بد لمن عمل بذلك من استعمال النسبة المؤلفة واما انا فاذكر هاهنا ما يغني عن الشكل القطاع والنسبة المؤلفة وهذا يدل على ان اللقب ايضا وضعه الامير ابو نصر واخذه من ثابت بن قرة والله اعلم

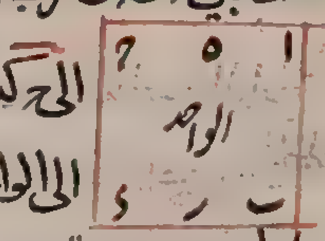
الفصل السادس

في الشكل الظلي وشرح فروعه ولواحقه اسبق في استنباط هذا الشكل لابي الوفاء البوزجاني بلا تنازع من غيره على ما ذكر ابو الريحان والدعوى فيه ان في المثلث القايم الزاوية الذي يكون من القسي العظام يكون نسبة جيب احد ضلعي القايمة الى جيب الزاوية القايمة كنسبة ظل الضلع الاخر من ضلعي القايمة الى ظل الزاوية الموترة به وقبل الخوض في البرهان عليها **اقول** المراد هيهنا من ظل القوس هو ما يفصله قطر ان تمر ان بطرفي تلك القوس من العمود الخارج من احد طرفيها على القطر المار بذلك الطرف ويكون ذلك العمود موازيا لجيب تلك القوس اذا كان عمودا على ذلك القطر ان فلنرسم دائرة عليها ا ب ح د ومركزها ه ونفصل منها قوسا ما هي قوس ا ب ونخرج قطرين يمران بنقطتي ا ب هما قطرا ا ح ب د ونخرج من ا على ا ح عمود ا ر الى ان يلاقي قطر ب د على ر فا ر هو ظل قوس ا ب وهو موازي ل ب ح جيبها وايضا نخرج عمود ه ط من المركز على ا ح وعمود ط ك من نقطة ط فيكون ط ك ظل قوس ط ب و ب ل جيبها وهما ظل تمام قوس ا ب وجيبه والمنجمين

يسمون ما سميناه ظلا على الاطلاق بالظل الاول والظل المعكوس لقوس اب التي هي بالقياس الى الظل قوس الارتفاع



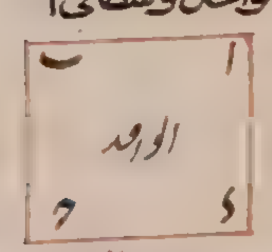
يسمون طك بالقياس الى قوس اب ظلا ثانيا وظلا مستويا ويسمون زه بقطر الظل الاول وكه بقطر الظل الثاني ويقدرون القطر بتقدير الظل الاول بالاجزاء التي يقدرونه للجيوب والاوتار ولتقدير الشكل الثاني تارة باثني عشر جزءا ويسمونها اصابع وتارة بسبعة اجزاء او ستة اجزاء ونصف ويسمونها اقداما فالظل الاول لكل قوس هو الظل الثاني لتمامها وبالعكس ونسبة الظل الى نصف القطر كنسبة جيب القوس الى جيب تمامها ونسبة الظل الى قطر الظل كنسبة الجيب الى نصف القطر وذلك لتشابه مثلثي زاه بحه وايضا لتشابه مثلثي ازه كطه يكون نسبة زا الى اه كنسبة هط اعني اه الى طك فيكون نصف القطر في النسبة وسطا بين ظل القوس وبين ظل تمامها ويلزم منه ان يكون نسبة ظل كل قوس الى ظل قوس اخرى كنسبة ظلي تماميهما على التكافي وايضا يكون نسبة كل قوس الى ظل تمام قوس اخرى كنسبة ظل القوس الاخرى الى الظل تمام القوس الاول وكل عدد ضرب في عدد وقسم على عدد آخر وكان الواحد وسطا في النسبة بين المضروب فيه والمقسوم عليه كان الحاصل من الضرب والخارج من القسمة عددا واحدا وذلك لان نسبة الواحد الى المضروب فيه يكون كنسبة المضروب الى الحاصل من الضرب ونسبة الواحد الى المقسوم عليه كنسبة الخارج من القسمة الى المقسوم وبالخلاف نسبة المقسوم عليه الى الواحد كنسبة المقسوم الى الخارج من القسمة كنسبة المضروب الى حاصل الضرب وكان المضروب والمقسوم في الفرض عددا واحدا فاذن حاصل الضرب والخارج من القسمة يكون عددا واحدا واذا تقرر ذلك فانا اذا قدرنا نصف القطر لجزء واحد كما قدره ابو الريحان كان الحاصل من ضرب كل عدد فرض في ظل قوس هو الخارج من قسمته على ظل تمام ذلك القوس وايضا كل عددين كان الواحد وسطا بينهما في النسبة ضرب احدهما في عدد ثالث وقسم الآخر على ذلك العدد الثالث كان الواحد ايضا وسطا بين حاصل الضرب والخارج من القسمة وذلك لان نسبة الواحد الى العدد الثالث المضروب فيه كنسبة العدد الاول الذي هو المضروب الى حاصل الضرب ونسبة الواحد الى العدد الثالث المقسوم عليه ايضا كنسبة الخارج من القسمة الى العدد الثاني المقسوم فنسبة المضروب الى حاصل الضرب كنسبة الخارج من القسمة الى المقسوم وسطح المضروب في المقسوم المساوي لمربع الواحد مساو لسطح حاصل الضرب في الخارج من القسمة فضرب حاصل الضرب في الخارج من القسمة ايضا مساو لمربع الواحد فالواحد وسط في النسبة بينهما واذا كان ذلك كذلك فكل عدد ضرب فيه ظل قوس وقسم عليه ظل تمام ذلك القوس كان الحاصل من الضرب والخارج من القسمة ظلان يتوسط نصف القطر بينهما ويكون قوساهما معا مثل ربع الدور وايضا اذا كان الواحد وسطا في النسبة تارة بين ا و ب وتارة بين ح و د وضرب ا في ح فحصل ه وب في د فحصل ز كان الواحد وسطا في النسبة بين ه و ز وذلك لان نسبة الواحد



الى ح كنسبة ا الى ه وبالخلاف نسبة ح الى الواحد كنسبة ه الى ا ونسبة الواحد الى د كنسبة ب الى ز ولكن نسبة ح الى الواحد كنسبة الواحد الى د فنسبة ه الى ا كنسبة ب الى ز وه في ز كا في ب الذي هو كمربع الواحد فه في ز مساو لمربع الواحد فالواحد وسط بينهما في النسبة وايضا ان قسم ا على ح فحصل ه وقسم ب على د فحصل ز كان الواحد وسطا بين ه و ز وذلك لان نسبة الواحد الى ح كنسبة ه الى ا وبالخلاف نسبة ح الى الواحد كنسبة ا الى ه ونسبة الواحد الى د كنسبة ز الى ب فنسبة ا الى ه كنسبة ز الى ب وسطح ا في ب كسطح ه في ز فالواحد وسط في النسبة بين ه و ز وتبين منه

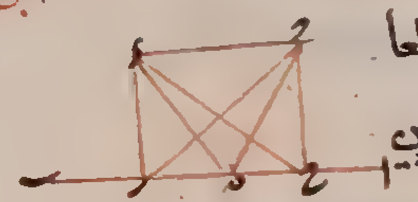
انا

انا اذا ضربنا ظل قوس في ظل قوس وضربنا ظل تمام احدى القوسين في ظل تمام الاخرى كان الحاصلان من الضربين ظلي قوسين احدهما تمام الاخرى وكذلك في القسمة اذا قسمنا ظل قوس على ظل قوس وقسمنا ظل تمام الاول على ظل تمام الثاني كان الخارجان من القسمة ظلي قوسين احدهما تمام الاحدى وايضا اذا كان عددان كا ب فقسم ا على ب فحصل ح وب على ا فحصل د كان الواحد وسطا في النسبة بين ح و د وذلك لان في القسمة الاولى نسبة الواحد الى ب كنسبة ح الى ا وبالابدال والخلاف نسبة ح الى الواحد

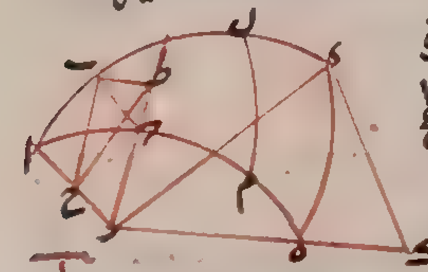


كنسبة ا الى ب وفي القسمة الثانية نسبة الواحد الى ا كنسبة د الى ب وبالابدال نسبة الواحد الى د كنسبة ا الى ب فاذن نسبة ح الى الواحد كنسبة الواحد الى د وتبين منه انا اذا قسمنا عددا على عدد فحصل ظل قوس كان الحاصل من القسمة العدد الثاني على العدد الاول ظل تمام ذلك القوس فهذه وامثالها من خواص الظل وفي معرفتها غناء عظيم في هذا الباب ونرجع الى المقصود ونجعل اكثر بيانات هذا الشكل محاذيا لبيانات الشكل المغني ونبدأ بالمقدمة التي تشبه المقدمة التي اوردها الامير ابو نصر هناك وهي هذه مقدمة اذا تقاطع السطحان مستويان على غير قوايم وفرض على احدهما نقطة واخرج منها عمودان احدهما قايم على السطح الذي خرج منه ومنته الى السطح الآخر والثاني في السطح الذي خرج منه على الفصل المشترك بين السطحين ثم وصل بين منتهى العمود في السطح الآخر وبين مخرج العمود من الفصل المشترك بخط مستقيم كان الخط الواصل على الفصل المشترك فليكن الفصل المشترك بين السطحين اب والنقطة المفروضة على السطح الاول ح ولنقم عليه عمود ح د ونقطة المنتهى على السطح الثاني د ولنقم من ح في السطح الاول

عمود ح ه على اب ونصل د ه ونقول ايضا انه عمود على اب برهانه نفرض على اب نقطة اخرى وليكن ز ونصل ح ز فلكون زاوية ح د ز قايمة يكون مربع د ز مساويا لمربعي د ح ح ز ومربع ح ز كان مساويا لمربعي ح ه ه ز فمربع د ز مساو لمربعات د ح ح ه ه ز ومربع د ه مساو لمربعي د ح ح ه فاذن زاوية د ه ز قايمة وذلك ما اردناه ٢ برهان آخر نفصل ه ح مساويا له ز ونصل ح ز د ح ففي مثلثي ح ه ح ح ه ز ضلعا

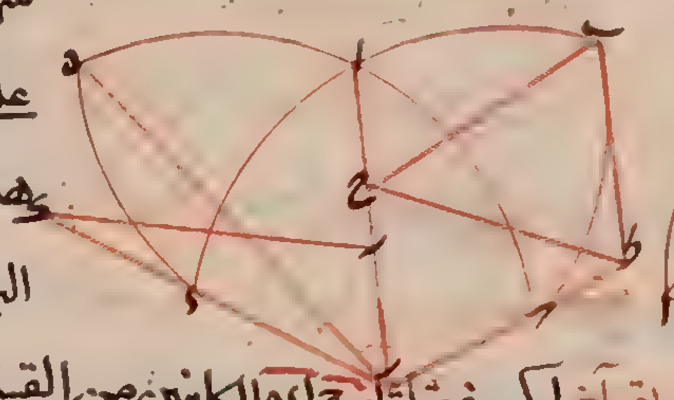
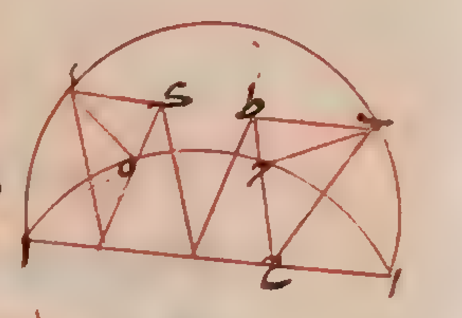


ح ه ه ح مساويان لضلعي ح ه ه ز وزاويتاه قايمتان فلذلك يكون ح ح مساويا لح ز ولكون د ح ح ح مساويين لد ح ح ز وزاويتي د ح ح د ح ز قايمتين يكون د ح مساويا لد ز ولتساوي اضلاع مثلثي د ح ه د ز ه يكون زاويتاه متساويتين فاد ه عمود على اب وذلك ما اردناه الشكل الظلي ليكن مثلث ابح من القسي العظام وزاوية ب منه قايمة وزاوية ا حادة فنقول نسبة جيب قوس اب الى الجيب كله الذي هو جيب زاوية ب كنسبة ظل قوس بح الى ظل زاوية ا برهانه نخرج ضلعي اب اح الى ان يصير اد اه ربعين تامين وليمر من العظام قوس ده بنهايتهما ونخرج من نقطتي ب د عمودي بط دك على سطح دايرة

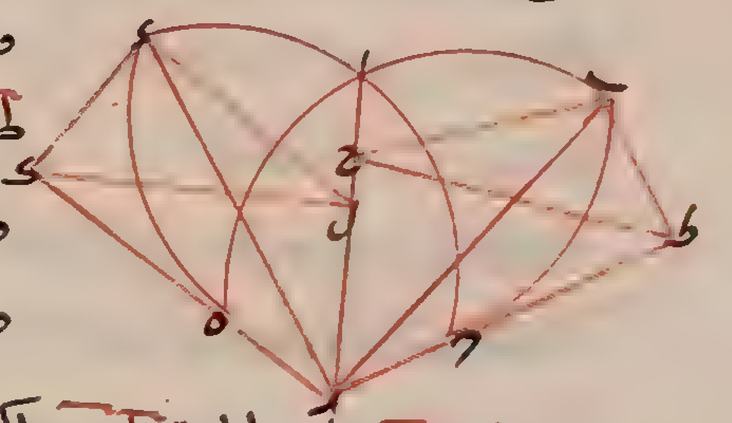


اد الى ان ينتهيا الى سطح دايرة اه عند نقطتي ط ك فيكون لا محالة في سطحي دائرتي بح ده كل في سطح دائرته وذلك لقيام هاتين الدائرتين على سطح دائرة اد وخروج العمودين من فصلهما المشتركين ونخرج من مركز الكرة وهو ز نصفي قطري زه زح ونجزهما الى نقطتي ك ط ونخرج ايضا نصف قطري ا وهو الفصل المشترك بين دائرتي اد اه ونخرج من ب عمود بح على از ونصل نصف قطر زد وهو ايضا عمود على از لكون اد ربعا ونخرج طح فيكون مثلثا طبح كدز متشابهين لتوازي بح زد الكائنين معا في سطح دائرة اد وعمودين على از وتوازي دك بط العمودين على سطح واحد وهو سطح دائرة اد ويكون طح كز ايضا متوازيين بحكم المقدمة التي ذكرناها ههنا وان اردنا اخرجنا اولا من نقطتي ك ط عمودي طح كز على از في سطح دائرة اه ونصل بح زد وبينا توازيهما بحكم المقدمة المذكورة في اول الشكل المغني ليكون تلك المقدمة وحدها كافية في الشكلين واذا تبين توازي اضلاع مثلثي طبح كدز النظاير كانت نسبة بح الذي هو جيب قوس اب الى زد الذي هو نصف القطر اعني جيب الزاوية القايمة كنسبة بط الذي هو ظل قوس بح الى دك الذي هو ظل قوس ده اعني ظل زاوية ا وذلك ما اردناه وتبين من ذلك انا اذا فرضنا قوسا اخرى مثل قوس لم القايمة على سطح دائرة اد كانت نسبة جيب ال الى جيب اب

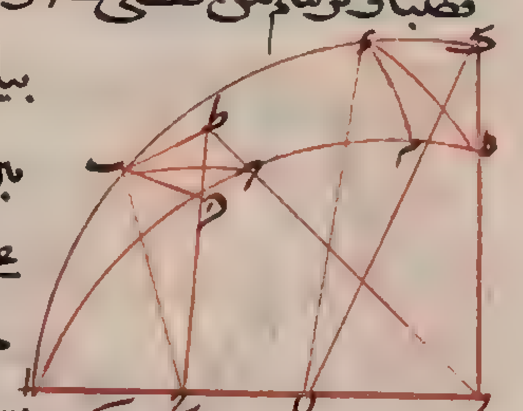
كنسبة ظل لم الى ظل ده فنسبة جيب اب الى جيب ال كنسبة ظل بح الى ظل لم فيكون نسب جيوب القسي بعضها الى بعض كنسب الاظلال
عرض تلك القسي بعضها الى بعض وبالابدال نسبة جيب كل قوس الى ظل عرضها كنسبة الجيب الاعظم الى زاوية او في كل مثلثين
قايمي الزاوية يتساوي الحادتان منهما وان لم ينطبق احدهما على الآخر كمثلثي ابح اده في هاتين الصورتين الذين يتساوي
منهما زاويتا الحادتان ويكون زاويتا ب د قايمتين يكون الحكم

على الوجه المذكور ثابتا بمثل مامر واهل الصناعة اقتصروا على
هذا البرهان وانا اضفت اليه براهين عدة على منوال بعض
البراهين المذكورة في الشكل المغني ليكون الكلام متناسبا انشاء الله تع
وهي هذه طريق آخر ليكن في مثلثي ابح اده الكاينين من القسي العظام زاويتا المتقابلتان متساويتين وزاويتا ب د قايمتين
ونخرج من مركز الكرة وهو ك انصاف اقطار كح كب كا كد كه الخمسة ومن نقطتي ب د عمودي بح دل على فصل اك المشترك
وعمودي بط دك على سطحي دائرتي اب اد الى ان يلاقيا نصفي قطري كح كه على نقطتي

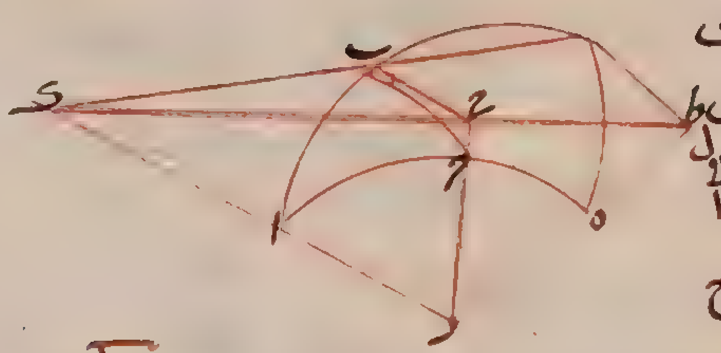


طك ونصل طح كل فلكون بح طك في سطح دائرة حا يكون طح في ذلك السطح
ويكون عمودا على اك لحكم المقدمة ودل في ذلك السطح ايضا عمود على اك فطح دل متوازيا
ومثل ذلك يبين توازي بح لك الكاينين في سطح دائرة به العمودين على اك
فزاوية بحط مساوية لزاوية دلك ولكون هاتين الزاويتين متساويتين وزاويتي ب د قايمتين يكون مثلثا بحط
دلك متشابهين ونسبة حب جيب قوس اب الى دل جيب قوس اد كنسبة بط ظل قوس بح الى دك ظل قوس ده
وذلك ما اردناه وان انطبق احد المثلثين على الآخر كان البيان بحسبه على قياس ذلك برهان آخر ليكن مثلثا ابح
اده من القسي العظام وزاويتا فيهما مشتركة وزاويتا ب د قايمتين وم مركز الكرة وم ا م ح م ه انصاف اقطارها ونجعل ا
قطبا ونرسم من نقطتي ب د قوسي بح دم ونخرج منهما عمودي بح دل على ار فيكونان نصفي قطري المداري كما
بيانه ونخرج من نقطتي ب د ايضا عمودي بط دك على سطح دائرة ار وهما الفصلان المشتركان

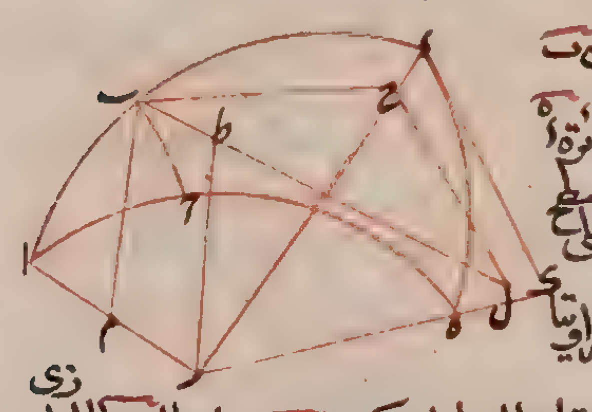


بين المداري وبين دائرتي بح ده وذلك لكون المداري والدائرتين جميعا قايمة
على سطح دائرة ار ووجوب كون فصليهما المشتركين المارين بنقطتي ب د عمودين وامتناع
خروج اكثر من عمود واحد من كل السطح الذي فيه تلك النقطة وينتهيا الى سطح دائرة
اره عند نقطتي طك ولكون نقط طدح في سطح مدار بحر ودائرة اره يكون على خط طح المستقيم الذي هو الفصل المشترك
بينهما وكذلك نقط كم ل ولتشابه قوسي بح دم الواقعتين بين عظيمتي اره الماريتين بقطب ا وتساوي نسب اظلال القسي
المتشابهة من الدواير المختلفة الى انصاف اقطارها يكون نسبة بح جيب قوس اب الى بط ظل قوس بح كنسبة دل
جيب قوس اد الى دك ظل قوس ده فنسبة جيب كل قوس الى ظل عرضها او انكانت قوسا اه ربعين كانت كنسبة الجيب كله
الى ظل زاوية برهان آخر نعيد مثلثي ابح اده كما وصفناهما ونخرج عمودي بح دط على سطح دائرة اب د ونصل نصفي قطري
كه كح ونخرجهما الى ان يلاقيا العمودين على نقطتي حط ونصل وتر اب ونصف قطر را ونخرجهما الى ان يلاقيا على ك
فلكون نقطة طح ك في سطح عمودي بح دط المتوازيين وفي سطح دائرة اه يكون على خط مستقيم هو الفصل المشترك وهو
خط طحك ويكون مثلثا كبح كدط متشابهين لاشتراكهما في زاوية ك وكون زاويتي ب د قايمتين فنسبة كب

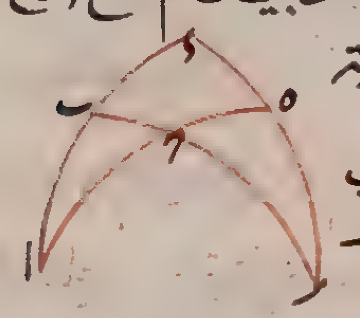
الى كد اعني نسبة جيب قوس اب الى جيب قوس اد كنسبة بح الى دط اعني
نسبة ظل قوس بح الى ظل قوس ده فاذن نسبة بعض جيوب القسي الى بعض
كنسبة بعض اظلال عروضها الى بعض وانكانت اراه ربعين كانت كنسبة ا الاظلال
العروض الى الظل زاوية او ذلك ما اردناه برهان آخر نعيد مثلث ابح ونخرج



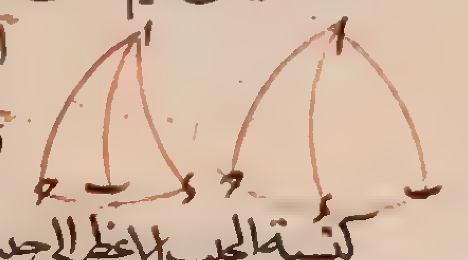
قوسي اب اح الى ان يتما ربعين عند نقطتي ده ونرسم قوس ده ونصل انصاف اقطار زا زد زه ونخرج عمودي بك طك
اك على سطح دائرة اه ونخرج زح زه الى ان يلقياهما عند نقطتي ك ط ثم نخرج من ب



عمود بح على فصل مشترك عليه زب في سطح دايرة اب ويكون عمودا على سطح دائرة اه
ومن ط عمود طل على فصل مشترك عليه زك في سطح دايرة اه فيكون عمودا ايضا على سطح
دائرة ده ونصل حل فطل بح متوازيان لكونهما عمودين على سطح واحد وزاويتا
بح لط لح قايمتان وزاويتي ب لط قايمة فسطح بح لط متوازي الاضلاع قايم الزوايا ولكون حل موازيا لب طل المواز
لدى يكون حل دك متوازيين فيكون مثلثا حل ردك متشابهين ونسبة زح جيب تمام ب اعني جيب اا الى حل
اعني ب ط ظل قوس بح كنسبة زد الجيب كله الى دك ظل زاوية او ان اردنا اقمنا عمود بم على ار وبين كون سطح
بح دم متوازي الاضلاع قايم الزوايا ليظهر تساوي بح بم وذلك ما اردناه برهان آخر مستنبط من الشكل القطاع
نعيد مثلث ابح من القسي العظام وفيه زاوية ب قايمة ونخرج اب اح الى ان يتم اراه ربعين ونتم قطاع راح من
الارباع فيحكم الشكل القطاع نسبة جيب قوس بح الى جيب قوس حر تمامها مولفة من نسبة



جيب قوس حر تمامها مولفة من نسبة جيب قوس با الى جيب قوس اد ومن نسبة جيب
قوس ده الى جيب قوس هر تمامها ونسبة كل جيب قوس الى جيب تمامها كنسبة ظلها الى نصف
القطر فلذلك نسبة ظل قوس بح الى نصف القطر مولفة من نسبة جيب قوس با الى نصف القطر ومن نسبة
ظل قوس ده الى نصف القطر واذا القينا الثاني والسادس من هذه المقادير الستة لتساويهما بقيت الاربعة متناسبة
نسبة ظل بح الى جيب با كنسبة ظل ده الى نصف القطر وبوجه آخر اذا اخذنا نصف القطر واحدا حسبما اخذه
ابو الريحان كان قدر نسبة ظل قوس بح الى نصف القطر هو ظل بح بعينه وقدر نسبة جيب قوس با الى نصف القطر هو جيب
قوس با بعينه وقدر نسبة ظل قوس ده الى نصف القطر هو ظل قوس ده بعينه فيكون ظل قوس بح مولفا من جيب قوس
با وظل قوس ده اعني يكون ظل قوس بح مساويا لضرب جيب قوس با في ظل قوس ده بل ضرب ظل قوس بح
في الواحد كضرب جيب قوس با في ظل قوس ده فيكون نسبة جيب قوس با الى الواحد اعني نصف القطر كنسبة ظل قوس بح
الى ظل قوس ده الذي هو ظل زاوية ا وهكذا انكان بدل قوس بح قوس اخرى فاذن نسبة جيوب القسي بعضها الى بعض كنسبة
الاظلال عروضها بعضها الى بعض وذلك ما اردناه وقد تبين ههنا ان مرجع هذا الشكل الى تفصيل بطليموس من الشكل القطاع كما
كان مرجع المغني الى تركيبه اعتبار حكم هذا الشكل في ساير المثلثات وليعلم ان الحكم المبين بهذا الشكل نوعا من الاختصاص والتشبث با
الزاوية القايمة ليس للشكل المغني ذلك ولذلك لم يمكن اعتبار حكم هذا الشكل في المثلثات الحادة الزوايا والمنفرجة الزاوية من
غير اعتبار زاوية قايمة فيها وهذا هو علة تخلف هذا الشكل عن الشكل المغني في الفضيلة مع كونهما كالتوامين تراضعا بلبان
بعد استلزامه دون المغني لتفاوت يقتضيه فرط الزايد في مقادير بعض الاظلال على ما سياتي الكلام فيه فاذا اردنا اعتبار

هذا الشكل في المثلثات المذكورة رسمنا قوساً من دايرة عظيمة تمر باحدى زواياها وتقوم على الدايرة التي منها وتر تلك
الزاوية على قوايم فليكن في مثلث ا ب ح زاويتا ا ب ح زاويتا ا ح حادتين وزاوية ب تارة حادة وتارة منفرجة وليمر با قوس

ا د القاطعة لقاعدة ب ح عند د على قوايم ونقول نسبة ظل زاوية ب الى ظل زاوية ح كنسبة جيب قوس
د ح الى جيب قوس ب د وذلك لان في مثلث ا ب د القايم الزاوية نسبة ظل زاوية ب الى ظل قوس ا د
كنسبة الجيب الاعظم الى جيب قوس ب د وفي مثلث ا د ح القايم الزاوية نسبة ظل قوس ا د الى ظل زاوية ح كنسبة جيب قوس
د ح الى الجيب الاعظم فبالمساوات المضطربة نسبة ظل زاوية ب الى ظل زاوية ح كنسبة جيب قوس ح د الى جيب قوس ب د
وذلك ما اردناه وايضاً يكون نسبة ظل زاوية ب ا د الى ظل ب د كنسبة ظل زاوية ح ا د الى ظل ح د لان كل واحدة منهما كنسبة
الجيب الاعظم الى جيب ا د وبالابدال نسبة ظل زاوية ب ا د الى ظل زاوية ح ا د كنسبة ظل ب د الى ظل ح د الكلام في الفروع الشكل
الظلي ولواحقها الفرع الاول كل مثلث قايم الزاوية فنسبة جيب تمام زاوية حادة يفرض فيه الى جيب الزاوية القايمة
كنسبة ظل تمام وتر القايمة الى ظل تمام الضلع الواقع بين القايمة والحادة المفروضة او كنسبة ظل الضلع الواقع بين الزاويتين
الى ظل وتر القايمة فليكن المثلث ا ب ح والقايمة زاوية ب والحادة المفروضة زاوية ا فنقول فنسبة جيب تمام زاوية ا الى

الجيب الاعظم الذي هو جيب زاوية ب كنسبة ظل تمام قوس ا ح الى ظل تمام قوس ا ب برهانه نتمم ضلع
ا ب ا ح من الارباع ويكون فيه بحكم الشكل الضلع نسبة جيب قوس ز ه الى جيب قوس د ه كنسبة ظل قوس ح د
الى ظل قوس ز ب وقوس ز ه تمام قوس ه د التي هي قدر زاوية ا وقوس د ا هي الربع وهي قدر القايمة
وجيبها الجيب الاعظم وقوس ه ح تمام قوس ح ا وقوس ز ب هي تمام قوس ب ا فاذن نسبة جيب تمام زاوية ا الى جيب زاوية
ب كنسبة ظل تمام قوس ح ا الى ظل تمام قوس ب ا وذلك ما اردناه برهان آخر نسبة جيب قوس ا ب الى جيب قوس ب ز بالتفصيل
في قطاع ز ا د التي هي ظل ا ب مؤلفة من نسبة جيب قوس ا ح الى جيب قوس ح ه اعني ظل ا ح ومن نسبة جيب قوس ه د الى
جيب قوس د ز الذي هو نصف القطر اعني جيب تمام زاوية ا فضرب ظل ا ح في جيب تمام زاوية ا كضرب ظل ا ب في الواحد
وهو بالفرض نصف القطر فاذن نسبة ظل ا ب الى ظل ا ح كنسبة جيب تمام زاوية ا الى نصف القطر وكانت نسبة ظل ا ب
الى ظل ا ح كنسبة ظل تمام ا ح الى ظل تمام ا ب فاذن نسبة جيب زاوية ا الى جيب زاوية ب كنسبة ظل تمام ا ح الى ظل تمام ا ب
وذلك ما اردناه الفرع الثاني نسبة جيب تمام وتر الزاوية القايمة الى جيب الزاوية القايمة كنسبة ظل تمام احدى الزاويتين
الباقيتين الى ظل الزاوية الاخرى ونعيد الشكل ونقول في مثلث ا ب ح نسبة جيب تمام ا ح وهو وتر زاوية ب الى الجيب
الاعظم وهو جيب زاوية ب كنسبة ظل تمام زاوية ا الى ظل زاوية ح برهانه لما كانت زاوية ه في مثلث ز ح ه من القطاع
المذكور قايمة كانت نسبة جيب قوس ح ه الى الجيب الاعظم كنسبة ظل ضلع ه ز الى ظل زاوية ح وقوس ح ه هي تمام ا ح وز د
هي تمام ه ز التي هي قدر زاوية ا فاذن في مثلث ا ب ح نسبة جيب تمام ا ح الى الجيب الاعظم كنسبة ظل تمام زاوية ا الى ظل زاوية ح
وذلك ما اردناه وعلى هذين الفرعين مدار اكثر المسايل المبنية على فروع هذا الشكل فرع آخر نسبة ظل تمام زاوية غير قايمة
الى ظل ضلع يقع بينها وبين القايمة كنسبة جيب تمام وتر القايمة الى جيب الضلع الثالث ونعيد الشكل ونقول في مثلث
ا ب ح نسبة ظل تمام زاوية ا الى ظل ا ب كنسبة جيب تمام ا ح الى جيب ب ح وذلك لان في القطاع المذكور نسبة ظل ه ز اعني
تمام زاوية ا الى ظل ا ب كنسبة جيب ه ح اعني تمام ضلع ا ح الى جيب ح ب وذلك لتساوي زاويتي ح في المثلثين وكون
زاويتي ه ب قايمتين وذلك ما اردناه وهذا الفرع لا يجدي كثيراً لان المجهول به انما يتعرف بثلثة معلومات ويتعرف
بغيره

بغيره بمعلومين فرع آخر كل زاوية غير قايمة في مثلث قايم الزاوية تكون بقدر تمام عرض تمام وتر زاوية القايمة من العرض الذي
يكون اعظم بقدر الزاوية الاخرى غير القايمة وبالعكس وتر زاوية القايمة فيه يكون بقدر تمام قوس عرضها تمام زاوية
غير القايمة من العرض الذي يكون اعظم بقدر الزاوية الاخرى غير القايمة ونعيد لبيانه القطاع المذكور فيكون فيه
زاوية ا من مثلث ا ب ح بقدر ز ه و ا ه تمام ه د و ه ح عرض ه ح واعظم بحسب زاوية ح و ه ح تمام ح ا فزاوية ا بقدر تمام
عرض ا ح من العرض الذي يكون اعظمه بقدر زاوية ح وايضاً وتر ا ح تمام ح ه وهي عرض قوس ز ه و ز ه تمام زاوية ا فا ح
تمام قوس عرضها تمام زاوية ا من العرض الذي اعظمه بقدر زاوية ح وحكم هذا الفرع حكم نظيره في المغني وههنا نقطع
الكلام في هذا الشكل ونختمه بخاتمة هي هذه خاتمة هذا الفصل اعلم ان جماعة من الافاضل طعنوا في هذا الشكل بسبب
فرط تزايد الظلال حتى تزيد على ثمن الدور وتزيد تلك الاظلال ضرورة على نصف القطر واذا وضعت الاظلال في
جداول يتزايد فيها بمقادير متساوية صارت مقادير ما بين سطورها من الاظلال بعد ثمن الدور متزايدة
تزايداً فاحشاً فلذلك لم يبق ثقة باحد الاظلال منها بتعديل ما بين السطرين المعهود في ساير الجداول واذا انصفنا
من انفسنا لم يجب ان يحكم بالقدح في هذا الشكل من هذه الجهة لان اخذ الاظلال ليس بواجب ان يكون من الجداول
ومع هذا قلنا ان نعمل بهذا الشكل في جميع الاظلال مع الاقتصار على معرفة اظلال ثمن الدور فقط فان للاظلال
خواص دون الجيوب من جهتها يقوم البعض منها مقام البعض الآخر وقد ذكرنا طرفا من تلك في صدر هذا الفصل
والآن نبين كيف نعمل بجميع الاظلال مع الاقتصار على معرفة اظلال ما يقتصر عن ثمن الدور فنقول قد تبين من هذه
الفصل ان المقادير الاربعة المتناسبة الواقعة في كل صورة من صور هذا الشكل مشتملة على جيبين احدهما الجيب
الاعظم في اكثر الاحوال وعلى ظلين وتعرف المجهول منها انما يكون بضرب وقسمة واذا فرض مقدار نصف القطر واحدا
كان الضرب فيه والقسمة عليه ساقطين عن العمل فيبقى لنا اما ضرب واحد واما قسمة واحدة والمجهول يكون اما جيبا او
ظلا فان كان جيبا فلا شك انه انما يحصل اما من ضرب ظل في ظل او من قسمة ظل على ظل وان كان ظلا فهو انما يحصل
اما من ضرب ظل في جيب او من قسمة ظل على جيب او من قسمة جيب على ظل وهذه خمس صور اما الصورة الاولى
وهي ان يكون المجهول جيباً ويحصل من ضرب ظل في ظل ولا يمكن ان يكون الظلان كلاهما اعظم من نصف القطر لان
نسبة الواحد الى احدهما يكون كنسبة الآخر الى الجيب المطلوب فان كان احد الظلين اعظم من الواحد كان الجيب المطلوب
اعظم من الظل الآخر ولا يكون جيب اعظم من نصف القطر فاذن الظل الآخر يكون اصغر من نصف القطر فاذن اما
ان يكون الظلان كلاهما اصغر من نصف القطر او يكون احدهما اعظم والآخر اصغر اما الاول فلا كلام فيه ههنا واما
الثاني فاذا قسمنا الظل الذي هو اصغر من نصف القطر على ظل تمام القوس التي ظلها اعظم من نصف القطر كان
الحاصل هو الذي يحصل من ضرب احد ذينك الظلين في الآخر على ما تبين في صدر الفصل وان وقع في غير هذه الصورة
ظلان كلاهما اعظم من نصف القطر واردنا ضرب احدهما في الآخر حتى يحصل الظل آخر ضربنا ظل تمام المضروب في ظل
تمام المضروب فيه فما يحصل فهو ظل تمام القوس المطلوبة على ما تبين واما الصورة الثانية وهي ان يكون المطلوب من
قسمة ظل على ظل جيبا وفي هذه الصورة يكون المقسوم اقل من المقسوم عليه لان الخارج من القسمة يجب ان يكون اصغر
من الواحد فالظلان ان كان اعظم من نصف القطر قسمنا ظل تمام القوس المقسوم عليه على ظل تمام قوس المقسوم فما
حصل فهو الجيب المطلوب وذلك لان نسبة الظل الى الظل كنسبة ظلي تمامي قوسيهما على التكافي كما مر وان كان احدهما اعظم

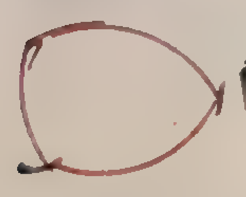
والآخر اصغر فان كان المقسوم عليه اعظم ضربنا المقسوم في ظل تمام قوس المقسوم عليه فما خرج فهو الجيب المطلوب وبالعكس محال المام

واما الصورة الثالثة وهو ان يكون المطلوب في ضرب جيب في ظل ظلا فان كان ظل المضروب فيه اعظم من نصف القطر قسمنا الواحد عليه فما حصل فهو ظل تمام قوس المطلوب فيمكن ان نقوس في الجدول الاقل من الثمن وهكذا في كل ظل يكون اعظم من نصف القطر وارد نا معرفة قوسه من الجدول واما ان كان الظل المضروب فيه اصغر من نصف القطر كان الظل المطلوب ايضا اصغر كما مر واما الصورة الرابعة وهو ان يكون المطلوب من قسمة جيب على ظل ظلا فان كان المقسوم عليه اعظم من نصف القطر ضربنا الجيب في ظل تمام قوس المقسوم عليه فما حصل فهو المطلوب واما الصورة الخامسة وهو ان يكون المطلوب من قسمة ظل على جيب ظلا فان كان المقسوم عليه اعظم من نصف القطر قسمنا ظل تمام قوس المقسوم على الجيب فما حصل فهو ظل تمام قوس المطلوب وذلك لما بينا ان الخارج من قسمة ظل قوس والخارج من قسمة ظل تمامها على مقدار حال ظلا قوسين احديهما تمام الاخرى وهذه القوانين تختص بمقادير اربعة يكون احدها نصف القطر فان لم يكن كذلك وكانت جيبين وظلين كيف اتفق يزاد في العمل ضرب او قسمة والوجه فيه على قياس ما تقدم ظاهر فاذن ظهر ان العمل في جميع الابواب مع الاقتصار على معرفة القسي التي هي اقل من الثمن من اظلالها التي هي اقل من نصف القطر وبالعكس ممكن وزال به القدح الواقع في الاوهام العامة في هذا الشكل بسببه

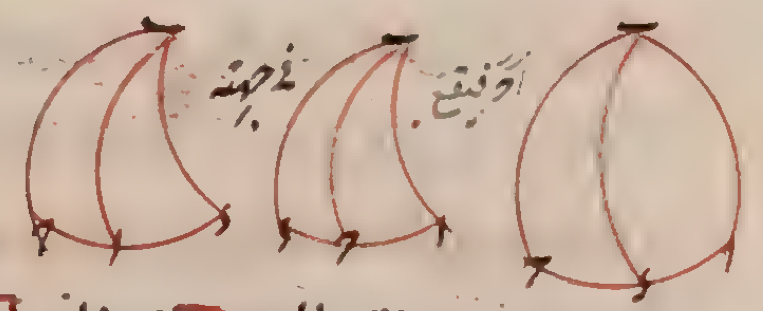
الفصل السابع في تمام الكلام في كيفية التوصل من المعلومات الى المجهولات في المثلثات القوسية قد مر في الفصل الرابع ان النسبة البسيطة تشتمل على اربعة حدود ولا بد في التوصل من المعلومات الى المجهولات بطريق النسبة من العلم بثلثة منها حتى يتوصل منها الى الرابع المجهول وكل مثلث يشتمل على ثلثة اضلاع وثلث زوايا فاذن ما لم يكن ثلثة اشياء من هذه الستة في كل مثلث معلوما لم يمكن ان نعرف باقيها اما المثلثات القايمة الزاوية ففيها احدى الزوايا اعني القايمة معلومة ابدا ويكفي في تعرف مجهولاتها معلومان غير القايمة فذلك المعلومان اما ان يكونا ضلعين او ضلعا وزاوية او زاويتين فان كانا ضلعين فاما ان يكونا المحيطين بالقايمة او يكون احدهما وترها وان كانا ضلعا وزاوية فاما ان يكون الضلع وتر القايمة او وتر المعلومة او الضلع الباقي وهذه ستة ضروب والقانون في كل شكل اما ان يكون من الشكل المغني او من الشكل الظلي ونحن نوردها جميعا ونقتصر على مؤامرات الاعمال مجردة عن البراهين فان البراهين قد تبين فيما مر استخراج المجهولات من المعلومات في المثلثات القايمة الزاوية على قانون المغني الضرب الاول وليكن المعلوم وتر القايمة وضلعا آخر فلما ظهر في الفرع الاول للمغني نضرب تمام جيب وتر القايمة في نصف القطر ونقسمه على جيب تمام الضلع المعلوم حتى يحصل جيب تمام الضلع المجهول والزوايا المجهولة نضرب بحكم اصل المغني جيب وتر الزاوية المجهولة في نصف القطر ونقسمه على جيب وتر الزاوية القايمة فما حصل فهو جيب الزاوية المجهولة الضرب الثاني وليكن المعلوم الضلعين المحيطين بالقايمة فبحكم الفرع الاول نضرب جيب تمام احدهما في جيب تمام الآخر ونقسمه على نصف القطر يحصل جيب تمام وتر القايمة ونستخرج الزوايا من الاضلاع كما مر في الضرب الاول بعينه الضرب الثالث وليكن المعلوم زاوية غير القايمة ووترها فلاصل المغني نضرب جيب الضلع المعلوم في نصف القطر ونقسم الحاصل على جيب الزاوية المعلومة فما يحصل فهو جيب وتر القايمة ثم ونتعرف بمثل ما مر في الضلع والزاوية الباقيتان الضرب الرابع وليكن المعلوم زاوية غير القايمة فلاصل المغني نضرب جيب الزاوية المعلومة في جيب وتر القايمة ونقسمه الحاصل على نصف القطر فيحصل جيب وتر الزاوية المعلومة ونعرف الضلع والزاوية الباقيين بمثل ما مر في الضرب الاول الضرب الخامس وليكن المعلوم زاوية

الضرب الاول م

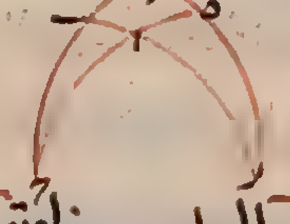
زاوية غير القايمة والضلع الذي بينها وبين القايمة فللفرع الثاني نضرب جيب الزاوية المعلومة في جيب تمام الضلع المعلوم ونقسمه على نصف القطر فما حصل فهو جيب تمام الزاوية الموترة بالضلع المعلوم ونعرف الضلعين الباقيين بمثل ما مر في الضرب الثالث الضرب السادس وليكن المعلوم الزاويتين غيري القايمتين فللفرع الثاني نضرب جيب تمام احدى الزاويتين في نصف القطر ونقسمه على جيب الزاوية الاخرى فما حصل فهو جيب وتر الزاوية الاولى ونعرف الضلعين الباقيين بمثل ما مر في الضرب الثالث واما على قانون الظلي فالضرب الاول المعلوم فيه ضلعان احدهما وتر القايمة فللفرع الاول للظلي نضرب تمام وتر القايمة في نصف القطر ونقسمه على ظل تمام الضلع الآخر فما حصل فهو جيب تمام الزاوية الواقعة بين الضلعين المعلومين ولاصل الظلي نضرب ظل هذه الزاوية التي صارت معلومة في جيب الضلع الواقع بينهما وبين القايمة ونقسمه على نصف القطر فما حصل فهو ظل وتر تلك الزاوية وللفرع الثاني نضرب ظل الزاوية المعلومة في جيب تمام وتر القايمة ونقسمه على نصف القطر فيحصل ظل تمام الزاوية الباقية او للفرع الاول نضرب ظل تمام وتر القايمة في نصف القطر ونقسمه على ظل تمام الضلع الواقع بين الزاوية المجهولة والقايمة فما حصل فهو جيب تمام الزاوية المجهولة الضرب الثاني والمعلوم فيه ضلعا القايمة فلاصل الظلي نضرب ظل احدهما في نصف القطر ونقسمه على جيب الضلع الآخر فما حصل فهو ظل الزاوية الموترة بالضلع الاول وبمثل ذلك نعرف الزاوية الاخرى واما المعرفة وتر القايمة فللفرع الاول نضرب جيب تمام احدى الزاويتين في ظل تمام الضلع الواقع بينها وبين القايمة ونقسمه على نصف القطر فما حصل فهو ظل تمام وتر القايمة او للفرع الثاني نضرب ظل تمام احدى الزاويتين في نصف القطر ونقسمه على ظل الزاوية الاخرى فما حصل فهو جيب وتر القايمة الضرب الثالث والمعلوم فيه زاوية غير القايمة ووترها فلاصل الظلي نضرب ظل الضلع المعلوم في نصف القطر ونقسمه على ظل تلك الزاوية فما حصل فهو جيب الضلع الواقع بين الزاوية المعلومة والقايمة ونعرف باقي المجهولات بمثل ما مر في الضرب الثاني الضرب الرابع والمعلوم فيه زاوية غير القايمة ووتر القايمة فللفرع الاول الاول نضرب ظل تمام وتر القايمة في نصف القطر ونقسمه على جيب تمام الزاوية المعلومة فما حصل فهو ظل تمام الضلع الواقع بين الزاوية المعلومة والقايمة ويعرف باقي المجهولات بمثل ما مر في الضرب الاول الضرب الخامس والمعلوم فيه زاوية غير القايمة وضلع يقع بينهما فلاصل الظلي نضرب ظل تلك الزاوية في جيب ذلك الضلع ونقسمه على نصف القطر فما حصل فهو ظل وتر تلك الزاوية ويعرف باقي المطالب بمثل ما مر في الضرب الثاني او الثالث الضرب السادس والمعلوم فيه الزوايا كلها فللفرع الثاني نضرب ظل تمام احدى الزاويتين في نصف القطر ونقسمه على ظل الزاوية الاخرى فما حصل فهو جيب تمام وتر القايمة ويعرف باقي المطالب بمثل ما مر في الضرب الرابع واعلم ان الغرض من ايراد هذه المؤامرات ليس هو حصر طريق استخراج المجهولات بل الغرض هو بيان ان استخراج كل واحد من المجهولات في المثلثات القايمة الزاوية التي عليه بناء معظم الصناعة بكل واحد من الشكلين ممكن فان استخراج المؤامرات من البراهين على الفطن الواقف على اصولنا اسهل من حفظها وضبطها بالتقليد واذا روعي ما ذكر من خواص الظل في الطرف المخصوصة بالشكل الظلي صارت المؤامرات في استخراج مطلوب واحد ببرهان واحد كثيرة مثاله نرسم مثلث ا ب ج القوسي القايم الزاوية فبحكم اصل الظلي ان كان ضلع ا ب وزاوية ا معلومين وزاوية ب قايمة وجعلنا نصف القطر واحدا واردنا ان نعرف ضلع ب ج فكما يحصل من ضرب ظل زاوية ا في جيب ضلع ا ب ظل ب ج يحصل من قسمة ظل تمام زاوية ا على جيب ا ب ظل تمام ب ج ومن قسمة جيب ضلع ا ب على ظل تمام زاوية ا ظل ب ج وايضا ان كان المعلوم ضلع ب ج وزاوية ا والمطلوب ضلع ا ب فكما يحصل من قسمة ظل ب ج على ظل تمام زاوية ا جيب ضلع ا ب يحصل من ضرب من ضرب ب ج في ظل تمام



زاوية آ ومن قسمة تمام زاوية آ على ظل تمام زاوية ا ب ح ا وتضرب ظل تمام ب ح في ظل زاوية آ وتقسم ظل تمام ب ح على ظل تمام
زاوية آ وقسمة الواحد على خارج القسمة ذلك وللفرع الاول كما يحصل من ضرب جيب تمام زاوية آ في ظل تمام ا ب ظل تمام ا ح
يحصل من قسمة جيب تمام زاوية ا على ظل ا ب ذلك ومن قسمة ظل ا ب على جيب تمام زاوية الظل ا ح وكما يحصل من قسمة
ظل تمام ا ح على ظل تمام ا ب جيب زاوية ا يحصل من قسمة ظل ا ب على ظل ا ح ومن ضرب ظل ا ب في ظل تمام ا ح او من ضرب ظل
ا ح في ظل تمام ا ب او من قسمة ظل ا ح على ظل ا ب وقسمة الواحد على خارج القسمة ذلك وللفرع الثاني كما يحصل من ضرب
ظل زاوية آ في جيب تمام ا ح ظل تمام زاوية ح يحصل من قسمة جيب تمام ا ح على ظل تمام زاوية آ ذلك ومن قسمة ظل تمام
زاوية آ على جيب تمام ا ح ظل زاوية آ ظهر من هذا انه كما كان لا ينبغي في اطراد الحكم على الظلي فضيلة كان للظلي في اتساع
الاعمال عليه ايضًا فضيلة من وجه آخر وهذا تمام الكلام في المثلثات القايمة الزاوية ولنتكلم على ساير المثلثات كلاما
او
خبر فان الاحتياج اليها اقل الكلام على ساير المثلثات اما المثلثات الحادة الزوايا والمنفرجة الزاوية فيجب ان يكون في كل واحد
منها ثلثة معلومات حتى يمكن ان نعرف بها معلومًا آخر بطريق النسبة كما ذكرنا فيما تقدم والمعلومات الثلثة اما ان تكون
ضلعين وزاوية او زاويتين وضلعا او الاضلاع الثلثة او الزوايا الثلث وهذه ضروب اربعة لكن الاول والثاني
ينقسمان الى قسمين فان في الاول الزاوية المعلومة اما ان تكون بين الضلعين المعلومين او يكون موترة باحدهما وفي
الثاني الضلع المعلوم اما ان يكون بين الزاويتين او يكون وترا لاحدهما فاذن ضروب هذه المثلثات ايضًا تصير ستة
الضرب الاول وليكن المعلوم ضلعين وزاوية بينهما كضلعي ا ب ا ح وزاوية آ من مثلث ا ب ح ولنرسم قوسا من عظيمة
تمر باحدى الزاويتين المجهولتين وبقطب وترها وليكن هي ب د فيكون زاوية د قايمة ويقع د داخل المثلث في
حاد الزوايا وفي منفرج الزاوية التي يكون زاوية ب فيها منفرجة وخارجة في منفرج الزاوية التي يكون منفرجة احدى
زاويتي ا ح فيقع في جهة المنفرجة فيكون في مثلث ا ب د ضلع ب ا وزاوية آ معلومين فتصير باقي اضلاعه وزواياه
معلومة كما مر في الضرب الرابع من المثلث القايمة الزاوية فيكون في مثلث ب ح د ضلعا د ب ح معلومين و
تصير باقي اضلاعه وزواياه معلومة كما مر في الضرب الثاني منها

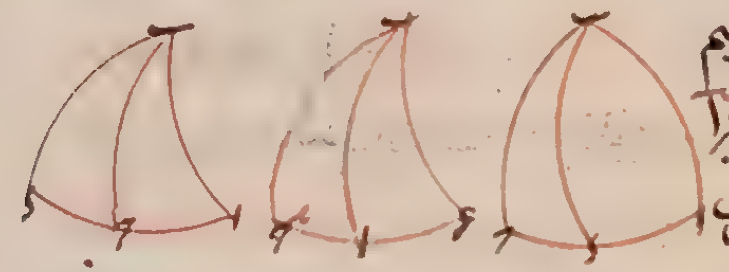


وجه آخر
مكون زاويتا ح وضلع ب ح بحكم الشكلين اعني المغني والظلي معلومة
نخرج ضلعي ح ا ح ب الى ان يصير ح ه ح ر ربعين تامين ونخرج ه ر الى ان

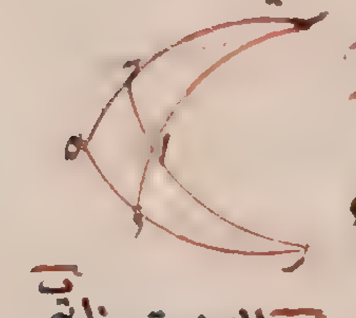


يلقى ب ا على ر ونتم قطاع ا ر ح آ ففي مثلث ا ر ه يكون زاوية آ وضلع ا ه تمام ضلع ا ح معلومين
وزاوية ه قايمة فيصير باقي اضلاعه وزواياه معلومة بالوجهين على ما تبين في الضرب
الخامس من الضروب المذكورة وفي مثلث ر ب ت يكون ضلع ر ب الذي هو مجموع ر ا ا ب المعلومين وزاوية ر
قايمة فيصير باقي الاضلاع والزوايا معلومة كما مر في الضرب الرابع بالوجهين وايضًا بالمغني لكون نسبة جيب ب ر
الى جيب ا ه كنسبة جيب ر ب الى جيب ب ر يصير ب ر معلومة فبالجملة يصير ح ب تمام ب ر معلومة ومن معرفة
زاوية ر ب يصير زاوية ا ب ح معلومة ومن معرفة ه ا يصير زاوية ح معلومة وبوجه آخر نخرج ضلعي ا ب ا ح الى ان يتم
ربعي ا ر ا ه ونتم قطاع ه ر ا ب فلكون ب ر ح ه تمامي ا ب ا ح معلومين وبحكم الشكل الظلي لنسبة ظليهما كنسبة جيبي ر ا ر ه فنسبة
جيب ر ا الى جيب ر ه يكون معلومة وقد ر ا ه الذي هو قدر زاوية ا معلومة فعلى ما تبين في المقالة الثالثة يصير
كل واحد من قوسي ر ا ر ه معلومة فيكون في مثلث ر ب ا ضلعا ا ر ر ب معلومين وزاوية آ قايمة فتصير زاويتا ب
معلومة

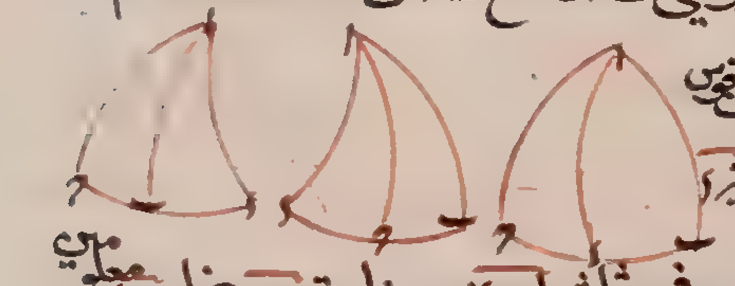
معلومة وضلع ر ب معلومًا وفي مثلث ر ح ه ضلعا ر ه ه ح معلومين وزاوية ه قايمة فتصير زاوية ح
معلومة وضلع ر ح معلوما ويبقى ب ح معلومًا الضرب الثاني وليكن المعلوم فيه ضلعين وزاوية
ليست بينهما كضلع ا ب ب ح وزاوية آ من مثلث ا ب ح فبالشكل المغني لكون نسبة جيب كل زاوية الى جيب اخرى كنسبة جيب
وتر الاولى الى جيب وتر الاخرى تصير زاوية ح معلومة وعلى العام نرسم



قوس ب د القايمة على ضلع ا ح فيكون في مثلث ا ب د ضلع ا ب وزاوية آ
معلومين وزاوية د قايمة فيصير باقي اضلاعه وزواياه معلومة كما مر في
الضرب الرابع وفي مثلث ب د ح يصير ضلع ب د ب ح معلومين ومنهما تصير باقي الاضلاع والزوايا معلومة كما مر في
الضرب الاول من الضروب المذكورة فتصير في مثلث ا ب ح ضلع ا ح وزاويتا ب ح بالوجهين معلومة وبوجه آخر نخرج ب ا
ب ح الى ان يتم ربعي ب ر ب ه ونتم قطاع ب ه ر ا فيكون في مثلث ر ا ا زاوية ا وضلع ا ا الذي هو تمام ب ا معلومين فيصير
باقي الاضلاع والزوايا معلومة لما مر في الضرب الخامس ولكون ا ح ه ميلي ر ا ح وعرضي د ا ر ه يصير قوسا ح ر ه با



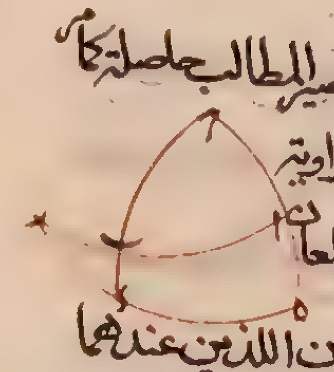
القانونين معلومين فيصير ضلع ا ح الباقي من د ح بعد ا د المعلوم وزاوية ب التي هي بقدر ر ه
معلومين ثم يصير ايضًا زاوية ح معلومة بمثل ما مر وان اردنا اخرجنا من نسبة جيب ا ا الى جيب
ه ح
المعلومة التي هي كنسبة جيب ر ا الى جيب ر ح ومن نسبة ظل ا ا الى ظل ح ه المعلومة التي هي كنسبة جيب
د ا الى جيب ر ه ومن قوسي ر ا د ا المعلومين كل واحدة من قوسي ر ح ر ه ويبقى ضلع ا ح وقوس ا ه التي هي بقدر زاوية ب
معلومين الضرب الثالث وليكن المعلوم زاويتين وضلعا بينهما كزاويتي ب ح وضلع ب ح من مثلث ا ب ح ونرسم قوسا



من العظام تمر باحدى الزاويتين المعلومتين وتقوم على وترها فلتكن قوس
ب د ويكون في مثلث ب د ح ضلع ب ح وزاوية ح معلومين وزاوية د
قايمة فيصير باقي الاضلاع والزوايا معلومة كما مر في الضرب الرابع وفي مثلث ا ب د يصير زاوية ب وضلع ب د معلومين
فيصير باقي الاضلاع والزوايا معلومة كما مر في الضرب الخامس ففي مثلث ا ب ح يصير زاوية آ وضلعا ا ب ا ح بالوجهين
معلومة والشكل كما مر في الضربين اللذين قبل هذا الضرب وبوجه آخر نخرج ضلعي ح ب ح ا الى ان يتم ربعا ح ر ح ه ونتم قطاع

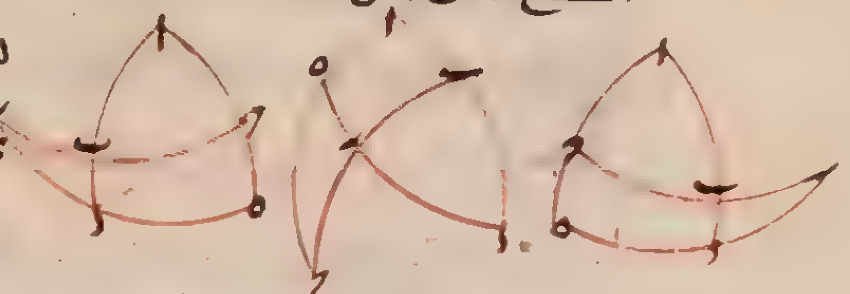
ه ر ب ففي مثلث ب ر ا يكون زاوية ب وضلع ب ر معلومين ويصير باقي الاضلاع والزوايا
معلومة فلكون ر ه معلوما اعني زاوية ح تصير في مثلث ر ه ا ضلع ر ه وزاوية ر معلومين فيصير
باقي الاضلاع والزوايا معلومة وفي مثلث ا ب ح يصير زاوية آ وضلع ا ب وضلع ا ح معلومة كما
مر البيان مرارا وبوجه آخر نرسم قوسا يمر با ويقوم على ب ح فبالظلي يكون نسبة ظل زاوية ب الى ظل زاوية ح المعلومتين كنسبة
جيب قوس ح د الى جيب قوس ب د فهي معلومة وقوس ب ح معلومة فتصير كل واحدة من قوسي ب د د ح معلوما لما م
في المقالة الثالثة ويصير في مثلث ا ب د من معرفة ضلع ب د وزاوية ب وفي مثلث ا د ح من ضلع د ح وزاوية ح باقي
الاضلاع والزوايا ومنها باقي المطالب معلومًا الضرب الرابع وليكن المعلوم زاويتين وضلعا ليس بينهما كزاويتي ا ب وضلع
ب ح في مثلث ا ب ح فيصير بحكم المغني من كون نسبة جيب زاوية آ الى جيب زاوية ب كنسبة جيب ضلع ب ح الى جيب ضلع
ا ح ضلع ا ح معلومًا وعلى الوجه العام نخرج من ح قوس ح د القايمة على ا ب فيصير في
مثلث ح ب د من معرفة ب ح وزاوية ب كما تبين في الضرب الرابع من الضروب الاربعة

وفي مثلث اب ج من معرفة زاوية او ضلع ج ا كما تبين في الضرب الثالث باقي الاضلاع والزوايا معلومة فيصير المطالب حاصلة كما م



وبوجه آخر نخرج ج ا ج ب الى ان يصير آ عند ا ه ربعين ونتم قطاع ه ب ر ونتعرف ضلع ا ا بمثل ما مر ثم زاوية ا ضلع اب كما مر في الضرب الثاني من هذه الضروب فلا نطول الكلام باعادته وفي هذه القطاع ان كان الضلعان اللذان نخرجهما الى الربع او احدهما اعظم من الربع نفصل ما هو اعظم من الربع ربعا ونرسم قوسا تمر بالطرفين اللذين عندهما تم الربع ويلاقي الضلع الثالث ونتم القطاع ونبين القطاع المطلوب فيه ونحن لم نورد اختلافات الوقوع لوضوحها مما مر

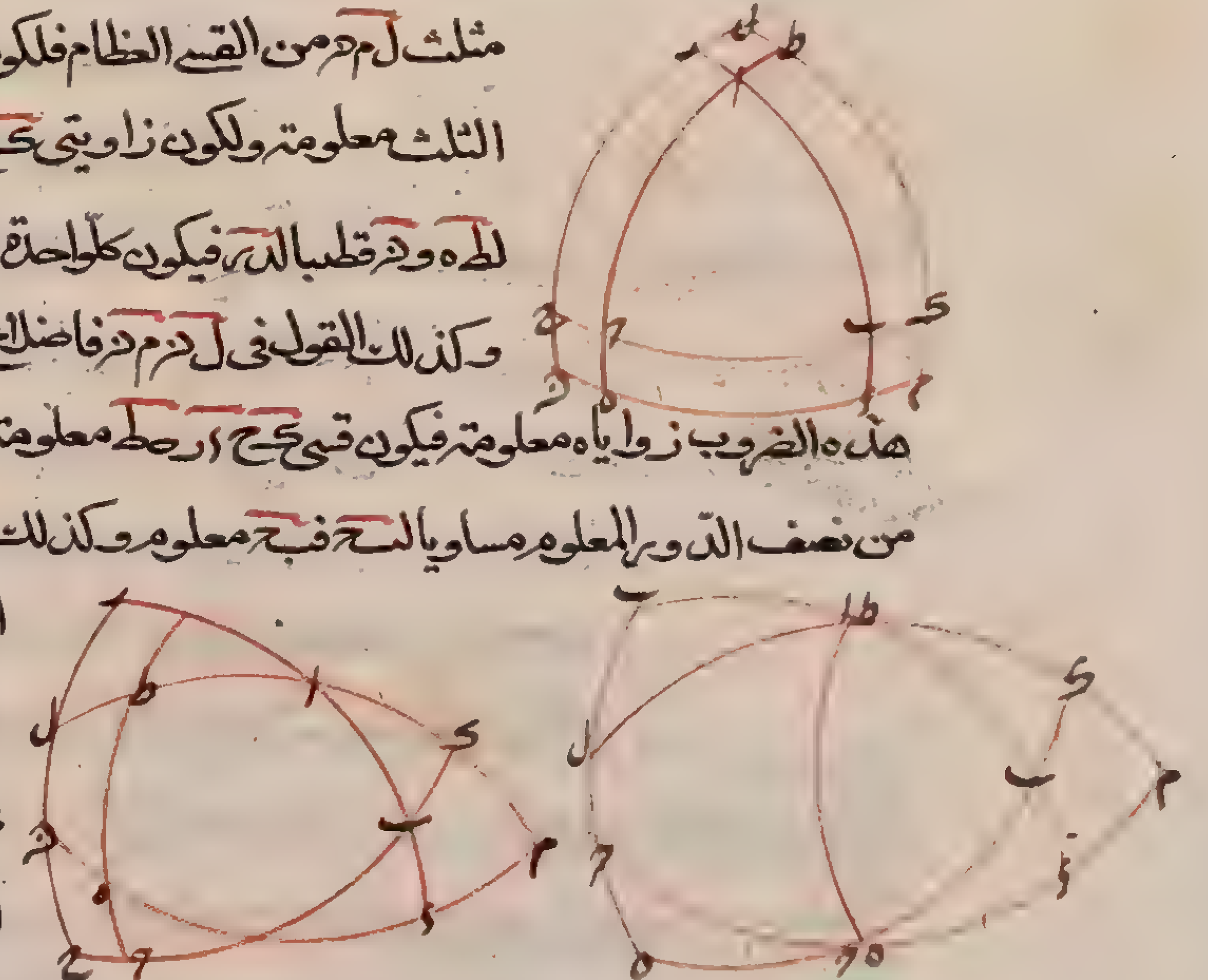
الضرب الخامس وليكن المعلوم جميع الاضلاع دون الزوايا والمثلث اب ج فلنجعل اب اج عند نقطتي ا ه ربعين ونخرج ا ه ونتم القطاع ونقول لما كان اب اج معلومين يكون ب ا ج ه معلومين وهما ميلا قوسي اب اج ولكون زاويتي ا ه قايمتين فيكون نسبة جيبهما كنسبة جيبي قوسيهما وهما ب ج فهي معلومة و ب ج معلوم فيكون بمثل ما مر في المقالة الثالثة كل واحد من قوسي ر ب ر ج معلومتين ويصير في مثلثي ر ب ا ر ج ه القايمي الزاوية ضلعان معلومين فيصير قوسا ا ر ه معلومين



ويصير ه ا اعني زاوية ا معلومة وكذلك في الزاويتين الباقيتين فان كان احد الضلعين ربعا وليكن اج جعلنا اب ايضا ربعا ونرسم قوس ا ج فلكون اب معلوما وا ر ربعا يكون ب ر معلوما وفي مثلث ر ب ج ضلعا ب ر ب ج معلومين ويصير في مثلث ا ر ج ضلعا ر ج ا ج معلومين ويصير زوايا مثلث اب ج معلومة

الضرب السادس وليكن المعلوم جميع الزوايا دون الاضلاع والمثلث اب ج لنخرج اب اج الى ان يصير ا ه ربعين و ب ا ج الى ان يصير ب ر ج ح ربعين و ج ا ج ب الى ان ك ح ط ربعين ونرسم قوسي ا ه ر ح ط ك من العظام وليتلاقى عند نقط ل م د فيحدث

مثلث ل م د من القسي العظام فلكون زوايا اب ج الثلث معلومة يكون قسي ا ه ر ح ط ك الثلث معلومة ولكون زاويتي ك ح قايمتين يكون ل قطبا القوس ك ح وبمثله يكون م قطبا ل ه و د قطبا ا ر فيكون كل واحدة من قوسي ط ل ك م تماما القوس ط ك فيكون ل م معلوما وكذلك القول في ل د م د فاضلاع مثلث ل م د الثلثة معلومة ويصير بحكم الضرب الخامس من هذه الضروب زواياه معلومة فيكون قسي ك ح ا ر ط ك معلومة ولكون كل واحدة من قوسي ك ح ر ح ربعا فيكون تمام ك ح من نصف الدور المعلوم مساويا لـ ب ح فـ ب ح معلوم وكذلك اب اج فاذن اضلاع مثلث اب ج معلومة فان كان ضلع ربعا او اعظم من الربع كان الشكل هكذا والبيان معلوم مما مر وقس على ذلك ساير الاختلافات الممكنة واستخراج المجهولات من معلومات في هذين الضربين اعني الخامس والسادس بقانون الحكم الشكلي ان كان ممكنا فانا لا اعرفه وان سنح لي معرفة الحقه بهذه



الرسالة واما ما ذكرت مآم الاعمال في الستة الاخيرة مخافة من التطويل ولقلة وقوعها في اكثر الصناعة ومع عرف ما مهدنا الى ههنا لم يتعذر عليه تجديد الاعمال من البراهين ولما تبين لنا الطريق الى تعريف مقادير الاضلاع والزوايا من المثلثات القايمة الزاوية والحادة الزوايا والمنفرجة الحادثة عن تقاطع القسي العظام في سطح الدايرة وقد بينا أن العلم بذلك يستلزم العلم بمقادير الاضلاع والزوايا من المثلثات السبعة التي حدثت مع كل مثلث في سطح الكرة فقد تبين لنا كيفية التوصل من المجهولات الى المعلومات في جميع المثلثات الحادثة من القسي العظام في سطح على الاطلاق

ولاح

ولاح مما مر كيفية رجوع هذه القوانين الى الشكل القطاع فان الحادثة في كل مثلث تغير بعض زواياه الى تخيل قطاع يكون بعض اركانه ارباعا ضرورية الآن النسب يعتبر في القطاع من حيث هي مؤلفة وها انها من حيث هي بسيطة وهذا هو

الغرض من الحاقنا هذه المقالة با
الاربع الاول ولنقطع الكلام
ههنا حامدين لله
على آلائه ومصلين
على خاتم انبيائه
والله اعلم
بالصواب
واليه المرجع
والمآب
تمت

رسالة كرة واسطوانة لارشميدس

رب يسر بسم الله الرحمن الرحيم وتمم بالخير

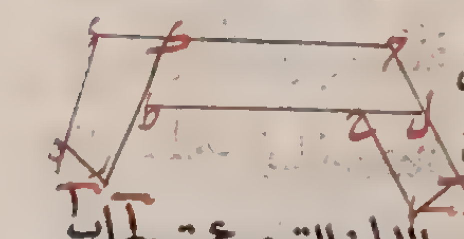
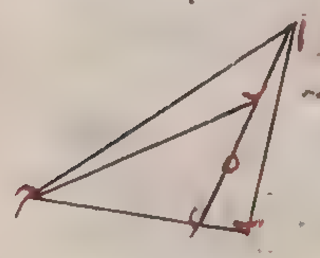
رب انعمت فزد اقول بعد تمجيد الله وتحميده والصلوة على محمد وآله المصطفين من عبيده اني كنت في طلب الوقوف على تحقيق بعض المسائل المذكورة في كتاب الكرة والاسطوانة لارشميدس زمانا طويلا لكثرة الاحتياج اليه في المطالب الشريفة الهندسية الى ان وقعت الي النسخة المشهورة من الكتاب التي اصلحها ثابت بن قرة وهي التي سقط عنها بعض المصادرات لقصور فهم ناقله الى العربية عن ادراكه وعجزه بسبب ذلك عن النقل فطالعتها وكان الدفتر سقيما لجهل ناسخه فبذلت مجهود الامكان وجهدت في تحقيق المسائل المذكورة فيه الى ان انتهيت الى المقالة الثانية وعثرت على ما اهمله ارشميدس من المقدمات مع بناء بعض مطالبه عليه فتحيرت فيه وزاد حرصي على تحصيله فظفرت بدفتر عتيق فيه شرح اوطوقيوس العسقلاني لمشكلات هذا الكتاب الذي نقله اسحاق بن حنين الى العربية نقلا على بصيرة وكان في ذلك الدفتر ايضا متن الكتاب من صدره الى آخر الشكل الرابع عشر من المقالة الاولى ايضا من نقل اسحاق وكان ما يذكره اوطوقيوس في اثناء شرحه من متن الكتاب مطابقا لتلك النسخة فوجدت من ذلك الدفتر ما كنت اطلبه ورأيت ان احرر الكتاب على الترتيب والخص معانيه وابين مصادراته التي انما يتبين باصول الهندسة واورد المقدمات المحتاج اليها فيه واذكر شكل ما اشكل منه مما اورده الشارح اوطوقيوس او استفدته من ساير كتب اهل هذه الصناعة واميز بين ما هو من متن الكتاب وبين ما ليس منه بالاشارة الى ذلك واثبت اعداد الاشكال على حاشيتها بالروايتين فان اشكال المقالة الاولى في نسخة ثابت ثمانية واربعون وفي نسخة اسحاق ثلثة واربعون ففعلت ذلك والحقت بآخرها مقالة ارشميدس في تكسير الدائرة فانها كانت مبنية على بعض المصادرات المذكورة في هذا الكتاب المقالة الاولى صدر الكتاب افتتح ارشميدس كتابه بان قال مخاطبا لواحد من اهل زمانه اسمه ذوسيثاوس سلام عليك قد ارسلت اليك قديما ما ثبت لي بالبرهان وهو ان كل قطعة يحيط بها خط مستقيم وخط منحن من محيط قطع قايم الزاوية يعني القطع المكافي على ما ذكره اوطوقيوس في الشرح فهي مثل وثلث مثلث القطعة التي تساوي قاعدته قاعدة القطعة وارتفاعه ارتفاعها واريد الآن ان اذكر البرهان على مسايل ذات قدر

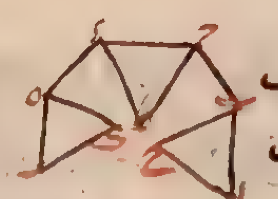
نصف
وقد تقرر لي وهي ان سطح كل كرة فهو اربعة امثال سطح اعظم دائرة يقع فيها وان سطح كل قطعة كرة مساو للدائرة التي تساوي
قطرها الخط المستقيم الخارج من راس تلك القطعة الى محيط قاعدتها وان كل اسطوانة يساوي قاعدتها اعظم دائرة تقع
في كرة وارتفاعها قطر تلك الكرة فهي مثل ونصف تلك الكرة وسطحها مع قاعدتها ايضا مثل ونصف سطح تلك الكرة وهذه اعراض
اولية بالطبع لهذه الاشكال لكنها مما جهله من تقدمنا من المهندسين ولست اخاف من ان يضاف ذلك الى ما وجده
غيري من اهل هذا العلم ويقاس به على ان الفرق بينهما ليس ببين فقد وجد اودسيس في المجسمات ان كل شكل
ناري فانه يساوي ثلث منشور يكونان على قاعدة واحدة وبارتفاع واحد وفي بعض النسخ ان كل مخروط مستدير فانه
يساوي ثلث اسطوانة مستديرة يكون حالهما ذلك فان ذلك وان كان ايضا بالطبع لهذين الشكلين كان مما جهله
جميع من تقدمه من المهندسين مع نبالة قدر كثير منهم وقد كنت احب ان لو استخرج مثل هذا وقوننن في الاحياء
فقد كان يمكن لهم ان يمتحنوا ذلك ويقولوا فيه بقدر استحقاقه **اقول** اظن ان ذلك الشخص هو الذي سيذكره في صدر
المقالة الثانية **قال** ثم اني لما وجدت ما سنح لي صحيحا اظهرته وانفذته اليك فليمتحنه من يقول على ذلك من المتحرين
في التعاليم وابتدات بالقضايا الواجب قبولها التي يتالف البرهان منها السلام عليك **الحدود قال** الخطوط المحدبة
المتناهية الكائنة في سطح هي التي اذا وصل بين اطرافها بخطوط مستقيمة كانت اما ان تقع باسرها في جانب واحد من
الخطوط المستقيمة واما ان لا يقع منها شيء في الجانب الآخر منها **اقول** الخط المحدب هو كل ما ليس بمستقيم على الاطلاق
سواء كان مؤلفا من خطوط مستقيمة متصلة على زوايا او كان قوسا من دائرة او منحنيا مما يحيط باحد القطوع
الثلثة او مركبا بعضه مستقيم وبعضه غير مستقيم او ملتويا في الجهات او غير ذلك مما يمكن وجوده فان الخط المحدب
اعم من جميع ذلك وانما قيده بالتناهي ليمكن ان يوصل بين طرفيه بخط مستقيم يتحد طرفاه بطرفيه وقيده بالكون في سطح
ليتحدد له جانبان فان الخطوط الملتوية التي لا تقع في سطح واحد يكون له جوانب غير متحددة بحسب اعتبار وقوع اجزائها
في السطوح المختلفة ثم ان المحدب الموصوف لا يمكن ان ينطبق على المستقيم الذي يكون اطرافهما متحدة بل اما ان يقع باسره
في احد جانبي المستقيم او يقع بعضه في احد جانبيه وبعضه منطبقا عليه او يقع بعضه في احد جانبيه وبعضه في الجانب الآخر
او يقع بعضه في احد جانبيه وبعضه في الجانب الآخر وبعضه منطبقا عليه وارشميدس خصص المحدب الموصوف اصطلاحا
بالذي لا يقع اجزاؤه في الجانبين معا بل اما ان يقع بالاسر في احد الجانبين او يقع بعضه فيه وبعضه منطبق على المستقيم فيصدق
عليه انه لا يقع شيء منه في الجانب الآخر **قال** واسمي كل خط محدب يقع الخطوط المستقيم الواصلة بين اي نقطتين يمكن ان
تفرضا عليه اما كلها في احد جانبيه واما بعضها في احد جانبيه والبعض الآخر منطبق عليه ولا يقع شيء منها في الجانب الآخر
بالخط العميق الى ذلك الجانب **اقول** اذا كان للخط المحدب حدبة واحدة او حدبات كثيرة كلها الى جانب واحد منه فهو عميق الى ذلك
الجانب اما الذي يكون بعض حدباته الى جانب منه والبعض الآخر الى الجانب الآخر فلا يكون كذلك والعميق الى جانب اخص من
المحدب بحسب الاصطلاح المذكور وذلك ان كل عميق الى جانب فهو محدب بذلك الاصطلاح والخط الذي له حدبات الى
الجانبين ولم يقطع شيء من حدباته الخط المستقيم الواصل بين طرفيه يكون محدبا بحسب الاصطلاح ولا يكون عميقا اما اذا قطعه

شيء من حدباته فلا يكون عميقا ولا محدبا مثال المحدب الذي لا يكون عميقا الى جانب خط ا ح د ه
الواصل بين طرفيه خط اب المستقيم على هذه الصورة ومثال الذي لا يكون عميقا ولا محدبا خط ا ح د ه ز ح ب الواصل بين طرفيه
خط اب وقد قطعه الاول على نقطتي ا ز على هذه الصورة **قال** وكذلك ايضا السطوح المحدبة التي
هي

هي ليست في سطح مستو لكن اطرافها في سطح مستو وهي اما ان تكون بالاسر في احد جانبي ذلك السطح المستوي واما ان لا يكون شيء منها
في الجانب الآخر واسمي كل سطح محدب يقع الخطوط المستقيمة الواصلة بين اي نقطتين يمكن ان تفرضا عليه اما كلها في احد
جانبيه واما بعضها في جانب واحد والبعض الآخر منطبق عليه ولا يقع شيء منها في الجانب الآخر بالسطح العميق الى ذلك الجانب
اقول ويسهل تصور هذين الحدين مما مر في الخطوط **قال** واذا وقع مخروط في كرة وكان راسه على مركزها فاني اسمي الشكل
الذي يحيط به سطح المخروط وما يحوزه سطح المخروط من سطح الكرة بالقطاع المجسم واذا كان مخروطان مستديران على
قاعدة واحدة وكان راساهما عن جانبي سطح القاعدة ومحوراهما متصلا على الاستقامة فاني اسمي الشكل المركب منهما معينا مجسما
يعني معينا مجسما **القضايا** التي يجب الاقرار بها يعني المصادرات **قال** الخطوط المتحدة النهايات فاقصرها المستقيم والتي هي منها عقيمة
الى جانب واحد ويكون لا محالة بعضها مع الخط المستقيم الواصل بالطرفين محيطا بالبعض الآخر احاطته اما بالاسر واما بشيء
من الاجزاء وذلك اذا كان الباقي من الاجزاء مشتركا بين المحيط والمحاط به فالمحاط اقصر من المحيط **اقول** هذه المصادرة
محتاجة الى بيان وذلك لان اوضح جزئياتها وابسطها هو ما بين بالبرهان في الشكل العشرين والحادي والعشرين من المقالة
الاولى من كتاب الاسطقسات وليس من حق المصادرات ان تبين في العلوم التي يصدر بها لكن لما كان بيان هذه المصادرة
هندسيا ولم يكن بتمامه مذكورا في شيء من الكتب المشهورة كما ينبغي وجب ان يشار الى ذلك لئلا يكون ما في الكتاب
مبنيا على حكم غير واضح فاقول ان كانت الخطوط المحدبة والعميقة المذكورة هيهنا مؤلفة من الخطوط المستقيمة الكثيرة فالحكم
يتضح بادني بيان اما في المحدبة المستقيمة فبان يوصل بين كل حدين متباينين من كل خطين يتصلان على حد مشترك
في المحدب بخط مستقيم ويبين انه اقصر منهما وهكذا الى ان ينتهى الى الخط المستقيم فيتضح انه اقصر من الكل مثاله ليكن
اب ح د ه ز ح محدبا مؤلفا من خطوط مستقيمة هي خطوط اب ب ح ح د د ه ه ز ز ح والواصل بين طرفيه اح المستقيم فنصل

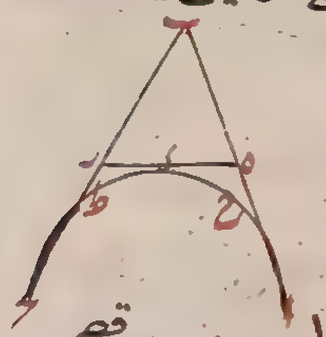
ا د ونبين انه اقصر من اب ب ح ح د وكذلك ح ه ه ح فيكون اقصر من محدب الاول ونصل اه ونبين
انه اقصر من ا د د ه فيكون اه ح اقصر من ا د ه ح الاول وا ح اقصر من اه ح فاذن ا ح اقصر كثيرا من المحدب الاول وكذلك
ان كان البعض محدبا والبعض مشتركا كما اذا كان المحدب اب ح د ه ز والمستقيم ا ز والمشترك د ح

في الوسط وكذلك اذا كان في احد الطرفين واما في الخطوط العميقة فبان يخرج كل واحد من
اضلاع العميق الداخل الى الخارج فيحدث خطوط عميقة اخرى ويتبين انها اقصر من الخارج واحدا بعد واحد الى ان ينتهي الى
الداخل فيتبين انه اقصر من الكل فيكون اقصر كثيرا من الخارج مثاله ليكن اب ح د ه ز العميق الخارج وا ح ط ز العميق الداخل و

نخرج ز ط الى ك فيكون ز ك المستقيم اقصر من محدب ز ه د ك وجميع عميق ز ك ح ب ا اقصر
من العميق الخارج وايضا نخرج ط ح الى ل فيكون ط ل المستقيم اقصر من محدب ط ك ح ل وعميق
ز ط ل ب ا اقصر من عميق ز ك ح ب ا وايضا ا ح المستقيم اقصر من محدب ا ب ل ح فعميق ز ط ح ا الداخل اقصر من عميق ز ط ل ب ا
فاذن هو اقصر كثيرا من العميق الخارج وعلى هذا القياس **واعلم** ان الحكم غير واجب مع اختلال كل واحد من الشرطين المذكورين
اعني اتحاد الطرفين وكون المحدب بين عميقين الى جانب فليكن لبيان الاول اب ح المحيطين بزاوية منفرجة ولنعلم على خط ب ح

نقطة د كيف وقعت ونصل ا د ونفصل من د ا الاطول د ه مثل ب ا الاقصر وننصف ه ا على ز ونصل ح ز
ا ح فخ ا اقصر من ح ز ز ا اعني ح ز ز ه ونزيد عليهما ه د د ب المتساويين فيكون جميع ح ا ب اقصر من جميع
ح ز ز د لكن ح ا ب وح ز ز د عميقان الى جانب قد صار المحيط منهما اقصر من المحاط به وانما كان ذلك للتباين

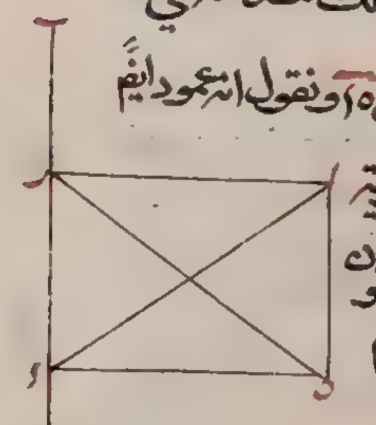


لتباين طرفي ب ا وليكن لبيان الثاني اب ح ا ه د و ا ح ب ح ط ا ه ك د محدبين متحدتي الاطراف
والمحيط منهما اعني الاول اقصر من المحاط وانما كان ذلك كذلك لانها ليسا عميقين الى جانب
واحد فهذا لما اردنا بيانه في الخطوط المؤلفة من الخطوط المستقيمة واما اذا كان المحدب غير مؤلف من الخطوط المستقيمة
بل كان اما قوسا من دايرة او قطعة من محيط قطع ما او منحنيا غير ذلك فنقول فيه اولا من المشهور ان الطول والقصر
في الخطوط بل العظم والصغر والمساواة في جميع المقادير انما يتحقق بتطبيق احد مقدارين متجانسين على الاخر اما في الذهن
واما في الخارج حتى اذا لم يفضل احدهما على الاخر في جهة من الجهات تحقق المساوات بينهما واذا فضل احدهما تحقق العظم
للفاضل والصغر للمفضول من حيث هما كذلك فان كان هذا هكذا فمن الواجب ان يبحث عن الخطوط المستقيمة والمستديرة
هل يمكن ان يتطابقا الاحتى لو لم يمكن لامكن الحكم على احدهما بالطول والقصر والمساوات عند قياسه الى الاخر والافلاو
كذلك في السطوح قال قوم بامتناع تطابقهما فان ذلك يستدعي اما زوال الاستقامة من المستقيم او طريان الانحناء
عليه او بالعكس في المستدير وكلاهما محال وذلك لان الاستقامة والانحناء ليسا من العوارض الزايلة للخطوط
بل هما فصلان او مما هو بمنزلة الفصول فلذلك حكم فيلسوف بكون الخط المستقيم نوعا مخالفا للخطوط المنحنية وكل واحد
من المنحنيات المتخالفة نوعا مخالفا للباقية واشخاص كل نوع انما يكون مما يمكن ان يتطابق بعضها بعضا وقال قوم آخر
انا نعلم ان احد التطبيقين ليس بماهية للمساواة ولا للعظم والصغر ولا ايضا بمقوم لتلك الماهيات فان المقدارين
يمكن ان يتساويا او يتفاوتا في نفس الامر من غير ان ينطبق احدهما على الاخر او يتوهم تطبيقهما وان كان من شانهما
امكان تطبيق احدهما على الاخر فان كان ولا بد فلعل التطبيق او امكانه طريق الى معرفة المساوات او التفاوت ولا يجب
من انعدام الطريق الى معرفة الشيء انعدام الشيء في نفسه ثم ان كان لامكان التطبيق مدخل في تحقق ماهية المساوات
او التفاوت لكان الحكم بامتناعه بين المستقيم والمستدير مما يحتاج الى برهان ونحن نقول المستقيم يمكن ان ينطبق على
المستدير او المنحني من غير زوال الاستقامة عنه او طريان الانحناء عليه وذلك بان تحرك محيط دايرة على خط مستقيم
يماسه بان يدير عليه الى ان يعود الى مبداها فيكون المبدا والمنتهى من الخط المستقيم نقطتان بينهما خط مستقيم
ومن المستدير نقطة واحدة ويكون ذلك الخط المستقيم مساويا للمحيط المستدير اذ لا يوجد فيما بين المبدا والمنتهى
من المستقيم نقطة الا وقد ماس بها النقطة من المستدير الا ان هذا التطبيق لا يكون في الذات ولا دفعة واحدة
بل انما يحصل منه شيء بعد شيء ويتم في زمان هو زمان الحركة وليس من شرط التطبيق ان يحصل دفعة او يكون تطبيق
جميع اجزاء المتطابقين معا في زمان واحد قالوا وبهذا الوجه يمكن في السطوح ايضا تطبيق سطح الاسطوانة والمخروط المستديرين
على بسيط مستو لامكان التماس بينهما على خط مستقيم فيكون ما بين الخطين من البسيط اللذين عليهما يتماسان في مبدا
الحركة ومنتهاها مساويا للسطح الاسطوانة او المخروط واما في الكرة فلا يمكن ان ينطبق سطحها الاعلى مقعر كرة مساوية لها وقد
يمكن ان يماس مقعر اسطوانة او مخروط مستديرين بدايرة ولكن اذا امكن ان يساوي خط مستدير خطا مستقيما
او سطح اسطوانة مستديرة او مخروط مستدير سطحا مستويا امكن ايضا ان يساوي سطح كرة سطحا آخر غيرها لا ينطبق
عليه فان المساوات قد ثبت في كثير من المقادير التي لا يمكن تطبيق بعضها على بعض لا في الخارج ولا في التصور مثلا
كما قد ثبت بالبرهان ان الدايرة التي يساوي نصف قطرها وتر زاوية قايمة تساوي مجموع الدايرتين اللتين تساوي
نصفا قطريهما الضلعين المحيطين بها وبالجملة فهذا بحث طويل خارج عما نحن فيه انما يجب على الفيلسوف ان يتحققه ويكفينا
في هذا

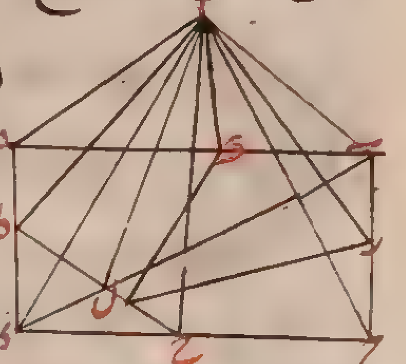
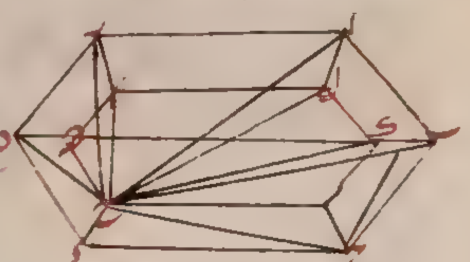
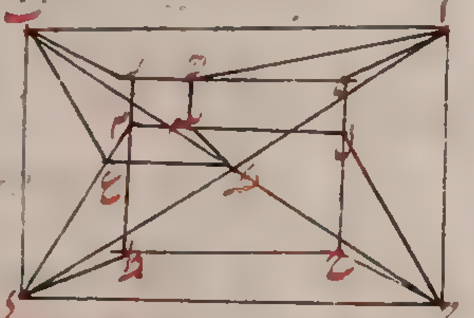
في هذا الموضع ان يتساهل ويفرض بدل الخط المنحني خطا مؤلفا من خطوط كثيرة صغار جدا في اقصى غاية ما يمكن ان يكون من الصغر يا لف عنه
الزوايا متقاربة جدا في غاية ما يمكن ان يكونا من التقاوت بحيث لا يتمايز الاضلاع ولا الزوايا في الحس بل يكون كانه ذلك الخط المنحني
بعينه اذ لا يكون بينهما تميز حسي اصلا ويصح الحكم بالتحقيق من غير خلاف على ذلك الخط عند قياسه الى خط مستقيم آخر بكونه اطول او
اقصر منه او مساويا له واذا حكمنا على ما يكون في الحس غير متمايز عن المنحني المفروض بكونه مساويا او متفاوتا لغيره كان الحكم في
الحس عليه نفسه واما العقل فيوشك ان يتدرج من ذلك الى الحكم على المنحني ايضا لو كان من شانه ان يصح ذلك الحكم عليه في نفس
الامر وقس على ذلك الحكم في السطوح واذا اكتفينا بذلك فلنرجع الى ما كنا فيه ونقول اما بيان كون الخط المستقيم الواصل بين طرفي قوس
اقصر منه فبان ننصف القوس ونصل وتريها ونبين ان الوتر الاول اقصر منهما وننصف كل واحد من النصفين ونصل اوتارهما
ونبين ان الوترين اقصر منهما وهلم جرا ننصف الاجزاء مرة بعد اخرى مرات لا تحصى عددها كثيرة الى ان يحصل خط محدب مؤلف
من اوتار صغار كما وصفنا بحيث لا يتمايز في الحس عن القوس الاولى فيظهر الحكم بكون الوتر الاول اقصر منه ويكاد ان يحصل في
العقل حكم يقيني بكون الوتر اقصر من قوسه على تقدير ان يصح الحكم عليه بالقصر عند قياسه اليها وكذلك البيان في ساير الخطوط
المنحنية بفرض نقط غير محصورة عليها واخراج الخطوط المستقيمة منها تارة بعد اخرى وفي بيان ان اقرب العميقين المنحنيين في
جانب واحد من الخط المستقيم الواصل بين اطرافهما المتحدة اقصر من ابعدهما ايضا وكذلك في العميق المنحني والعميق المؤلف من
الخطوط المستقيمة لكن العميق المنحني اذا كان محاطا بالمستقيمي وجب ان يخرج الاوتار خطوطا مماسة للمنحني مثلا ليكن عميق اب ح



المستقيمي محيطا بعميق ا ز ح القوسي ولنفرض ز على قوس ا ز ح اما على منتصفها او على موضع آخر يقرب منه
كيف اتفق ولنخرج من نقطة ز خط ه ز د المماس للقوس الى ان يصل الى نقطتي ه د من خطي اب ب ح ثم
لنفرض نقطتي ح ط على قوسي ا ز ز ح كما فرضنا اولا ونخرج منهما خطين مماسين لهما واصلين بين المستقيمين
وهكذا مرة بعد اخرى الى ان يحصل عميقا مؤلف من خطوط صغار مستقيمة شبيهة قوس ا ز ح في الحس ونبين انه اقصر
من عميق اب ح فيكاد ان يحكم العقل بكون القوس اقصر منه ايضا لو امكن الحكم عليها بذلك واخراج الخطوط المماسة من النقط
في الدواير والقطوع ممكن كما ذكره اوقليدس وابلونيوس في اصولهما واما في ساير المنحنيات فلا نحتاج الى التحقيق بل يكفي فيها
التقريب ان كان الموصل الى الحكم العقلي هو المشابهة الحسية الحاصلة من التقريب في ذلك قال وكذلك ايضا فان البسيطات
المتحدة النهايات التي يكون عميقها الى جانب واحد يكون غير متساوية والمحيط منها بغيرها احاطة اما بالاسر واما بالبعض اذا كان
البعض الآخر مشتركا بين المحيط والمحاط به فالمحاط به منها اصغر اقول ولنبين هذا الحكم في السطوح بمثل ما بينا في الخطوط ونبدا
بالعميقات المؤلفة من السطوح المستوية فنقول اولا ان السطح الواصل بين اطراف العميقات المؤلفة من السطوح المستوية
فنقول اولا ان السطح الواصل بين اطراف العميقات المؤلفة من السطوح المستوية اصغر ولنقدم لبيان ذلك مقدمة هي هذه

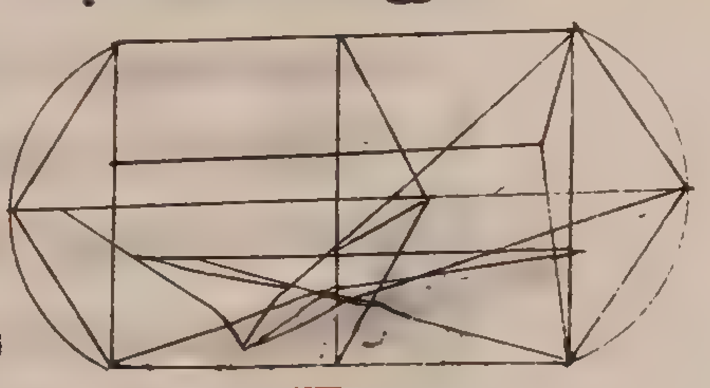


وليكن ا في نقطة في السمك و ب ح خطا في السطح ونخرج منها عمود ا ز على ب ح وعمود ا ه على السطح ونصل ه ز ونقول ان عمود ايضا
على ب ح برهانه نعلم على خط ب ح نقطة ز كيف وقعت ونصل ا ر ر ه فمربع ا ر يساوي مربعي ا ه ه ر لكون زاوية
ا ه ر قايمة ويساوي ايضا مربعي ا ز ز ر لكون زاوية ا ز ر ايضا قايمة لكن مربع ا ز منها يساوي مربعي ا ه ه ز لكون
زاوية ا ه ز ايضا قايمة فمربعا ه ر يساوي مربعات ا ه ه ز ز ر ونلقي مربع ا ه المشترك يبقى مربع ه ر مساويا
لمربعي ه ز ز ر فاذن زاوية ه ز ر قايمة و ه ز عمود على ب ح ثم ليكن العميق مؤلفا من مثلثات ا ب ح ا ح ا ا ه ا ه ب والسطح الواصل
بين اطرافه سطح ب ح ه ه حتى يكون سطوح العميق مرتفعة منه الى نقطة ا ولنخرج من ا اعمدة ا ر ا ح ا ط ا ك على الاضلاع والسطح وعمود

على السطح نفسه ونصل ل ر ل ح ل ط ل ك فظاهر ان ل ر اقصر من ا ر القوي عليه وعلى ا ل وكذلك ل ح من ا ح و ل ط من ا ط
و ل ك من ا ك وجميع السطوح الكاينة من اعمدة ل ر ل ح ل ط ل ك في انصاف اضلاع ب ح ح ا ا ه ه ب المساوي لسطح ب ح ا

اصغر من جميع السطوح الكاينة من اعمدة ا ر ا ح ا ط ا ك في انصاف الاضلاع المذكورة المساوي لجميع
مثلثات ا ب ح ا ح ا ا ه ا ه ب اعني العميق المذكور وذلك ما اردناه فان جعلنا العميق المذكور
مولفا من مثلثات ا ح ا ا ه ا ه ب ومن سطح ب ح ا ه في هذا الشكل بعينه والسطح الواصل بين اطرافه
مثلث ا ب ح قسمنا سطح ب ح ا ه بخط ب ا بمثلثي ا ب ح ا ب ه و بينا ان مثلث ا ب ح اصغر من العميق
المؤلف من مثلثات ا ب ا ب ا ح ا ح ا المرتفع من مثلث ا ب ح الى نقطة ا وان مثلث ا ب ا من المثلثات المذكورة اصغر
من العميق المؤلف من مثلثات ه ا ب ه ب ا ه ا ا المرتفع من مثلث ا ب ا الى نقطة ه فاذن مثلث ا ب ح اصغر كثيرا من العميق المذكور
اولا وهكذا ان كان السطح منقسما الى مثلثات فوق اثنتين فان كان العميق مولفا من سطوح كثيرة مختلفة كالعميق المؤلف من
سطوح ا ب ك ل ب ح ط ك ح ا ح ط ا ه ح ح ه م ح ا ل م ك ل م ح ك ط ح ح الثمانية والسطح المار باطرافه سطح ا ب ح ا ه
ووصلنا بين احدى الزوايا التي لا يكون على السطح اي زاوية كانت وبين ساير الزوايا بخطوط وليكن تلك الزاوية

نقطة ح ونصل خطوط ح ح ح ب ح ا ح ب ح ه ح ك ح ل ح م الثمانية فنقسم المجسم الذي يحيط به
العميق والسطح الى اجسام بعدة السطوح المقابلة لنقطة ح وهي سطوح ب ح ط ك ا ب ك ل
ه ا ل م ه ح م ح ك ل م ح ا ب ح ا ه الستة يرتفع كل واحد من تلك الاجسام من احد تلك
السطوح الى نقطة ح ثم نبين بمثل ما مر ان سطح ا ب ح ا ه اصغر من العميق المؤلف من مثلثات ح ب ح ا ب ح ا ح ه ح ه ا
ح ا الستة التي يرتفع من ذلك السطح الى نقطة ح وان مثلث ح ب ح منها اصغر من العميق المؤلف من سطح ب ح ط ك
ومثلثات ح ك ب ح ط ك ح ط الثلثة وان مثلث ح ا ب اصغر من العميق المؤلف من سطح ا ب ك ل ومن مثلثات
ح ا ل ح ك ل ح ب ك وان مثلث ح ا اصغر من العميق المؤلف من سطح ا ل م ومثلثات ح م ح ل م ح ا ل وان مثلث
ح ه ا اصغر من العميق المؤلف من سطح ه م ا ومثلثات ح ا ح م ح م ا فاذن يكون السطح المذكور اعني سطح ا ب ح ا ه
اصغر كثيرا من العميق المذكور اولا على قياس ذلك في ساير ما يمكن من العميقات المؤلفة من السطوح المستوية واما
العميقات التي يحيط بعضها ببعض فينبغي ان نخرج على قياس ما مر في الخطوط والعميقة التي يحيط بعضها ببعض احد سطوح
العميق المحاط به في الجهات ثم نبدا بالاخير فتبين ان العميق المحاط به اصغر منه مع ما تقرر ه السطح الاخير من المحيط وان
ذلك ايضا اصغر منه مع ما تقرر ه السطح الذى اخرج قبله وهكذا الى ان ننتهى الى العميق المحيط فتبين ان المحاط به الاول
اصغر كثيرا منه مثاله ليكن العميق المحيط مؤلفا من سطوح ا ب ه ب ا ط ا ح ط ا ه ح ه ح ط الخمسة والمحاط به مؤلفا
من مثلثات ا ك ب ب ك ا ا ك ح ح ك الاربعة والسطح المار باطرافها المتحدة بسطح ا ب ا ح ونخرج سطح مثلث ا ك ح ا ك

في الجهات الى ان ينتهى الى العميق المحيط فيكون الفصل المشترك بينه وبين سطح ح ا ه ح خط
ح ل والذى بينه وبين سطح ه ح ط خط ل م والذى بينه وبين سطح ب ا ط خط
م ا فينفصل بهذا السطح من المجسم الذي يحيط به العميق المحيط والسطح الواصل باطرافهما
منشور يحيط به سطوح ا ح ط ل ح ط م ح ل م ا الثلثة ومثلثا ح ل ح ا م ط ونسميه المنفصل الاول ويبقي مجسم يحيط به
سطوح ح ل م ا ه ل م ر ا ه ر ب ا ح ا ب ا ح ل ه ب ا م ب الستة ونسميه المجسم الثاني ثم نخرج بعده سطح مثلث ح ك ا فيكون
الفصل

الفصل المشترك بينه وبين سطح ح ل ا م اعني المخرج اولا خط ح ك س والذي بينه وبين الباقي من سطح ه ح ط خط س د والذي بينه وبين
سطح ا ب ر خط د ا فينفصل به من المجسم الثاني جسم يحيط به سطوح ا ح س د ل س د ه ا ح ل د ا الثلثة ومثلثا ح س ل ا د م ونسميه
المنفصل الثاني ويبقى منه مجسم يحيط به سطوح ح س م ا د ر م س ا ب ر د ا م ر ا ح س د ا ح ا ب ا الستة ونسميه المجسم الثالث
ثم نخرج بعده سطح مثلث ا ك ب فيكون الفصل المشترك بينه وبين سطح ا ح س د اعني المخرج ثانيا خط ا ك وبينه وبين سطح ح ل
م ا المخرج الاول خط ك ع والذي بينه وبين سطح ب ا ط ر خط ب ع فينفصل به من المجسم الثالث جسم يحيط به سطوح ا ب ع ك س
م ع ك د ر م س ا ب ر د ب ع م ر ا ك س د الستة ونسميه المنفصل الثالث ويبقى من المجسم الثالث مجسم يحيط به ا ع ك ح ع ك ا
ا ب ا ح الثلثة ومثلثا ك ا ب ع ا ونسميه المجسم الرابع وينفصل منه سطح مثلث ب ك ا الباقي من مثلثات العميق المحاط به الا نعم
مخروط يحيط به مثلثات ب ك ا ب ع ا ب ك ع الاربعة ونسميه المنفصل الرابع ويبقى مجسم يحيط به العميق المحاط به والسطح الواصل
بالاطراف ثم نقول لما كان سطح مثلث ب ك ا من العميق المحاط به اصغر من عميق يتالف من باقي سطوح المنفصل الرابع وهي
مثلثات ب ع ا ب ك ع ا ك ع وجب ان يكون العميق المحاط به اصغر كثيرا من عميق يتالف من سطوح المجسم الرابع سوى السطح المار
بالاطراف وهي سطحا ا ع ك ح ب ع ك ا و مثلثا ك ا ب ع ا ونسميه العميق الثاني وايضا لما كان سطح ب ع ك ا من العميق الثاني
من عميق يتالف من باقي سطوح المنفصل الثالث وهي سطوح س م ع ك د ر م س ا ب ر د ب ع م ر ا ك س د الخمسة وجب ان
يكون العميق الثاني اصغر من عميق يتالف من سطوح المجسم الثالث سوى السطح المار بالاطراف وهي سطوح ح س م ا د ر م س
ا ب ر د ا ح س د الخمسة ونسميه بالعميق الثالث ايضا لما كان سطح ا ح س د من العميق الثالث اصغر من عميق يتالف من باقي
السطوح المنفصل الثاني وهي سطحا ل س د ه ا ح ل ه ومثلثا ح س ل ا د ه كان العميق الثالث اصغر من عميق يتالف من سطوح المجسم
الثاني سوى السطح المار بالاطراف وهي سطوح ح ل م ا ه ل م ر ا ب ر ه ا ح ل م ا م ر ب الخمسة ونسميه بالعميق الرابع وايضا لما كان
سطح ح ل م ا منه اصغر من عميق يتالف من باقي سطوح المنفصل الاول وهي سطحا ا ح ط ل ح ط م ومثلثا ل ح ا م ط وجب ان يكون
العميق الرابع اصغر من عميق يتالف من سطوح ا ب ر ه ب ا ط ر ا ح ط ح ا ه ح ه ح ط الخمسة وهو العميق المحيط فاذن العميق
المحاط به الذي هو اصغر من العميق المحيط اصغر كثيرا من العميق المحيط وذلك ما اردناه وينبغي ان يقال على هذا المثال ما عداه
من هذا النوع فلنقتصر عليه لئلا يطول الكلام واما اذا لم يكن العميق مؤلفا من سطوح مستوية بل كان اما سطحا مستديرا او
محدبا او كان مؤلفا من سطوح بعضها مستديرا او محدب كان البيان فيما لا يكون مستويا قريب مما مر في الخطوط المستديرة
والمنحنية والسطوح المستديرة يكون اما سطوح الاسطوانات او المخروطات او سطوح الاكر او ما يتالف منها واما سطح الاسطوانة
المستديرة فيفرض عليه دائرة هي اما دائرة قاعدة الاسطوانة او دائرة موازية لها ونجزى محيط تلك الدائرة باجزاء صغار
في غاية ما امكن من الصغر بحيث اذا وصلنا بينها حدث شكل مضلع مؤلف من خطوط مستقيمة لا يفرق الحس بينه و
بين محيط تلك الدايرة ونخرج خطوطا من نقطة الزوايا متوازية ومتوازية وموازية لسهم الاسطوانة فيقع لا محالة على
سطح الاسطوانة جميعا وينتهى الى دائرتي الراس والقاعدة او الى غير نهاية ان كانت الاسطوانة كذلك ويكون لا محالة كل
متوازيين متجاورين منها في سطح مستو ويحدث من الجميع سطح اسطواني مضلع مؤلف من تلك السطوح المستوية بحيث لا يفرق
الحس بينه وبين السطح الاسطواني المستدير الذي كان كلاما فيه ثم ننصف القسي الصغار من المحيط ونستانف التدبير
فيحدث مضلع آخر اعظم من الاول لكون تلك السطوح من جهة تساوي ارتفاعها على نسب الخطوط التي جعلت اطرافها منشا
اضلاع تلك السطوح وهكذا مرة بعد اخرى ما امكن ونبين في المضلع الذي ينتهي اليه ما نريد بيانه في المستدير من كون

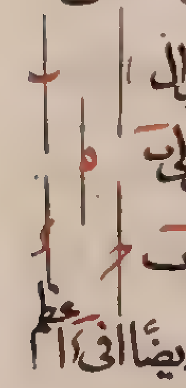
السطح المستوي الواصل بين اطرافه فالعميق الواقع في داخله اصغر منه وكونه اصغر من العميق المحيط به على قياس ما مهدنا وقع
من ذلك ومن العلم بانا لو نصفنا كل واحد من الاقسام مرة بعد اخرى الى ما لا نهاية له وعملنا المذكور كان الحكم كما ذكرنا
حكم يقيني في العقل بثبوت الحكم المطلوب في السطح المستدير الاسطواني لو امكن واما سطح المخروط المستدير القايم فالبيان والعمل
فيه كذلك بعينه الا ان الخطوط المرسومة على نقط الزوايا نصل بينها وبين راس المخروط فيحدث مخروطات مضلعة ويكون
المحيط منها اعظم من المحاط به لكون الاعمدة الواقعة من راس المخروط على قواعد مثلثات المضلع المحيط التي هي ابعد من مركز
قاعدة المخروط اطول من الاعمدة الواقعة من راس المخروط على قواعد مثلثات المضلع المحاط به التي هي اقرب الى مركز قاعدة
المخروط وقواعد مثلثات المضلع المحيط جميعًا ايضًا اطول من قواعد مثلثات المضلع المحاط به واما سطح الكرة فيجرى محيط اي
دائرة عظيمة اتفقت عليه بالاجزاء الصغار المذكورة ونصل الاوتار ونرسم دواير عظامًا تمر بنقطة الزوايا وبقطبي
الدايرة العظيمة ونقسمها ايضًا بالاجزاء المساوية لتلك الاجزاء الصغار ونصل بينها ليحدث في داخل الكرة شكل مضلع كثير القواعد
قواعدها سطوح مستوية لها اضلاع اربعة او ثلثة كما ذكر اقليدس في المقالة الثامنة عشر من كتاب الاسطقسات فيكون
المثلثات المجتمعة منها عند كل قطب محيطًا بمخروط مضلع راسه القطب وعند كل صف من الصفوف التي تليها المشتملة
على قواعد ذات اربعة اضلاع متجاورة حول المحور على الترتيب محيطًا بقطعة من مخروط مضلع لان اضلاعها المشتركة اذا
اخرجت اجتمعت على نقطة من المحور خارج الكرة ويكون الصف الاوسط بين القطبين ان كان عدد اجزاء نصف الدايرة
العظيمة فردًا محيطًا باسطوانة مضلعة لان اضلاعها المشتركة توازي المحور ثم ننصف كل واحدة من القسي الصغار المذكورة
مرة بعد اخرى لا الى نهاية ونرسم كل مرة دواير عظامًا اخرى تمر بالنقطة المنصفة من الدايرة العظيمة الاولى وبقطبيها و
نصل الاوتار ونتمم الاشكال فيحدث مجسمات كثيرة كل واحد منها كثيرة قواعد في تلك الكرة ويكون بعضها محيطًا بالبعض
وكل محيط اعظم من الذي يحيط به لكون كل ربع قواعد من المحيط يقع بازاء قاعدة واحدة من المحاط به اعظم جميعًا منها
وليكن لبيان ذلك اب ج د احدى قواعد المحاط به واب اقصر من ج د وهما متوازيان واج ب د متساويان فان
اضلاع كل قاعدة ذات اربعة اضلاع من قطع المخروطات المضلعة حول المحور يكون هكذا ونخرج على اب ج د من القسي

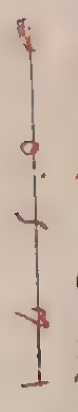


العظام وننصفها على ه ز ونصل ه ز اه ه ب ج ز ز د ونقول ان سطحي اه ب ز معًا اعظم
من سطح اد ونخرج اب عمودي اح ب ط على ج د ومن اه عمودي اك ه ل على ج ز فمثلثا
اه ب ج ز د المتساوي الساقين متساويان لتوازي اضلاعهما النظاير ونسبة ج د
الى اه اعني ك ل كنسبة ج د الى اب اعني ح ط وبالتفصيل نسبة ج ك ل ز معًا الى ك ل
كنسبة ج ط ط د معًا الى ح ط ولنصف المقدمين نسبة ج ك الى ك ل كنسبة ج ح الى ح ط وبالابدال نسبة ج ك الى
ج ط كنسبة ك ل الى ح ط و ك ل اصغر من ح ط لان اه اصغر من اب فج ك اصغر من ج ح ومربعه اصغر من مربعه و
اذا نقصناهما من مربع اج بقي مربع اك اعظم من مربع اح فاك اطول من اح وجميع اه ه ب اطول من اب وجميع ج ز
ز د اطول من ج د فعمود اك في نصف اه ه ب ج ز ز د جميعًا التي هي مجموع سطحي اه ز ب اعظم من عمود اح في نصف اب ج د
جميعًا التي هي سطح اد واما ان كانت اضلاع مثلثي اه ب ج ز د النظاير متساوية وذلك عند كون القواعد من الاسطوانة
المضلعة المحيط بالمحور كانت الاعمدة متساوية وسطحا اه ز ب اعظم من سطح اد لكون ج ز ز د معًا اطول من ج د
نعيد سطح اج ز ه وننصف القوسين اللتين على اج ه ز على نقطتي ح ط ونصل ح ط اح ح ج ه ط ط ز فيحدث قاعدتا
اح ه ط

اح ه ط ح ج ز ط من الاربعة التي يكون بازاء قاعدة اج ز ب فيكون اضلاع اح ج ه ط ط ز متساوية واضلاع اح ج ط
ج ز متوازية واه اقصر من ح ط وح ط اقصر من ج ز اذا كانت القواعد من قطع المخروطات المضلعة ونخرج من مركز الكرة
ولكن ي الى نقطتي ح ط خطين فينصفان وتري اج ه ز على ك ل ونخرج منه ايضًا عمود ي ع على سطح اج ز ه ونصل اع
ع ه ع ز ع ج فيكون متساوية لان مربع كل واحد منها مع مربع ي ع
تساوي مربع نصف القطر الكرة الواصل بين ي واحدى نقط
اج ز ه ويكون زاويتا ع ج ا ع ه ز متساويتين لتساوي قاعدتي
ج ا ز ه وزاوية ج ع ز اعظم من زاوية ا ع ه لكون قاعدة ج ز اطول
من قاعدة اه ونصل ع ك ع ل فلا يكون خطا مستقيمًا لان زوايا ك ع ا ع ه ل جميعًا اصغر من قائمتين ونصل ك ل
فيكون موازيًا لاه وج ز اقصر من ح ط لكونهما متوازيين بين خطي ي ح ي ط المتساويين ونخرج من ع عمود ع م على ج ز
ونخرجه الى ن فيكون عمودًا على اه لتوازي اه ج ز وينصف ك ل على س لكون اه ج ز منصفين على م ن وننصف ح ط
على ش ونصل ن ش س م ونصل ي ش فمربع ي ش لكونهما في سطح مثلث ح ي ط على منتصفي ك ل ح ط المتوازيين فيكون
في مثلث ي ع ش القايم الزاوية زاوية ي ع ش حادة فيكون زاوية ش ع ن الباقية الى قائمتين منفرجة ويكون ش ن في
مثلث ش ن ع اطول من ع ن ونفصل من ن م ن ف مثل ن ش ونخرج ف ص ق موازيًا لج ز ونجعل ف ص مثل ش ح
وف ق مثل ش ط ويقع نقطتا ص ق خارج ضلعي اج ه ز ولان ح ط اطول من ك ل وك ل من اه ونصل ج ص ز ق
فيكون سطح ج ص ز ق مساويًا للقاعدة ح ج ز ط لتساوي عموديهما وراسيهما وقاعدتيهما ولكون م ش ن ن اطول من م ن
وكون ش ن مساويًا لف ن يكون م ف اطول من م ف واذا وصلنا اص ه ق كانت قاعدة اح ط ه اعظم من سطح ا ص
ق ه المتساوي الراسين والقاعدتين لكون عمود م ش اطول من عمود م ف فاذن جميع قاعدتي اح ط ه ح ج ز ط اعظم من
سطح اج ز ه وان كانت قاعدة اج ز ه من اضلاع الاسطوانة تساوت خطوط اح ط ج ز المتوازية ووقع عمود ي ع على نقطة
ع ويكون زاويتا م ع ش ن ع ش قائمتين وعمود م ش اطول من عمود م ع وعمود ش ن اطول من عمود ع ن ونصف اح
اطول من نصف اه ك ل ونصف ح ط ج ز اطول من نصف ك ج ز فيكون لذلك قاعدتا اح ط ج ز اعظم من سطحي
ا ك ز اعني من قاعدة اج ز وبمثل ذلك نبين ان القاعدتين الباقيتين الواقعتين على سطح ه ز ب من الشكل المتقدم
معًا اعظم من سطح ه ز ب وبيان ان سطحي اج ز ه ه ز ب معًا اعظم من قاعدة اج ز ب فاذن مجموع القواعد الاربع اعظم كثيرًا
من قاعدة اج ز ب وبمثل ذلك نبين ان مجموع القواعد الاربع التي يقع بازاء القاعدة التي يكون مثلثا يكون ايضًا اعظم منه
فاذن السطوح المحيطة بالشكل الكثير القواعد المحيط اعظم من السطوح المحيطة بالشكل الكثير القواعد المحاط به واذا دبرنا
هذا التدبير مرة بعد اخرى امكن لنا ان نثبت الحكم المطلوب بالبيان المناسب على سطح الكرة ان امكن او على ما لا
يفرق الحس بينه وبين سطح الكرة وان رسم في الكرة اشكال غير ما ذكرنا على وجه يمكن ان نبين المطلوب بها لم يختلف
البيان وارشميدس يعمل في الكرة بعد عمل الشكل المذكور في الدايرة العظيمة من الكرة باثبات قطر يصل بين زاويتين
متقابلتين من زواياه وادارة الدايرة مع الشكل حوله مجسمًا في الكرة مؤلفًا من مخروطين مستديرين وقطع من
مخروطات مستديرة كما سيأتي بيانه وهو صالح ايضًا لبيان ما نحن فيه الا انه ينبغي ان نبين اولًا ان السطحين المخروطين والمجتمعتين
المستديرين الذين يرسمها ضلعا اح ج في مثل الشكل الاخير بادارة الكرة على محورها المذكورة اعظم من سطح المستدير

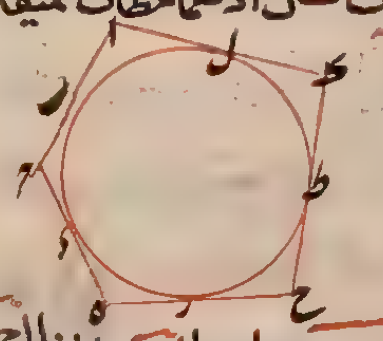
المخروطي او الاسطواني الذي يرسمه اح بان ينصف القوس التي على الاضلاع المتوازية وحدها دون المتساوية مرة بعد
اخرى ونصل الاوتار ونبين بالشكل المتقدم ان السطحين الذين يحدثان على الاضلاع المساوية لضلعي اح حج يكونان
ابدا اعظم من الذي يحدث على الاضلاع المساوية لضلع اج واخراج الاوتار وادارة الكرة ليحدث سطوح مخروطية مرة
بعد اخرى ان سطح الكرة اعظم من السطوح المخروطية المفروضية او لا ويحتاج الى ذلك ايضا في الكتاب واما اذا
اردنا ان نبين كون احد هذه السطوح المستديرة اصغر من سطح عميق محيط به فينبغي ان نعمل بسطح الاسطوانة على نقطة
الاجزاء من دايرتها خطوطا مماسة للدايرة متلاقية ليحدث على الدايرة شكل مضلع ونخرج من زواياه خطوطا متوازية
وموازية لسهم الاسطوانة فيحدث على سطح الاسطوانة سطح اسطوانة مضلعة محيطة بالاسطوانة المستديرة ثم نخرج من مركز
الدايرة الى نقطة زوايا الشكل المرسوم على الدايرة خطوطا ومن نقطة تقاطع تلك الخطوط ومحيط الدايرة خطوطا اخرى
مماسة للدايرة الى ان يلاقي اضلاع الشكل ومن نقط الملاقات خطوطا موازية لسهم الاسطوانة ليحدث اسطوانة مضلعة ثانية
داخل المضلعة الاولى وخارج المستديرة ويكون السطح المحيط بالمضلع الثاني اصغر من السطح المحيط بالمضلع الاول بمثل ما
مر وهكذا مرة بعد اخرى الى ما لا نهاية له وهكذا في المخروط وسيأتي في الكتاب عمل بعض هذه الاشكال التي اشرنا اليه
الطريق الى معرفة مقاديرها الاغراض تبين هناك ونحن لما احتجنا في بيان هذه المصادرات اليها قدمنا ذكرها وان كان
فيه تكرار ومخالفة للسياقة التي اختارها ارشميدس على ما سيجي بيانه واما في الكرة فاذا قسمنا الدايرة العظيمة بالاقسام
الصغار والدواير العظام المارة بها وبقطبي تلك الدايرة ايضا بتلك الاقسام اخرجنا سطوحا متلاقية يماس الكرة على
تلك النقطة وطريق ذلك ان توصل بين مركز الكرة وبين كل نقطة منها بخط مستقيم ويخرج من طرفه الخارج عمودان عليه
غير متصلين على استقامة كيف وقعا فالسطح الذي يكون العمودان فيه يكون لا محالة مماسا للكرة وتحدث من تلاقي
تلك السطوح شكل مضلع محيط بالكرة ثم نخرج من مركز الكرة الى كل واحدة من زوايا ذلك الشكل خطا مستقيما ومن النقطة
التي تقاطع عليها ذلك الخط سطح الكرة سطحا مماسا للكرة فيحدث من تلاقي تلك السطوح شكل مضلع آخر على الكرة في المضلع
الاول ويكون سطحه المحاط به اصغر من سطح الشكل المضلع المحيط به وهكذا مرة بعد اخرى لا الى نهاية الى ان نبين المطلوب
بذلك على الرسم المتقدم واذا احاطت سطوح مخروطية بكرة بينا بمثل ما تقدم انها اعظم من سطح الكرة ايضا وهكذا
في ساير السطوح المحدبة التي لا يكون السطوانية ومخروطية وكرية فلا نطول الكلام بتكرار التدبير والقول في واحد واحد
منها واذا اثبت الحكم بهذا الوجه في سطوح الاسطوانات والمخروطات والاكر وغيرها كان في اجزائها الواقعة في العميقات
المؤلفة منها ومن غيرها بحسبها واضحا فهذه غاية ما قدرت عليه في ايضاح هذه المصادرات ونعود الى الكتاب قال المقادير
المختلفة من الخطوط او السطوح او الاجسام التي يكون لبعضها نسبة الى البعض فان اعظم منها على الاصغر يمكن ان يزيد عليها
بالتضعيفات المتوالية مرة بعد اخرى اقول وهذا الحكم بين وقد ذكر اقليدس في صدر المقالة الخامسة من كتاب الاسطقسات
ان المقادير التي لبعضها نسبة الى البعض هي التي يمكن ان يفضل بعضها بالتضعيف على بعض وبنى الشكل الاول من المقالة
العاشرة على صيرورة اصغر مقدارين متجانسين بالتضعيف اعظم من اعظمهما فهذا تمام الكلام فيما صدر الكتاب به وانا
اورد هيهنا ما احتاج اليه في تلخيص العبارات وبيان المسائل مما يتكرر كثيرا او يكون في حكمه ليتوقف عند الاستعمال عليه
ويكون شرط الايجاز مرعيا فاقول اذا اطلقت اسم الخط والسطح فانما اعني بهما المستقيم والمستوي وقيد ما عداهما بالصفة
المخالفة للاستقامة والاستواء كالخط المنحني وسطح الكرة مثلا واذا اطلقت المخروط والاسطوانة اعني بهما المستديرين
والمخروط

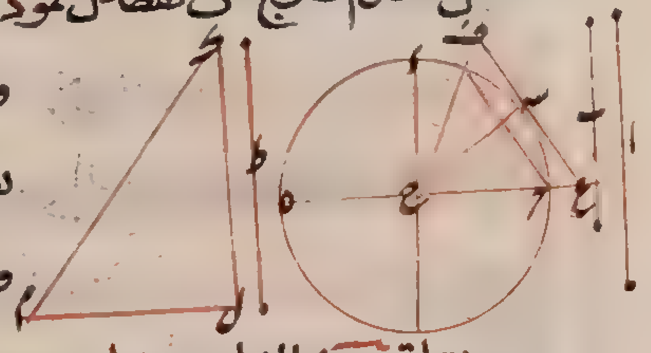
والمخروط المستدير قد سمي مخروط الاسطوانة والذي يكون سهمه عمودا على سطح قاعدته فقد يقال له المتساوي الساقين
والمتساوي الاسوق والمتساوي الاضلاع والمتساوي الاقطار والقايم الزاوية والقايم وانا اسميه المخروط القايم والاسطوانة
المستديرة التي يكون محورها عمودا على قاعدتها يقال لها المساوي الاقطار والقايم الزاوية والقايمة وانا اسميها بالاسطوانة
القايمة واسمي المخروط المضلع الذي يكون قاعدته مستقيمة الاضلاع وراسه نقطة بالناري والاسطوانة المضلعة التي
يكون قاعدتاها شكلان مستقيما الاضلاع متساويان متشابهان بالمنشور واقول ايضا اذا كانت اربعة مقادير نسبة
الاول وليكن ا الى الثاني وليكن ب اعظم من نسبة الثالث وليكن ج الى الرابع وليكن د اقول ا فاذا عكسنا كانت نسبة ب
الى ا اصغر من نسبة د الى ج وبيان ذلك بالاضعاف ظاهر ب واذا بدلنا كانت نسبة ا الى ج اعظم من نسبة ب الى د

وليكن نسبة ه الى ب كنسبة ج الى د فنسبة ا الى ب اعظم من نسبة ه الى ب فا اعظم من ه ونسبة ه الى ج بالابدال
كنسبة ب الى د فنسبة ا الى ج اعظم من نسبة ه الى ج اعني من نسبة ب الى د ج واذا ركبنا كانت نسبة جميع اب الى ب
اعظم من نسبة جميع ج د الى د وذلك لان نسبة جميع ه ب الى ب كنسبة جميع ج د الى د وا اعظم من ه فجميع اب
اعظم من جميع ه ب ونسبة جميع اب الى ب اعظم من نسبة جميع ه ب الى ب اعني من نسبة جميع ج د الى د د وايضا في ا اعظم
من ج في ب وذلك لانا نجعل نسبة ه الى ب كنسبة ج الى د فه في د مثل ج في ب وا في د اعظم من ه في د اعني من ج في ب ه
وبالعكس اعني اذا كان ا في د اعظم من ج في ب كانت نسبة ا الى ب اعظم من نسبة ج الى د وليكن ه في د كج في ب فا اعظم
من ه ونسبة ه الى ب كنسبة ج الى د فنسبة ا الى ب اعظم من نسبة ج الى د و وايضا اذا كانت نسبة ا الى ب اصغر من
نسبة ج الى د وكان ا اعظم من ج كان ب اعظم من د وليكن نسبة ه الى ب كنسبة ج الى د فيكون نسبة ا الى ب اصغر من
نسبة ه الى ب فه اعظم من ا فهو اعظم كثيرا من ج ف اعظم من د ز ولكن نسبة اب الى ب ج اعظم من نسبة د ه الى ه ز فاذا

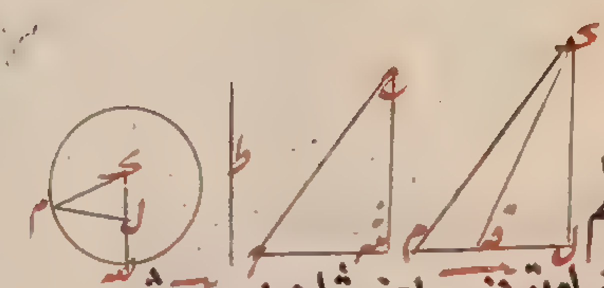
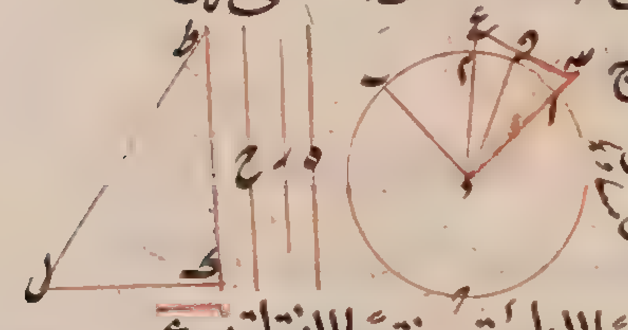
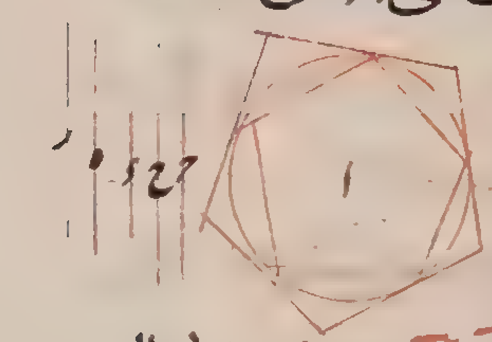
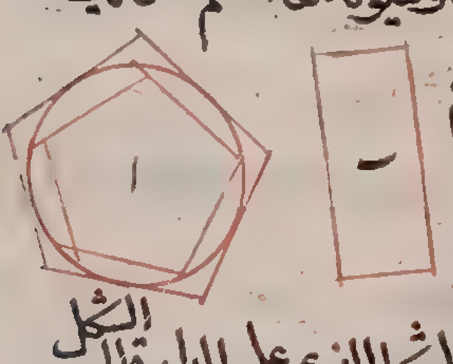
فصلنا كانت نسبة ا ج الى ج ب اعظم من نسبة د ز الى ز ه وليكن نسبة ح ب الى ب ج كنسبة د ه الى ه ز واذا فصلنا كانت
نسبة ا ح الى ح ب كنسبة د ز الى ز ه وا ح اعظم من ا ج فنسبة ا ج الى ج ب اعظم من نسبة ح ج الى ج ب اعني من نسبة
د ز الى ز ه ح وايضا اذا كانت نسبة ا ج الى ج ب كنسبة د ز الى ز ه كانت نسبة مربع اب الى سطح ا ج في ج ب كنسبة مربع د ه
الى سطح د ز في ز ه لان نسبة مربع ا ج الى سطح ا ج في ج ب كنسبة مربع د ز الى سطح د ز في ز ه ونسبة مربع ج ب الى السطح الاول

كنسبة مربع ز ه الى السطح الثاني فنسبة مربعي ا ج ج ب الى السطح الاول كنسبة مربعي د ز ز ه الى السطح الثاني واذا ركبنا
مرتين صارت نسبة مربعي ا ج ج ب مع ضعف السطح الاول اعني مربع اب الى السطح الاول كنسبة مربعي د ز ز ه مع
ضعف السطح الثاني اعني مربع د ه الى السطح الثاني ط وايضا اب نصف على ج وقسم على د وعلى ه و د اقرب الى ج من ه
فسطح ا د في د ب اصغر من مربع ا ج لان الفضل بينهما مربع د ج وسطح ا د في د ب اصغر من سطح ا ه في ه ب لان بينهما فضل هو

مربع ه ج على مربع د ج ي وايضا خط اب فضل منه ب ج وزيد فيه ب د فنسبة اب الى ب ج اعظم من نسبة ا د الى د ب
وذلك لان نسبة ا ج ج ب اعظم من نسبة ا د الى ج د واذا ركبنا كانت نسبة اب الى ب ج اعظم من نسبة ا د الى د ج وايضا
نسبة ج ب الى ب ا اصغر من نسبة ج د الى د ا المثل ذلك يا وايضا نسبة ا الى ب اعظم من نسبة د الى ه اقول فنسبة
ا الى ب مثناة بالتكرير اعظم من نسبة د الى ه مثناة بالتكرير وليكن ا ب ج متوالية في النسبة وكذلك د ه ز وليكن نسبة

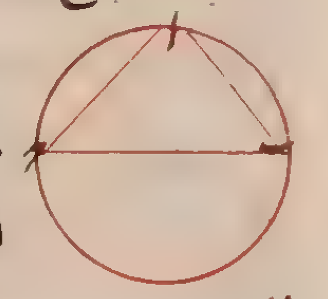
ا الى ج كنسبة د الى ه فنسبة ا الى ب اعظم من نسبة ا الى ج فب اصغر من ه وليكن نسبة ب الى ط
كنسبة ه الى ز فنسبة ب الى ج اعظم من نسبة ا الى ط فج اصغر من ط وليكن نسبة ب الى ط كنسبة ج الى ك

حتى يصير اح ك متوالية على نسبة ا ه ر و ب اصغر من ح فط اصغر كثيرا من ك فر اصغر كثيرا من ك ونسبة ا الى ح التي هي
كنسبة ا الى ب مثناة اعظم من نسبة ا الى ح التي هي بالمساوات كنسبة ا الى ر التي هي نسبة ا الى ه مثناة وكذلك ان كانت
نسبة ا الى ب اصغر من نسبة ا الى ه كانت ابعد النسبة كذلك فهذا ما اردت تقديمه مما هو بمثابة الاصول
المحتاج الى بعضها في تقرير بعض المواضع التي يحتاج الى بيان من هذا الكتاب وسياتي باقي ما يحتاج اليه مما هو بمنزلة
الجزئيات في المواضع المخصوصة بها بعد الشكل الذي يحتاج في بيانه اليه وخالفت بين الاشكال التي هي من متن
الكتاب وبين ما ليس فيه ليتمايز في بادي النظر واشتغل من هيهنا بتقرير متن الكتاب **الاشكال قال** وبعد تقديم
ما وجب تقديمه نقول **ا** اذا رسم في دائرة شكل كثير الزوايا يحيط اصغر من محيطها وذلك لان كل ضلع منه اصغر
من القوس التي هو وترها فجميع الاضلاع اصغر من جميع المحيط واذا رسم على دائرة شكل كثير الزوايا فمحيطه اعظم من محيطها
فليكن الدائرة ب ر ط ل والشكل شكل ا ه ح ك وذلك لان مجموع ب ا ل اعظم من قوس ب ل اذ هما خطان عميقان

متحد الطرفين في جانب واحد وكذلك ر ك ط اعظم من قوس ر ط وط ح ر من قوس ط ر
و ر ه ا من قوس ر ا و ا ح ب من قوس ا ب فمحيط الشكل اعظم من محيط الدايرة وذلك
ما اردناه **ب** لنا ان الجذ خطين يكون نسبة اطولهما الى اقصرهما اصغر من نسبة اعظم اي
مقدارين فرضا الى اصغرهما فليكن اعظم المقدارين ا ب واصغرهما ر و نفصل من ا ب ب ح مساويا لد ر وناخذ الح

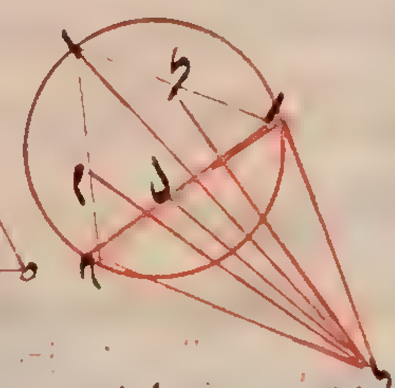
اضعافا يكون اعظم من ر و هو اط وليكن ر ه خطا ما و نقسمه باجزاء عدتها عدة ما في اط من اح ونجعل
ه ح كاحد تلك الاجزاء فنسبة ه ح الى ه ر كنسبة ح ا الى اط الذي هو اعظم من ر اصغر من نسبة اح الى ب ح المساوي لد ر
فنسبة ه ح الى ه ر اصغر من نسبة اح الى ح ب وبالتركيب نسبة ح ر الى ر ه اصغر من نسبة ا ب الى ب ح اعني ر فاذا
وجدنا خطي ح ر ر ه كما وصفنا **ح** لنا ان نرسم في دائرة وعليها شكلين كثيري الزوايا متشابهين يكون نسبة ضلع الشكل الذي
عليها الى ضلع الشكل الذي فيها اصغر من نسبة اعظم اي مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما فليكن المقداران ا ب ط اعظمهما
والدايرة دائرة ح ه ر وليكن نسبة خطوط الاطول الى خط ك ل الاقصر اصغر من نسبة ا الى ب فاذن ذلك ممكن لما مر في
الشكل المتقدم ونخرج من نقطة ل عمود ل م على خط ك ل ونصل ك م مساويا لخط ط وذلك ممكن لكون ط اطول من ك ل

ونخرج في الدايرة قطري ح ر ه ر متقاطعين على زوايا قائمة وننصف زاوية ر ح ر مرة
بعد اخرى الى ان ينتهي الى زاوية اصغر من ضعف زاوية ك وليكن هي زاوية ذ ر ح
ونصل ذ ح فهو ضلع الشكل الذي في الدايرة وننصف زاوية ذ ر ح بخط ح س ونخرج
من نقطة س خطا تماس الدايرة وهو خط س ع ف ونخرج خطي ح ذ ر ح الى نقطة ف ع فيكون خط ف ع ضلع الشكل
الدائرة والشكلان يكونان متشابهين وكلاهما متساوي الاضلاع ولان زاوية ذ ر ح اصغر من نصف زاوية ك ونصفها
اصغر منها وزاويتا ل ش قائمتان يكون نسبة م ك الى ك ل اعظم من نسبة ح ر الى ح ش و ح ر مساويا لخط ح س فنسبة
ح س الى ح ش اعني نسبة ح ع الى ح ح بل نسبة ع ف الى ح ذ اصغر من نسبة م ك الى ك ل اعني نسبة ط الى ك ل التي اصغر من
نسبة ا الى ب فاذن نسبة ع ف ضلع الشكل الذي على الدايرة الى ح ذ ضلع الشكل الذي فيها اصغر كثيرا من نسبة ا الى ب و
ذلك ما اردناه **اقول** اما الوجه الاول في ان نصل ك م مساويا لخط ط فان نخرج ك ل ونجعل ك ص مساويا لخط ط ونرسم على
ببعد ك ص دائرة ص م ونخرج عمود ل م الى ان يلقى المحيط على م ونصل ك م واما بيان ان كون نصف زاوية ذ ر ح اصغر
من زاويه


من زاويتي ك و زاويتي ل ش قائمتين يوجب ان يكون نسبة م ك الى ك ل اعظم
من نسبة ح ر الى ح ش فبان نعمل على نقطة ك من خط ك ل زاوية مثل نصف زاوية ذ ر ح اعني مثل زاوية ح ر ش
وهي زاوية ل ك ق ونخرج خط ك ق الى ق فيكون نسبة ك ق الى ك ل كنسبة ح ر الى ح ش لتشابه مثلثي ق ك ل ح ش ر
ونسبة م ك الذي هو اطول من ق ك الى ك ل يكون اعظم من نسبة ق ك الى ك ل اعني من نسبة ح ر الى ح ش **قال ج**
لنا ان نرسم في قطاع دائرة وعليه شكلين متشابهين كثيري الاضلاع اضلاع كل واحد منهما متساوية الا الضلعين الذين
يخرجان من مركز الدايرة ويكون نسبة ضلع الشكل الذي عليه الى ضلع الشكل الذي فيه اصغر من نسبة اعظم مقدارين
مختلفين فرضا الى اصغرهما فليكن المقداران ه ر و ه اعظمهما وليكن القطاع قطاع ا ب من دائرة ا ب ح التي مركزها ا

وليكن نسبة خط ح الاطول الى خط ط ك الاقصر اصغر من نسبة ه الى ر كما مر ونخرج
من ك عمود ك ل على ط ك ونصل ل ط وننصف زاوية ا ب مرة بعد اخرى
الى ان يبقى زاوية ا م اصغر من ضعف زاوية ط ونصل ا م فهو ضلع الشكل الذي
في القطاع وننصف زاوية ا م بخط ذ ر ونخرجه الى ذ ر ومن ذ خط س ذ ع مماسا للدايرة ومنتهيا الى نقطتي س ع
فس ع ضلع الشكل الذي على القطاع ويتبين بمثل ما مر ان نسبة س ع الى ا م اصغر من نسبة ه الى ر وذلك ما اردنا
د لنا ان نرسم في دايرة وعليها شكلين كثيري الاضلاع متشابهين يكون نسبة المرسوم عليها الى المرسوم فيها اصغر
من نسبة اعظم مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما فليكن الدايرة دائرة ا وليكن نسبة خط ح الاطول الى خط
ر الاقصر اصغر من مقدار ه الاعظم الى مقدار ر الاصغر كما مر في الشكل الثاني ونخرج بين خطي ر ح خطا ح مناسبا لهما

على الولاء فيكون ح اعظم ايضا من ح ونرسم في الدايرة وعليها شكلين كثيري الاضلاع
متشابهين يكون نسبة ضلع المرسوم عليها الى ضلع المرسوم فيها اصغر من نسبة ح الى ح
كما مر في الشكل الثالث فيكون نسبة الضلع الى الضلع مثناة اعني نسبة الشكل الى الشكل
ايضا اصغر من نسبة ح الى ح مثناة ايضا اعني من نسبة ح الى ر التي هي اصغر من نسبة ه الى ر فاذن نسبة الشكل الى
الشكل اصغر من نسبة ه الى ر كثيرا وذلك ما اردناه ولنا ايضا ان نرسم في قطاع دائرة وعليه شكلين كثيري الزوايا
متشابهين يكون نسبة الذي عليه الى الذي فيه اصغر من نسبة اعظم مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما
والعمل والبيان ظاهر مما مر وقد يمكن لنا على ما تبين في كتاب الاسطقسات ان نرسم في اي دائرة او قطاع كان
شكلا كثير الزوايا متساوي الاضلاع وفي القطع الباقية شكلا آخر كذلك وهكذا مرة بعد اخرى الى ان يبقى من
الدايرة او القطاع قطع هي اصغر من اي سطح فرض **ه** اذا فرضت دائرة وسطح وقطاع قلنا ان نرسمه على الدايرة
او القطاع شكلا كثير الزوايا يكون القطع الفاضلة على الدائرة او القطاع من ذلك الشكل اصغر من الشكل المفروض
ولنبين في الدائرة فان ذلك يغني عن البيان في القطاع فلنفرض دائرة ا وسطح ب وليكونا معا اعظم مقدارين و

الدايرة وحدها اصغر ونرسم عليها وفيها شكلين متشابهين كثيري الزوايا يكون
نسبة الذي عليها الى الذي فيها اصغر من نسبة السطح والدايرة معا الى الدايرة وحدها
كما تبين في الشكل المتقدم فلان الدايرة اعظم من الشكل الذي فيها يكون نسبة الشكل
الذي على الدايرة الى الدايرة اصغر من نسبة الى الشكل الذي فيها وكانت نسبة الشكل الذي على الدايرة الى الشكل

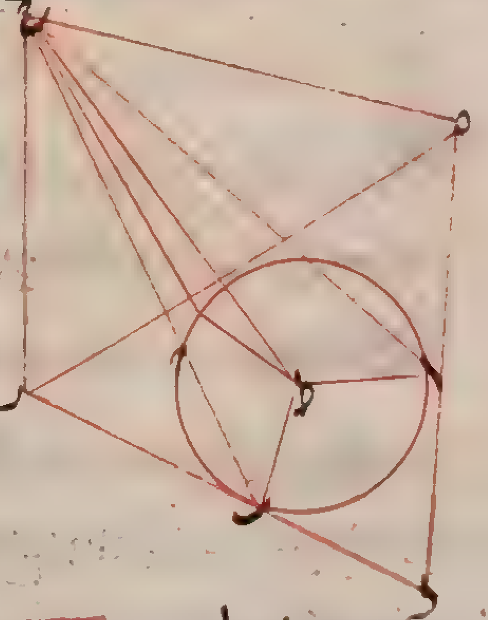
الذي فيها اصغر من نسبة السطح والدايرة معًا الى الدايرة وحدها فنسبة الشكل الذي على الدايرة الى الدايرة اصغر كثيرًا من نسبة السطح
والدايرة معًا الى الدايرة وحدها فاذن الشكل الذي على الدايرة اصغر من السطح والدايرة معًا ويبقى بعد اسقاط المشترك اعني
الدايرة القطع التي تفضل من الشكل الذي اليها عليها اصغر من السطح المفروض وذلك ما اردناه وان اردنا فصلنا ليبقى نسب
القطع المذكورة الى الدايرة اصغر من نسب السطح اليها وتبين المطلوب وقس القطاع عليه ز اذا رسم في مخروط قايم ناري
متساوي اضلاع القاعدة كان السطح المحيط بالناري سوى قاعدته مساويًا لمثلث تساوي قاعدته محيط قاعدة الناري



وارتفاعه العمود الواقع من راس المخروط على احد اضلاع قاعدة الناري وليكن المخروط هو الذي قاعدته
دائرة اب ج والناري المرسوم فيه هو الذي قاعدته مثلث اب ج المتساوي الاضلاع فان المثلثات
المحيط بالناري متساوية الساقين وقواعدها التي هي اضلاع اب ب ج ج ا متساوية يكون الاعمدة متساوية
والمثلث الذي يساوي قاعدته مجموع القواعد وارتفاعه ارتفاع احدها مساويًا لها جميعًا ح وعلى جهة اخرى نعيد الشكل
ونجعل د راس المخروط فيكون د ا د ب د ج الاضلاع المتساوية و د ك د ل د م الاعمدة المتساوية ونعمل مثلث ه ر ح على ان يكون قاعدة
ه ر مساويًا لجميع اب ب ج ج ا وعمود ح ط مساويًا لاحد تلك الاعمدة فيكون سطح العمود

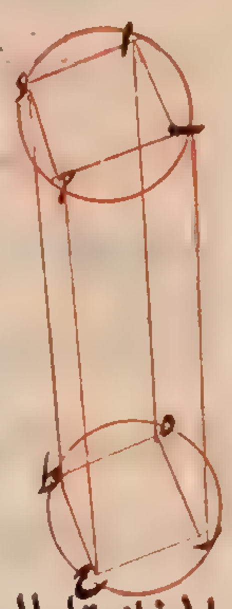


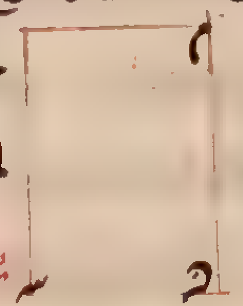
في اب في ب ج وفي ج ا افرادى اعني ضعف مثلثات د اب د ب ج د ج ا مساويًا السطح
العمود في اب ب ج ج ا مجموعًا بل في ه ر اعني ضعف مثلث ح ه ر فاذن المثلثات المذكورة
مساوية لمثلث ح ه ر وذلك ما اردناه اقول وجعل ثابت هذا شكلًا آخر وفي نسخة
اسحاق هو والذي تقدم شكلًا واحدًا ط اذا رسم على مخروط قايم باري قاعدته مثلث كان السطح المحيط بالباري سوى قاعدته
مساويًا لمثلث قاعدته مساوية لمحيط المثلث الذي القاعدة وارتفاعه مساو لضلع المخروط وليكن المخروط هو الذي قاعدته
دايرة اب ج والباري هو الذي قاعدته مثلث د ه ر وراسه ح ومركز دائرة القاعدة ط ونخرج منه خطوط ط ا ط ب ط ج
الى نقطة التماس فيكون اعمدة على اضلاع المثلث ونصل ح ا ح ب ح ج فيكون ايضًا اعمدة عليها كما سيجيء ومتساوية لكون



المخروط متساوي الاسوق وهي ارتفاع مثلثات ح د ه ح ه ر ح د ر فاذن المثلثات
تساوي مثلثًا يكون قاعدته مساوية لمحيط مثلث د ه ر وارتفاعه لاحد خطوط ح ا ح ب
ح ج اعني ضلع المخروط وذلك ما اردناه اقول انما كانت خطوط ح ا ح ب ح ج اعمدة
على اضلاع مثلث د ه ر لان محور ح ط عمود على سطح القاعدة وسطح مثلث ح ط ا المار
به قايم على سطح القاعدة على زوايا قائمة و ط ا فصلهما المشترك و ه ا عمود واقع في احد
السطحين اعني في سطح القاعدة وقايم على فصلهما المشترك فيكون لا محالة عمودًا على السطح
الآخر اعني على سطح مثلث ح ط ا وكان خط ح ا في ذلك السطح ملاقيًا للعمود فه ا عمود عليه فاذن ح ا عمود على ضلع د ه
وكذلك البيان في كون ح ب ح ج عمودين على الضلعين الباقيين واعلم ان قاعدة الناري المحيط بالدايرة اذا كانت
سطحًا مستقيم الاضلاع غير المثلث كان الحكم ايضًا كذلك وسنحتاج الى ذلك فيما يجيء ولا نحتاج في هذا الشكل الى شرط
تساوي اضلاع القاعدة بخلاف الشكل المتقدم ى اذا رسم في اسطوانة قايمة منشور قاعدتاه متساويتا الاضلاع
كان السطح المحيط بالمنشور سوى قاعدتيه مساويًا لسطح متوازي الاضلاع قايم الزوايا يكون قاعدته مساوية لمحيط
احدى قاعدتي المنشور وارتفاعه مساويًا لضلع الاسطوانة فلتكن الاسطوانة المستديرة هي التي قاعدتاها دايرتا

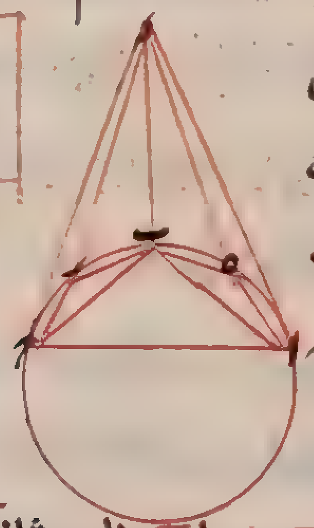
اب ج د ه ر ح ط وهما متساوي الاضلاع وليكن سطح م س متوازي الاضلاع قايم الزوايا م ر منه مساو لـ ب ر و ر س لمحيط سطح ه ر ح ط





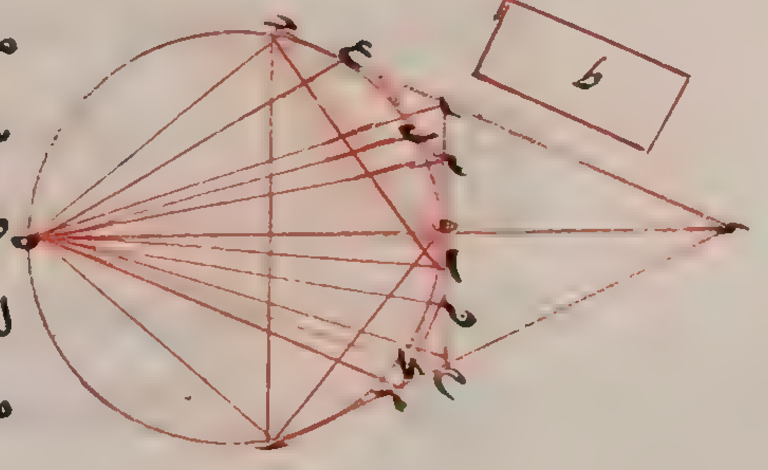
جميعًا فلان ب ر في ه ر وفي ر ح وفي ح ط وفي ه ط هي سطوح ب ه ب ح ر ط ا ط و ب ر مساو
لـ م ر وجميع ه ر ر ح ح ط ط ه مساو لـ ر س فالسطوح جميعًا مساوية لسطح م س وذلك ما اردناه
يا اذا رسم على اسطوانة قايمة منشور قاعدتاه متساويتا الاضلاع كان السطح المحيط بالمنشور
سوى قاعدتيه مساويًا لسطح متوازي الاضلاع قايم الزوايا يكون قاعدته مساوية لمحيط احدى قاعدتي
المنشور وارتفاعه مساويًا لضلع الاسطوانة فلتكن الاسطوانة هي التي قاعدتاها اب ج د ه ر ح ط والمنشور
المحيط بها هو الذي قاعدتاه سطحا ك ل م ن س ع ف ص وهما متساوي

الاضلاع قايم الزوايا ر ش منه مساو لـ ع ل و ش ت مساو لمحيط ك م جميعًا فلان ع ل في ك ل
وفي ل م وفي م ن وفي ن ك هي سطوح ك ع ل ف ن ف ك ص و ر ش مساو لـ ع ل و ش ت مساو
لخطوط ك ل ل م م ن ن ك جميعًا فسطح ر ت مساو للسطوح المذكورة جميعًا وذلك ما اردناه يب اذا كان مخروط
قايم واخرج في دائرة قاعدته وتر ووصل بين طرفيه وبين راس المخروط بخطين مستقيمين فحدث مثلث منهما
ومن الوتر فان سطح ذلك المثلث يكون اصغر من السطح المستدير الذي وقع بين الخطين من المخروط فليكن
مخروط قاعدته دائرة اب ج وراسه د ونصل فيها وترًا كيف كان وخطي ا د ج د ونقول ان مثلث ا د ج اصغر من السطح المستدير
الذي وقع بين ا د ج د من المخروط ولننصف قوس ا ب ج على ب ونصل ا ب ب ج د ب فيكون مثلثا ا ب د ج ب د اعظم من مثلث ا د ج



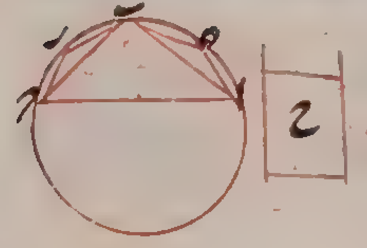
كما سابينه وليكن سطح ط مساو بالزيادة مثلثي ا ب د ب ج د على مثلث ا ج د وسطح ط يكون اما اصغر
من قطعتي ا ب ب ج من الدائرة واما ليس اصغر منهما فليكن اولًا اصغر منهما ولان العميق المؤلف
من السطح المستدير الواقع بين ا د ب د من المخروط ومن قطعة ا ب من الدايرة اعظم من مثلث
ا د ب المار باطرافه كذلك العميق المؤلف من السطح المستدير الواقع بين ب د ج د وبين قطعة
ب ج اعظم من مثلث ب د ج فجميع السطح المستدير الواقع بين ا د ج د مع قطعتي ا ب ب ج اعظم من جميع
مثلثي ا د ب ب د ج وكان سطح ط ليس باصغر من قطعتي ا ب ب ج فالسطح المستدير الواقع بين ا د ج د مع سطح ط اعظم من مثلثي ا د ب
ب د ج اعني من مثلث ا د ج مع سطح ط ونلقي سطح ط المشترك يبقى السطح المستدير الواقع بين ا د ج د من المخروط اعظم من مثلث ا د ج
ثم ليكن سطح ط اصغر من قطعتي ا ب ب ج ونصف قوسي ا ب ب ج ونصل الاوتار فيفصل من كل قطعة اكثر من نصفها ونصف
الانصاف ونصل اوتارها مرة بعد اخرى الى ان يبقى قطع اقل من سطح ط وليكن تلك القطع قطع ا ه ه ب ب ر ر ج ونخرج خطوط
د ه د ر فالسطح المستدير الذي بين ا د د ه مع قطعة ا ه اعظم من مثلث ا د ه والذي بين د ه د ب مع قطعة ب ه اعظم من مثلث
د ه ب فالمستدير الذي بين ا د د ب مع قطعتي ا ه ه ب اعظم من مثلثي ا د ه ه د ب الذين هما اعظم من مثلث ا د ب كما مر وبمثل
ذلك يبين ان المستدير الذي بين ب د د ج مع قطعتي ب ر ر ج اعظم من مثلث ب د ج فجميع السطح المستدير الذي بين ا د د ج
مع جميع القطع المذكورة بل مع سطح ط الذي هو اعظم منها اعظم من مثلثي ا د ب ب د ج اعني من مثلث ا د ج مع سطح ط ويبقى
بعد اسقاط سطح ط المشترك جميع المستدير الذي بين ا د د ج اعظم من مثلث ا د ج وذلك ما اردناه اقول اما قوله فيكون
مثلثا ا ب د ب ج د اعظم من مثلث ا د ج فذلك لان العمود الذي يقع مركز الدايرة على ا ب الاقصر يكون اطول من العمود الذي
يقع منه على ا ج الاطول وارتفاع مثلث د ا ب اعني العمود الواقع من د على ا ب الذي يقوى على العمود الاول وعلى المحور اطول

من ارتفاع مثلث ا د اعني العمود الواقع من د على اح الذي يقوى على العمود الثاني الاقصر وعلى المحور وارتفاع مثلثي د ب ح د ا ب متساويان
لتساوي اضلاعهما النظاير وايضًا جميع ا ب ب ح اطول من اح فاذن السطح الحاصل من احد ارتفاعي مثلثي د ا ب د ب ح في نصف
قاعدتيهما اعني مثلثين جميعًا اعظم كثيرًا من السطح الحاصل من ارتفاع مثلث د اح في نصف قاعدته اعني مثلث د اح والى هذه
اشرت في اثناء شرح المصادرات عند ذكر المخروطات المضلعة بان سطح المحيط منها يكون اعظم من سطح المحاط به لكون الاعمدة
والقواعد في المحيط اطول منهما في المحاط به واما قوله وننصف قوسي ا ب ب ح ونصل الاوتار فتفصل من كل قطعة اكثر من نصفها
وذلك لانا اذا اخرجنا عمودين من طرفي القوس المنصفة ووصلنا بينهما بخط تماس الدايرة على منتصف القوس ويوازي
الوتر حدث متوازي اضلاع يكون المثلث الحادث من وتر القوس ووتري نصفها مساويا لنصفه ويقع القطعتان الحادثتان
في النصف الآخر مع فضلتين على القطعة الاولى فاذن المثلث الحادث قد فصل من القطعة الاولى اعظم من نصفها وقد مر
مثل ذلك في كتاب الاسطقسات لاقليدس ويكون البيان هذا بعينه واعلم ان هذه الاشكال التسعة اعني من الشكل السابع
الى الخامس عشر هي مما تقدم ذكرها مجملا في اثناء ما اوردته من شرح المصادرات وذلك اني وجدت بعض المصادرات
كالحكم بان كل سطح عميق فهو اعظم من السطح المستوي المار بالطرافه اذ من العميق الذي يقع في داخله غير بين بنفسه اذ لم يكن
من القضايا المتعارفة ولا مما يوجد بيانه في غير علم الهندسية اردت ابينها فاحتجت الى ان ابين اولا ما يحتاج في بيانه
اليه وكان القضايا المثبتة في الاشكال الخمسة الاولى من جملة ذلك فاشرت الى بيانها مجملا واما الاربعة الاخيرة فقد تبينت
ايضًا مع المصادرات من غير بناء عليها وارشميدس لما وضع تلك المصادرات على انها بينة مقبولة واحتاج فيما قصده
بما سنورده الى القضايا المثبتة في هذه الاشكال اوردها هيهنا واستعمل بعض تلك المصادرات في بيانها كما استعمل
الحكم المذكور في هذا الشكل فوقع فيما ذكرته تكرار لما في المتن ومخالفة للسياقة التي اختارها ارشميدس على ما ذكرت هناك
ووعدت بيانه فتعلم ان ذلك للضرورة المذكورة ونعود الى الكتاب يج اذا كان مخروط قايم واخرج في سطح دايرة قاعدته
خطان تماسان لتلك الدايرة ومتلاقيان على نقطة ووصل بين نقطة التماس والتلاقي وبين راس المخروط بخطوط
كان المثلثان اللذان يحيط بهما تلك الخطوط مع الخطين المماسين للدايرة اعظم من السطح المستدير الواقع بين المثلثين من
المخروط فليكن المخروط هو الذي قاعدته دايرة ا ب ح وراسه نقطة ه وليكن خطا ا د د ح في سطح دايرة ا ب ح مماسين لها
على نقطتي ا ح ومتلاقيين على نقطة د ونصل اه ده ح ه ونقول ان مثلثي ا ه د د ه ح اعظم من السطح المستدير الواقع بين ا ه ه ح
من بسيط المخروط ونصل وتر اح وليكن ح ب ر مماسا للدايرة وموازيا لاح فنقطة التماس وهي ب منتصف قوس ا ب ح
كما سنذكره ونصل ح ه ر ه فخطا ح د د ر اطول من ح ر ونجعل اح ر ح مشتركا فيكون خطا ا د د ح جميعا اطول من خطوط
اح ح ر ر ح وخطوط ه ا ه ب ه ح متساوية لانها اضلاع المخروط القايم وهي اعمدة على الخطوط المماسة للدايرة كما مر في الشكل
التاسع فسطح احد اضلاع المخروط في خطي ا د د ح اعني ضعف مثلثي ا ه د د ه ح اعظم من سطحه في خطوط اح ح ر ر ح اعني ضعف
مثلثات اح ه ح ه ر ر ه ح فليكن زيادة مثلثي ا ه د د ه ح على مثلثات اح ه ح ه ر ر ه ح هي
سطح ط وهو يكون اما اصغر من جميع القطعتين اللتين يحيط بهما خطوط اح ح ر ر ح
وقوس ا ب ح اعني الخارجتين عن الدايرة واما ليس اصغر منهما جميعا وليكن اولا

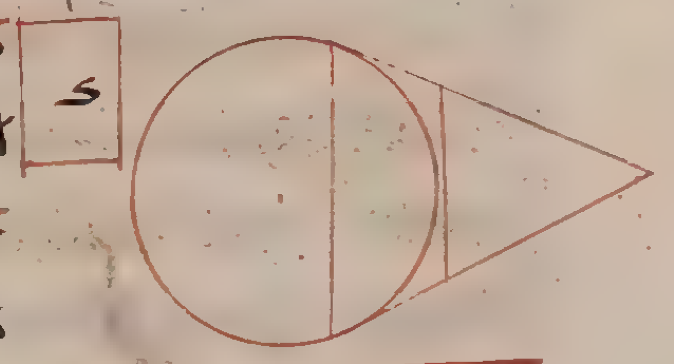


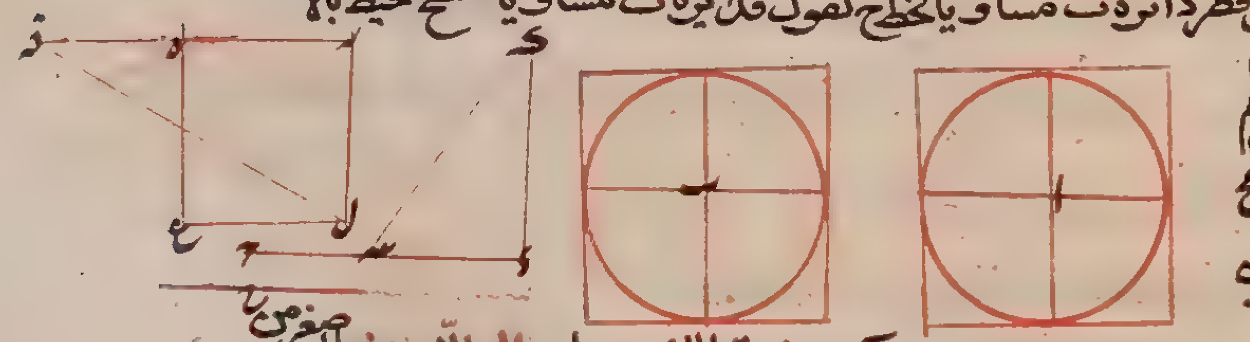
ليس باصغر منهما جميعا فالجميع لعميق المحيط المؤلف من مثلثات اه ح ه ر ر ه ح وهي
منحرف اح ر ح اعظم من العميق المحاط به المؤلف من السطح المستدير الواقع بين اه ه ح
من المخروط

من المخروط ومن قطعة اح من الدايرة لكونهما متحدي الاطراف التي هي اضلاع اه ه ح وفي جانب واحد من سطح ذلك المثلث
ونلقي منهما قطعة اح المشتركة فيبقى مثلثات اه ح ه ر ر ه ح مع قطعتي اح ب ك ب ح ل الخارجتين من الدايرة اعظم من
السطح المستدير الواقع بين اه ه ح وكان السطح ط ليس باصغر من القطعتين المذكورتين فاذن اح ه ح ه ر ر ه ح مع
سطح ط اعني مثلثي ا ه د د ه ح معا اعظم من السطح المستدير الواقع بين اه ه ح من المخروط ثم ليكن سطح ط اصغر من القطعتين
الخارجتين المذكورتين وننصف قوسي القطعتين على نقطتي ك ل ونخرج منهما خطين مماسين للدايرة هما م ر س ع
فيفصلان من القطعتين اعظم من نصفهما كما سيجيء بيانه وننصف انصاف القسي ايضًا ونخرج الخطوط المماسة
بعد اخرى الى ان يبقى قطع خارجة من الدايرة يكون مجموعها اصغر من سطح ط وليكن هي القطع الاربع التي يحيط بها خطا
ام م ك مع قوس اك وخطا ك ر ر ب مع قوس ك ب وخطا ب س س ل مع قوس ب ل وخطا ل ع ع ح مع قوس ل ح
ونصل نقطة الزوايا بنقطة ه فمثلثات اح ه ح ه ر ر ه ح الثلثة اعظم من مثلثات ام ه م ه ر ه ر ه س ه س ع ه ع ه ح
الخمسة بمثل ما مر من كون قواعد تلك اطول من قواعد هذه وارتفاعات الجميع التي هي اضلاع المخروط متساوية
فالعميق المحيط المؤلف من سطح ا ه م ر س ع ومن المثلثات الخمسة المذكورة اعظم من العميق المحاط به ومن السطح
المستدير الواقع بين اه ه ح من المخروط ومن قطعة اح من الدايرة لاتحاد اطرافها التي هي مثلث اه ح ووقوعهما في
جانب واحد من سطح ذلك المثلث واذا القينا قطعة اح المشتركة فيبقى المثلثات الخمسة مع القطع الاربع المذكورة
جميعًا اعظم من السطح المستدير الواقع بين اه ه ح من المخروط لكن مثلثات اه ح ح ه ر ر ه ح مع سطح ط اعني مثلثي ا ه د د ه ح
معًا اعظم كثيرًا من السطح المستدير الواقع بين اه ه ح من المخروط وذلك ما اردناه اولا انما يفصل م ر من قطعة اح ك
الخارجة مثلثا اعظم من نصفها لانا اذا اخرجنا من مركز الدايرة وليكن ف الى ح خط ف ح ووصلنا ا ك كان في مثلث
ح ك م القايم الزاوية ح م وتر القايمة اطول من م ك المساوي لم ا فقاعدة مثلث ح ك م اطول من قاعدة مثلث
م ك ا وهما متساويا الارتفاعين فمثلث ح ك م اعظم من مثلث م ك ا واعظم كثيرا من قطعة ام ك الخارجة من الدايرة
وبمثل ذلك يتبين في البواقي وبوجه آخر ان كان سطح ط اصغر من القطعتين الخارجتين عملنا بمثل ما تقدم في الشكل
السادس على قطاع ح ه ا شكلا كثير الزوايا يكون القطع الفاضلة عليه من الشكل اصغر من سطح ط وتم البيان بمثل
ما مر يد اذا اخرج في اسطوانة قايمة خطان ينتهيان الى قاعدتيهما كان السطح المستدير الواقع بينهما اعظم من السطح
المتوازي الاضلاع الذي يحيط به ذانك الخطان مع الخطين الواصلين باطرافهما فلتكن الاسطوانة هي التي احدى قاعدتيها
دايرة ا ب ح ونخرج في سطحها خطين احد طرفيهما نقطتا ا ح وطرفاهما الاخران نقطتان يقابلانهما على دايرة القاعدة الاخرى
فنقول ان الواقع بينهما من السطح المستدير الاسطواني اعظم من السطح المتوازي الاضلاع الذي يحيط به الخطان المبتديان
من ا ح وخط آخر يقابله ويوازيه في دايرة القاعدة الاخرى فننصف قوس اح على ب ونصل وتري ا ب ب ح ونرسم على
الاسطوانة خطا يبتدي من ب وينتهي الى مقابلتها موازيا للخطين الاولين فننصف القوس النظيرة لقوس اح ايضًا و
يحدث سطحان متوازيان على ا ب ب ح ارتفاعهما ارتفاع الاسطوانة ويكونان معًا اعظم من السطح الذي على اح وارتفاعه
ايضًا ذلك الارتفاع لكون ا ب ب ح معًا اطول من اح وليكن سطح ح مساويا لزيادة سطحي ا ب ب ح على سطح اح ونصف سطح ح

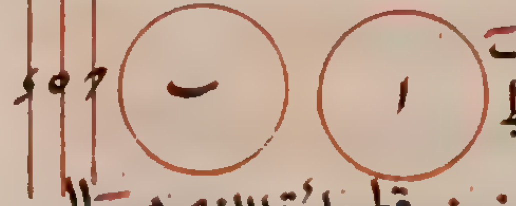


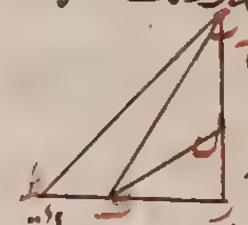
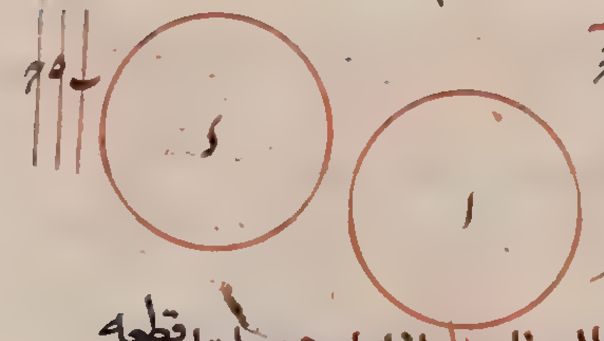
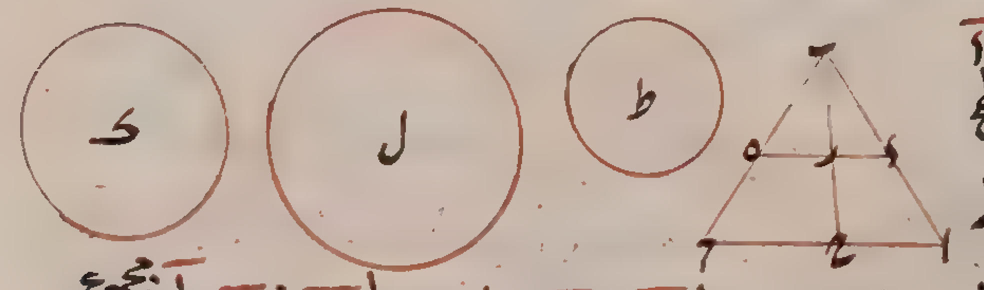
يكون اما اصغر من قطعتي ا ه ب ب ر ح معًا واما ليس باصغر منهما وليكن اولا ليس باصغر منهما
فالعميق المؤلف من السطح المستدير الاسطواني الواقع بين الخطين اللذين يبتديان من ا ب

ومن قطعة اه ب ومن القطعة المقابلة لها على القاعدة الاخرى اعظم من السطح المتوازي الاضلاع على خط ات المتحد
اطرافه باطراف العميق وايضًا العميق المؤلف من السطح المستدير الاسطواني الواقع بين الخطين المبتدئين من ه ح
ومن قطعتي ب ر ح والمقابلة لها اعظم من المتوازي الاضلاع الذي على خط ب ح فمجموع ما يقع بين الخطين المبتدئين
من ا ح من السطح المستدير الاسطواني مع قطعتي اه ب ب ر ح ومقابلتيهما الاربع اعظم من السطحين المتوازيي الاضلاع
الذين على خطي ا ب ب ح بل من السطح المتوازي الاضلاع الذي على ا ح مع سطح ح وسطح ح ليس باصغر من القطع الاربع
المذكورة فيبقى السطح المستدير الاسطواني الواقع بين الخطين المستديرين الخارجين من نقطتي ا ح اعظم من السطح المتوازي
الاضلاع الذي على ا ح ثم ليكن نصف سطح ح اصغر من قطعتي اه ب ب ر ح فينصف قوسي ا ب ب ح ونصل الاوتار الى ان يبقى
قطع من الدائرة اصغر من نصف سطح ح وليكن هي قطعة اه ه ب ب ر ر ح ولنخرج على اوتارها سطوح متوازية الاضلاع
ارتفاعاتها ارتفاع الاسطوانة فيتبين بمثل ما قلنا ان مجموع السطح المستدير الواقع بين الخطين المبتديين من نقطتي ا ب
مع قطعتي اه ه ب والقطعتين المقابلتين لهما اعظم من المتوازي الاضلاع الذي على ا ب ومجموع السطح المستدير الواقع
بين الخطين المبتديين من نقطتي ب ح مع قطعتي ب ر ر ح ومقابلتيهما اعظم من المتوازي الاضلاع الذي على ب ح فالسطح
المستدير الواقع بين الخطين المبتديين من ا ح مع قطع اه ه ب ب ر ر ح والقطع المقابلة لها جميعا اعظم من المتوازيي الاضلاع
الذين على ا ح مع سطح ح وسطح ح اعظم من القطع المذكورة فيبقى السطح المستدير الاسطواني المذكور اعظم من المتوازي
الاضلاع المذكور وذلك ما اردناه يه اذا اخرج في سطح اسطوانة قايمة خطان ينتهيان الى قاعدتيها واخرج من اطرافهما
في سطحي دائرتي القاعدتين خطوط مماسة متلاقية كان السطحان المتوازيا الاضلاع اللذان يحيط بهما الخطوط المماسة
للدائرة والخطان اللذان في سطح الاسطوانة اعظم من السطح المستدير الاسطواني الواقع بين السطحين فليكن الاسطوانة
هي التي قاعدتها دائرة ا ب ح ولنخرج في سطح الاسطوانة خطان مبتديان من ا ح منتهيان الى نظيريهما من القاعدة
الاخرى وفي سطح الدائرة خطا ا ح ح ح المماسان لها على نقطتي ا ح الملاقيان على ح وفي سطح الدائرة المقابلة لها نظيراهما من
ح الى نظيرها خط يوازي اللذين على سطح الاسطوانة فنقول ان المتوازيي الاضلاع الذي يحيط بهما المبتديين من نقطة
ا ح وخطا ا ح ح ح ونظيراهما اعظم من السطح المستدير الذي على قوس ا ب ح ولنخرج ه ر مماسا للدائرة على ب ومن نقطتي

ه ر خطان موازيان للمحور منتهيان الى سطح القاعدة الاخرى فالسطحان المتوازيا
الاضلاع اللذين على ا ح ح ح اعظم من السطوح المتوازية الاضلاع التي على اه ه
ر ر ح لكون ا ح ح ح اطول من جميع اه ه ر ر ح وليكن سطح ى مساويا للزيادة
ذينك السطحين على هذه السطوح ونصف يكون اما اعظم من قطعتي اه س م
ب ر ط الخارجين من الدائرة واما ليس باعظم منهما وليكن او لا اعظم منهما فالعميق المحيط المؤلف من المتوازية
الاضلاع التي على خطوط اه ه ر ر ح ومن منحرف ا ح ر ه ومن المنحرف المقابل له اعظم من العميق المحاط به المؤلف من
السطح المستدير الذي على قوس ا ب ح ومن قطعة ا ح ب من الدائرة ومن القطعة المقابلة لها لكونهما متحدي الاطراف
التي هي اضلاع المتوازي الذي على ا ح في جانب واحد منه فاذا القينا منهما قطعتا ا ح ب ومقابلتها معا يبقى مجموع السطوح
الثلثة التي على اه ه ر ر ح والقطع الاربع التي هي قطعتا اه ب م ب ر ط اللتان يقابلان هما اعظم من السطح المستدير
الذي على قوس ا ب ح والسطوح الثلثة والقطع الاربع جميعا اصغر من السطحين الذين على ا ح ح ح لانهما اعظم من السطوح
الثلثة

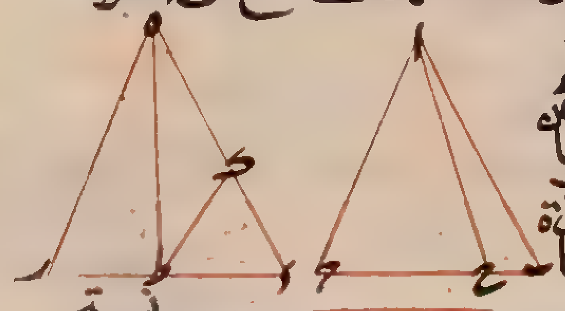
الثلثة بمثل سطح ى الذي هو اعظم من القطع الاربع فاذن السطحان اللذان على ا ح ح ح اعظم من السطح المستدير الذي
على قوس ا ب ح ثم ليكن نصف سطح ى ليس باعظم من قطعتي اه س م ب ر ط ونخرج خطوطا مماسا للدائرة مرة بعد اخرى
الى ان يصير القطع الخارجة من الدائرة اصغر من نصف سطح ى ويتبين من ذلك الحكم بمثل ما تقدم وهنالك استبان
انه اذا عمل في مخروط قايم او عليه منشور او عمل في اسطوانة قايمة او عليها منشور كان لجميع السطوح المحيط بالجسم المحيط سوى
القاعدة او القاعدتين اعظم من جميع السطوح المحيط بالجسم المحاط به سوى القاعدة او القاعدتين يو كل اسطوانة قايمة
فان السطح المحيط بها سوى قاعدتيها مساوٍ للدائرة التي نصف قطرها مناسب لضلع الاسطوانة وقطر قاعدتها فيما بين
بينهما فليكن دائرة ا قاعدة الاسطوانة وليكن خط ح ر مساويا لقطر دائرة ا وخط ه ر مساويا لضلع الاسطوانة وخط ح
واقعا بين خطي ح ر ه ر على نسبة وليكن نصف قطر دائرة ب مساويا لخط ح نقول فدائرة ب مساوية للسطح المحيط بالاسطوانة

سوى قاعدتيها فان لم يكن كذلك فهي اما اعظم
واما اصغر منه وليكن او لا اصغر منه فيكون سطح
الاسطوانة ودائرة ب مقدارين غير متساويين
اعظمهما السطح ونعمل في دائرة ب وعليها شكلين متساويي الاضلاع ويكون نسبة الذي عليه الى الذي فيها اصغر من ر
نسبة سطح الاسطوانة الى دائرة ب كما مر في الشكل الخامس ونعمل على دائرة ا شكلا شبيها بالذي على دائرة ب وساذكر
طريقه ونعمل على الشكل المعمول على دائرة ا منشور محيط بالاسطوانة وليكن كل واحد من خطي ى ا ر ل مساويا لمحيط الشكل
الذي على دائرة ا ولنصف ه ا على س ونصل س ى فمثلث ى س مساوٍ للشكل الذي على دائرة ا لان قاعدته مساوية
لمحيط ذلك الشكل وارتفاعه مساوٍ لنصف قطر دائرة ا ونتمم سطح ه ر ل ع المتوازي الاضلاع فهو مساوٍ لسطح المنشور الذي على
الاسطوانة لان المحيط به ضلع الاسطوانة وخط مساوٍ لمحيط قاعدة المنشور وقد مر بيان ذلك في الشكل الخامس عشر
ونخرج ه ق مساويا لـ ه ر ونصل ق ر ل فمثلث ر ق ل مساوٍ لسطح ه ر ل ع بل السطح المنشور ونسبة الشكل الذي على دائرة ا
الى الشكل الذي على دائرة ب كنسبة نصف قطر دائرة ا وهو خط س ا الى نصف قطر دائرة ب وهو خط ح في القوة لما
ذكره ونسبة س ا الى ح في القوة كنسبة س ا الى ق ر في الطول لان نسبة ضعف س ا الى ح كنسبة ح الى ضعف ق ر
ونسبة س ا الى ق ر كنسبة مثلث ى س ا الى مثلث ل ق ر لان ارتفاع ى ا ر ل متساويان فنسبة الشكل الذي على
دائرة ا اعني مثلث ى س ا الى الشكل الذي على دائرة ب كنسبة مثلث ى س ا الى مثلث ل ق ر فمثلث ل ق ر اعني سطح المنشور
مساوٍ للشكل الذي على دائرة ب ولان نسبة الشكل الذي على دائرة ب الى الشكل الذي فيها اصغر من نسبة سطح الاسطوانة
الى دائرة ب يكون سطح المنشور ايضا الى الشكل الذي في دائرة ب اصغر من نسبة سطح الاسطوانة الى دائرة ب وذلك
محال لان سطح المنشور اعظم من سطح الاسطوانة فيلزم ان يكون الشكل الذي في دائرة ب اعظم منها ثم ليكن دائرة ب اعظم
من سطح الاسطوانة ونعمل على دائرة ب وفيها شكلين متشابهين يكون نسبة الذي عليها الى الذي فيها اصغر
من نسبة دائرة ب الى سطح الاسطوانة ونعمل في دائرة ا شكلا شبيها بالذي في دائرة ب ونعمل على الذي في دائرة ا
منشور المحيط الاسطوانة به وليكن كل واحد من ى ا ر ل مساويا لمحيط الشكل الذي في دائرة ا فمثلث ى ب ا اعظم
من الشكل الذي في دائرة ا لان قاعدته مساوية لمحيط الشكل وارتفاعه الذي هو نصف قطر الدائرة اعظم من
العمود الواقع من المركز على احد اضلاع الشكل وسطح ه ر ل ع مساوٍ لسطح المنشور الذي في الاسطوانة لان المحيط به

ضلع الاسطوانة ومحيط قاعدة المنشور وقدم بيان ذلك في الشكل العاشر فمثلث قرل مساو لسطح المنشور ونسبة الشكل الذي
في دائرة ا الى الشكل الذي في دائرة ب كنسبة نصف قطر دائرة ا الى نصف قطر دائرة ب في القوة بل كنسبة مثلث كسر الى
قرل فنسبة الشكل الذي في دائرة ا الى الشكل الذي في دائرة ب كنسبة مثلث كسر الى مثلث قرل واذا بدلنا صارت نسبة
الشكل الذي في دائرة ا الى مثلث كسر كنسبة الشكل الذي في دائرة ب الى مثلث قرل والشكل الذي في دائرة ا اصغر من مثلث
كسر فالشكل الذي في دائرة ب ايضا اصغر من مثلث قرل اعني من سطح المنشور الذي هو اصغر من سطح الاسطوانة لما
في آخر الشكل الخامس عشر فهو اصغر من سطح الاسطوانة وهذا محال لان نسبة الشكل الذي على دائرة ب الى الذي فيها اصغر من نسبة دائرة
ب الى سطح الاسطوانة والشكل الذي على دائرة ب اعظم من دائرة ب فالشكل الذي في دائرة ب يجب ان يكون اعظم من سطح
الاسطوانة واذا لم يكن دائرة ب باعظم من سطح الاسطوانة ولا باصغر منه فهي اذن مساوية له وذلك ما اردناه اقول
واما الطريق ان نعمل على دائرة ا شكلاً شبيهاً بالذي على دائرة ب فهو ان نعمل في دائرة ا شكلاً شبيهاً بالذي في دائرة ب على ما تبين
في كتاب الاسطقسات ثم نعمل على دائرة ا شكلاً شكلاً شبيها بالذي فيه فيكون ايضا شبيها بالذي على دائرة ا واما بيان ان نسبة
الشكل الذي على دائرة ا الى الشكل الذي على دائرة ب هي كنسبة نصف قطر دائرة ا الى نصف قطر دائرة ب في القوة فهكذا ليكن ا ب
مركزي الدائرتين وا ح ب ه نصفي قطريهما و ح د ه ر نصفي ضلعين متناظرين من الشكلين الذين عليهما ونصل ا د ب ر فالمثلثان
متشابهان لان زاويتي د ر نصفا زاويتين متساويتين وزاويتي ح ه قائمتان ونسبة ح ا الى ه ب بل نسبة
الضلع الى الضلع كنسبة ا ح الى ب ه نصف القطر الى نصف القطر فنسبة الشكل الى الشكل التي هي كنسبة الضلع

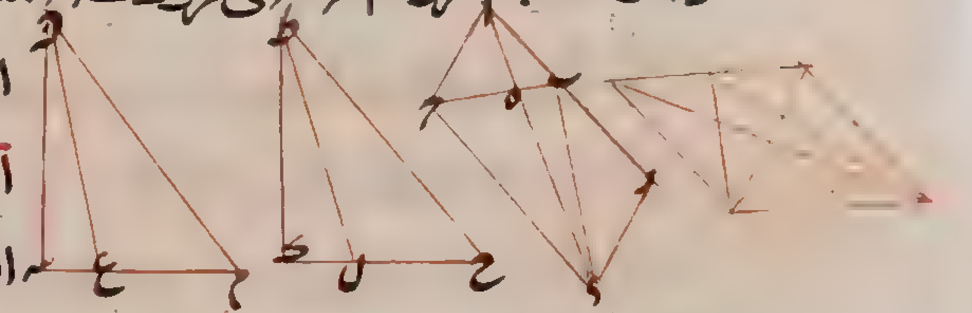
الى الضلع مثناة كنسبة مربع نصف القطر الى مربع نصف القطر بر كل مخروط قايم فان سطحه المحيط به سوى
قاعدته مساو للدائرة التي نصف قطرها مناسب لضلع ذلك المخروط ولنصف قطر قاعدته فيما بينهما فليكن قاعدة المخروط
دائرة ا و نصف قطرها خط ح وضلع المخروط خط د وخط ه مناسباً للخطين ح د فيما بينهما وهو نصف قطر دائرة ب فنقول ان
دائرة ب مساوية للسطح المستدير المحيط بالمخروط فان لم يكن كذلك فهي اما اصغر منه واما اعظم وليكن اولا اصغر منه
فيكونان مقدارين مختلفين اعظمهما سطح المخروط ونعمل على دائرة ب وفيها شكلين متشابهين كثيري الزوايا متساوي
الاضلاع يكون نسبة الذي عليها الى الذي فيها اصغر من نسبة سطح المخروط الى دائرة ب

كما مر في الشكل الخامس ونعمل على دائرة ا شكلا شبيها بالذي على دائرة ب وعليه نارياً يحيط
بالمخروط المستدير فنسبة الشكل الذي على دائرة ا الى الشكل الذي على دائرة ب كنسبة نصف قطر دائرة ا الذي هو ح الى
نصف قطر دائرة ب الذي هو ه في القوة اعني كنسبة ح الى د في الطول ونسبة ح الى د كنسبة الشكل الذي على دائرة ا الى
السطح المحيط بالناري سوى قاعدته وذلك لان ح الذي هو نصف قطر دائرة ا في نصف محيط الشكل الذي على دائرة ا هو
الشكل الذي على دائرة ا و د الذي هو ضلع المخروط في ذلك النصف بعينه هو سطح الناري لما تبين في الشكل التاسع فنسبة
الشكل الذي على دائرة ا الى الشكل الذي على دائرة ب والى سطح الناري واحدة فالشكل الذي على دائرة ب مساو لسطح الناري
ولان نسبة الشكل الذي على دائرة ب اعني سطح الناري الى الذي فيها اصغر من نسبة سطح المخروط الى دائرة ب وكان
سطح الناري اعظم من سطح المخروط كما مر في آخر الشكل الخامس عشر لزم ان يكون الشكل الذي في دائرة ب اعظم من دائرة ب
هذا خلف ثم ليكن دائرة ب اعظم من سطح المخروط ونعمل على دائرة ب وفيها شكلين متشابهين كما ذكرنا ويكون نسبة الذي
عليها الى الذي فيها اصغر من نسبة الدائرة الى سطح المخروط ونرسم في دائرة ا شكلا شبيها بالذي في دائرة ب ونقيم على الذي
في دائرة

في دائرة ا شكلا نارياً يحيط به المخروط ويكون نسبة الشكل الذي في دائرة ا الى التي في دائرة ب كنسبة ح الى ه في القوة
بل كنسبة ح الى د في الطول ونسبة ح اعني نصف قطر دائرة ا الى د اعني ضلع المخروط اعظم كما ساذكره من نسبة الشكل الذي
في دائرة ا الى سطح الناري التي هي كنسبة العمود الواقع من مركز دائرة ا على ضلع الشكل الذي فيها الى العمود الواقع من راس المخروط
عليه ايضا فان العمود الذي من مركز الدائرة في نصف محيط الشكل الذي في دائرة ا هو الشكل الذي في دائرة ا والعمود الذي
من راس المخروط فيه ايضا بعينه هو سطح الناري على ما مر في الشكل السابع والثامن فنسبة الشكل الذي في دائرة الى
الذي في دائرة ب اعظم من نسبته الى سطح الناري فسطح الناري اعظم من الشكل الذي في دائرة ب ونسبة الشكل الذي على
دائرة ب الى سطح الناري اصغر من نسبته الى الشكل الذي في دائرة ب وكانت نسبة الشكل الذي على دائرة ب الى الذي
فيها اصغر من نسبة دائرة ب الى سطح المخروط فنسبة الشكل الذي على دائرة ب الى السطح الناري اصغر كثيرا من نسبة دائرة
ب الى سطح المخروط والشكل الذي على دائرة ب اعظم من دائرة ب فسطح الناري يلزم ان يكون اعظم من سطح المخروط هذا
خلف لما مر في آخر الشكل الخامس عشر واذا لم يكن دائرة ب باصغر من سطح المخروط ولا باعظم منه فهي اذن مثله وذلك ما اردناه

اقول ليكن لبيان ان نسبة نصف قطر دائرة ا الى ضلع المخروط اعظم من نسبة العمود الواقع من مركز دائرة ا
على ضلع الشكل الذي فيها الى العمود الواقع من راس المخروط عليه ايضا فليكن ر مركز دائرة ا و ح راس المخروط
و ر ط نصف قطر دائرة ا اعني خط ح و ح ط ضلع المخروط اعني خط د و ر ك العمود الواقع من المركز على ضلع الشكل الذي في الدائرة
و ح ك العمود الواقع عليه من راس المخروط والدعوى ان نسبة ر ط الى ح ط اعظم من نسبة ر ك الى ح ك ونخرج ك ل موازيا
لـ ط ح فيكون اقصر لا محالة من ح ك ويكون نسبة ر ك الى ك ل اعني ر ط الى ح ط بل نسبة ح الى د اعظم من نسبة ر ك الى ح ك
اعني العمود الخارج من المركز الى العمود الخارج من راس المخروط يج نسبة سطح المخروط القايم الى قاعدته كنسبة ضلعه

الى نصف قطر قاعدته فليكن قاعدة المخروط دائرة ا و نصف قطرها ب وضلعه ح
ونقول نسبة سطح المخروط الى دائرة ا كنسبة ح الى ب وليكن ه مناسباً للخطين ب ح فيما
بينهما وهو نصف قطر دائرة د فدائرة د مساوية لسطح المخروط كما مر في الشكل المتقدم
ونسبة دائرة د الى دائرة ا كنسبة مربع ه الى مربع ب بل كنسبة ح الى ب وذلك ما اردناه يط اذا كان مخروط قايم وقطعه
سطح موازٍ لقاعدته فالسطح المستدير الواقع من محيطه بينهما تساوي دائرة يكون نصف قطرها مناسباً للضلع القطعة
من المخروط الواقع بينهما وللخط المساوي لنصفي قطري الدائرتين المتوازيتين معاً فيما بينهما فليكن المخروط هو الذي على
سهمه مثلث ا ب ح وسهمه ب ح وليقطعه سطح موازٍ لقاعدته يقطع المثلث على د ه و نرسم دائرة يكون نصف قطرها
مناسباً للخط ا د وللخط المساوي لمجموع د ر ا ح فيما بينهما وهي دائرة ط فنقول انها مساوية لما بين د ه ا ح من السطح المستدير

المخروطي ونرسم دائرة يقوى نصف قطرها على سطح ب د
في د ر وهي دائرة ك واخرى يقوى نصف قطرها على سطح
ب ا في ا ح وهي دائرة ل فدائرة ل يساوي سطح مخروط
ا ب ح ودائرة ك تساوي سطح مخروط د ب ه لما مر في الشكل السابع عشر وسطح ب ا في ا ح يساوي سطح ب د في د ر و ا د في مجموع
د ر و ا ح لان د ر يوازي ا ح وساذكر بيان ذلك فلان مربع نصف قطر دائرة ل تساوي سطح ب ا في ا ح ومربع نصف قطر
دائرة ك تساوي سطح ب د في د ر ومربع نصف قطر دائرة ط تساوي سطح ا د في جميع د ر و ا ح يكون مربع نصف قطر دائرة ل

مساويا للمربع بضعف قطري دائرة ط ك ونسب الدوائر نسب مربعات اقطارها فدائرة ل تساوي دائرتي ط ك لكن دائرة ط تساوي سطح مخروط ب ا ح ودائرة ك تساوي سطح مخروط ب ا ح يبقى ما بين السطحين المتوازيين الذين على د ه ا ح من بسيط المخروط مساويا للدائرة ل وذلك ما اردناه اقول كون د ز موازيا لا ح يقتضي ان يكون سطح ب ا في ا ح مساويا لسطح ب د في د ز و ا د في مجموع د ز و ا ح لان ذلك يقتضي ان يكون نسبة ب ا الى د ز كنسبة ب ا الى ا ح ف د في ا ح تساوي ب ا في د ز اعني ب د في د ز و ا د في د ز ونجعل ا د في ا ح مشتركا فيصير ب ا في ا ح مساويا لـ د في د ز و ا د في د ز وفي ا ح جميعا تذكرة المخروطات القايمة ان تساوت ارتفاعاتها كانت على نسبة قواعدها وان تساوت قواعدها كانت على نسبة ارتفاعاتها وان كانت متساوية كانت قواعدها متكافية لارتفاعاتها وان كانت متشابهة اي كانت اقطار قواعدها على نسب ارتفاعاتها كانت على نسب اقطار القواعد مثلثة بالتكرير والاسطوانة القايمة اذا قطعها سطح موازٍ لقاعدتيها باسطوانتين كانتا على نسبة سهميهما وسهماهما على نسبة مخروطيهما المستديرين جميع ذلك مما بينه اقليدس ما ك اذا كان مخروطان قايمان وكان سطح احدهما مساويا لقاعدة الآخر وارتفاع الآخر مساويا للعمود الواقع من مركز قاعدة الاول على ضلع من اضلاعه فهما متساويان فليكن المخروطان مخروطي ا ب ح د ه ز وليكن قاعدة ا ب ح مساوية لسطح مخروط د ه ز وارتفاع ا ح مساويا للعمود ط ك الواقع من مركز ط على ضلع د ه نقول فهما متساويان وذلك لان نسبة سطح مخروط ا ب ح الى سطح مخروط د ه ز اعني قاعدة مخروط ا ب ح الى قاعدة



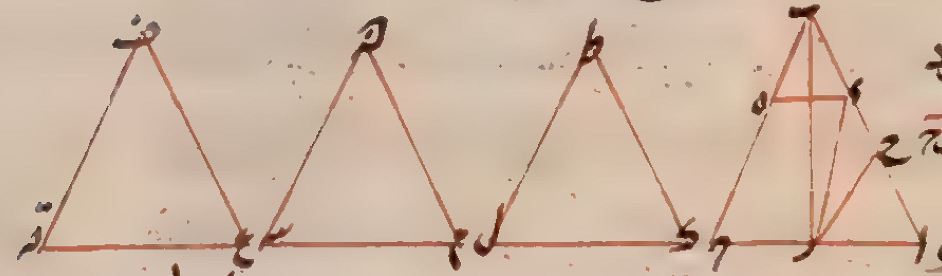
مخروط د ه ز كنسبة د ه الى د ط لما مر في الشكل الثامن عشر اعني نسبة ه ط الى ط ك لكون مثلثي د ه ط ه ط ك متشابهين بل نسبة ه ط الى ا ه المساوي لـ ط ك فنسبة قاعدة مخروط ا ب ح الى قاعدة مخروط د ه ز كنسبة ه ط ارتفاع مخروط د ه ز الى ا ح ارتفاع مخروط ا ب ح على التكافي فاذن هما متساويان وذلك ما اردناه كا كل معين مجسم مركب من مخروطين قايمين فانه مساوٍ لمخروط قايم قاعدته مساوية لسطح احد مخروطي المعين وارتفاعه مساوٍ للعمود الواقع من راس الآخر منهما على ضلع من اضلاع الاول فليكن المعين المذكور معين ا ب د ح وقطر قاعدته ب ح وارتفاعه ا د وليكن قاعدة مخروط ح ط ك مساوية لسطح مخروط ا ب ح وارتفاعه وهو ط ل مساوٍ لعمود د ز الخارج من د على ضلع ا ب بعد اخراجه على الاستقامة نقول فمخروط ح ط ك مساوٍ للمعين المذكور وليكن م ذ س ر مخروطا آخر قايما قاعدته مساوية لقاعدة مخروط ا ب ح وارتفاعه وهو ذ ع مساوٍ لـ ا د فلان نسبة مخروط م ذ س ر الى مخروط ب د ح المتساويي القاعدتين كنسبة ذ ع الى د ه ونسبة معين ا ب د ح الى مخروط ب د ح



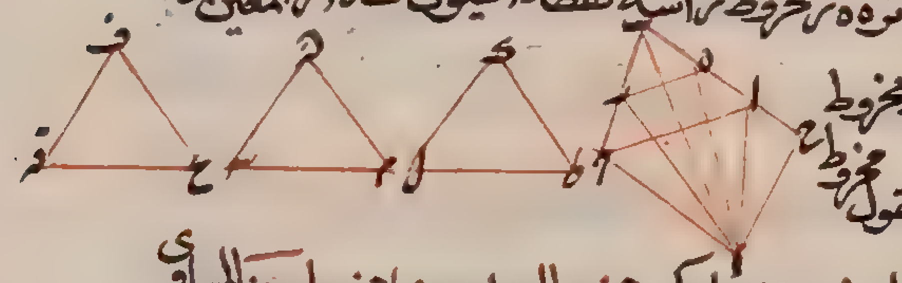
ايضا كنسبة ا د الى د ه اعني ذ ع ايضا الى د ه يكون مخروط م ذ س ر مساويا للمعين ا ب د ح ولان نسبة سطح مخروط ا ب ح الى قاعدته كنسبة ا ب الى ب ه لما مر في الشكل الثامن عشر وهي كنسبة ا د الى د ز لكون مثلثي ا ب ه ا د ز متشابهين اعني نسبة ذ ع المساوي لـ ا د وهو ارتفاع مخروط م ذ س ر الى ط ل المساوي لـ د ز وهو ارتفاع مخروط ح ط ك وايضا نسبة سطح مخروط ا ب ح الى قاعدته كنسبة قاعدة مخروط ح ط ك الى قاعدة مخروط م ذ س ر لكونهما مساويين لهما يكون مخروطا م ذ س ر ح ط ك اللذان قاعدتاهما متكافيتان لارتفاعيهما متساويين فاذن مخروط ح ط ك مساوٍ لمعين ا ب د ح وذلك ما اردناه كب اذا كان مخروط قايم وقطعه سطح موازٍ لقاعدته وعمل على الدائرة التي يحدث من موضع القطع مخروط آخر قايم راسه مركز قاعدة المخروط الاول ونقص من المخروط الاول المعين المجسم الذي يحدث من ذلك فان الذي يبقى من المخروط الاول مساوٍ لمخروط قايم قاعدته مساوية للسطح المستدير الواقع بين السطحين المتوازيين من محيط المخروط وارتفاعه مساوٍ للعمود الواقع من مركز

قاعدة

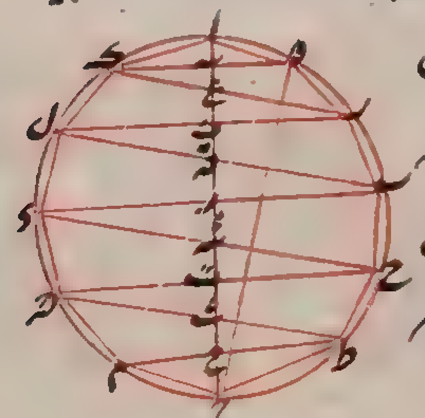
قاعدة المخروط الاول على احد اضلاعه فليكن ا ب ح المخروط و د مركز قاعدته وليقطعه سطح على ا ه وليعمل على الدائرة التي قطرها ا ه مخروط قايم راسه د فيكون معين ب ا د ه المجسم مركبا من مخروطين قايمين وليكن ط ك ل مخروطا قاعدته مساوية لما بين دائرتي ا ه ا ح من السطح المحيط بمخروط ا ب ح وارتفاعه مساوٍ لعمود د ح الخارج من مركز د على ضلع ا ب فنقول اذا نقص من مخروط ا ب ح معين ب ا د ه كان ما يبقى منه مساويا لمخروط ط ك ل وليكن



مخروطان احدهما مخروط م ذ س ر وليكن قاعدته مساوية لسطح مخروط ا ب ح وارتفاعه مساويا لـ د ح فيكون مساويا لمخروط ا ب ح لما مر في الشكل العشرين والآخر مخروط ع ف ق ر وليكن قاعدته مساوية لسطح مخروط ب ا ه وارتفاعه مساوٍ لـ د ح فيكون مساويا لمعين ب ا د ه لما مر في الشكل المتقدم ولان سطح مخروط ب ا ه من جميع سطح مخروط ا ب ح مساوٍ لقاعدة مخروط ع ف ق ر والباقي منه مساويا لقاعدة مخروط ط ك ل يكون قاعدة م ذ س ر مساوية لمجموع قاعدتي مخروطي ط ك ل ع ف ق ر وارتفاعات هذه المخروطات الثلثة متساوية فمخروط م ذ س ر مساوٍ لمخروطي ط ك ل ع ف ق ر وكان مخروط م ذ س ر مساويا لمخروط ا ب ح ومخروط ع ف ق ر مساويا للمعين ب ا د ه فيبقى مخروط ط ك ل مساويا لما يبقى من مخروط ا ب ح بعد نقصان المعين المجسم منه وذلك ما اردناه كج اذا كان معين مجسم مركب من مخروطين قايمين وقطع احد مخروطيه سطح موازٍ لقاعدتهما وعمل على الدائرة الحادثة بالقطع مخروط قايم راسه راس المخروط الآخر من المعين ونقص من المعين الاول هذا المعين الحادث كان الباقي من المعين الاول مساويا لمخروط قايم قاعدته مساوية للسطح المستدير الذي وقع بين السطحين المتوازيين وارتفاعه مساوٍ للعمود الواقع من راس المخروط على ضلع من اضلاع المخروط المقطوع بالسطح فليكن ا ب ح د المعين الاول وليقطع مخروط ا ب ح منه سطح موازٍ لقاعدة ا ح على ه ز وليقم على دائرة ه ز مخروط راسه نقطة د فيكون ب ه د ز المعين الحادث

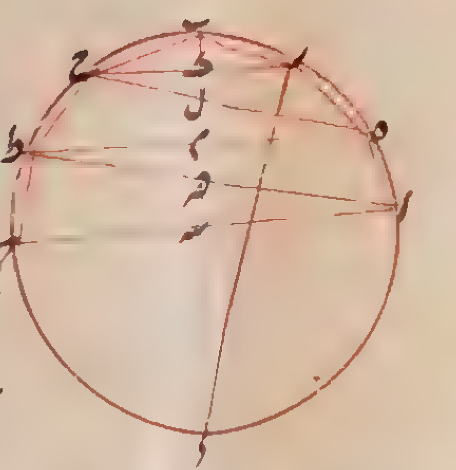


وليكن ط ك ل مخروطا قاعدته مساوية لما بين سطحي ه ز ا ح من محيط المخروط ا ب ح وارتفاعه مساوٍ لعمود د ح الخارج من د على ضلع ب ا المخرج فنقول مخروط ط ك ل مساوٍ لما يبقى من المعين الاول بعد نقصان المعين الحادث منه فليكن مخروطان احدهما مخروط م ذ س ر المساوي قاعدته لسطح مخروط ا ب ح وارتفاعه لعمود د ح فهو مساوٍ لمعين ا ب ح د لما مر في الشكل الحادي والعشرين والآخر مخروط ع ف ق ر المساوي قاعدته لسطح مخروط ب ه ز وارتفاعه لعمود د ح وهو مساوٍ لمعين ب ه د ز الحادث ولان سطح مخروط ه ب ز من جميع سطح مخروط ا ب ح مساوٍ لقاعدة مخروط ع ف ق ر والباقي منه مساوٍ لقاعدة مخروط ط ك ل والمجموع مساوٍ لقاعدة مخروط م ذ س ر وارتفاعات الثلثة واحدة يكون قاعدة مخروط م ذ س ر مساوية لقاعدة الباقيتين بل هو مساوٍ لهما جميعا ولكن مخروط م ذ س ر مساوٍ لمعين ا ب ح د وع ف ق ر مساوٍ لمعين ب ه د ز يبقى مخروط ط ك ل مساويا لما يبقى من المعين الاول بعد نقصان المعين الحادث عنه وذلك ما اردناه كد اذا كان في دائرة شكل متوازي الاضلاع عدد اضلاعه زوج ووصلت بين اطراف الاضلاع بخطوط موازية للخط الواصل بين طرفي ضلعين متجاورين كانت نسبة جميع تلك الخطوط الى قطر الدائرة كنسبة الخط الموتر لنصف الاضلاع سوى ضلع واحد الى الضلع الواحد

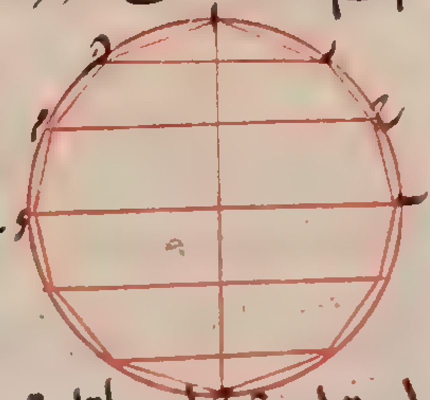


فليكن دائرة ا ب ح د فيها شكل ا ه ر ب ح ط ح م د ز ك ل المتساوي الاضلاع وعدد اضلاعه اثنا عشر ونصل خطوط ه ك ر ل ب د ح ز ط م وظاهر ههنا متوازية وموازية لـ ه ك ونصل ح ه نقول فنسبة جميعها الى القطر كنسبة ح ه الى ه ا ونصل ر ك ب ل ح د ط ز وهي متوازية وموازية

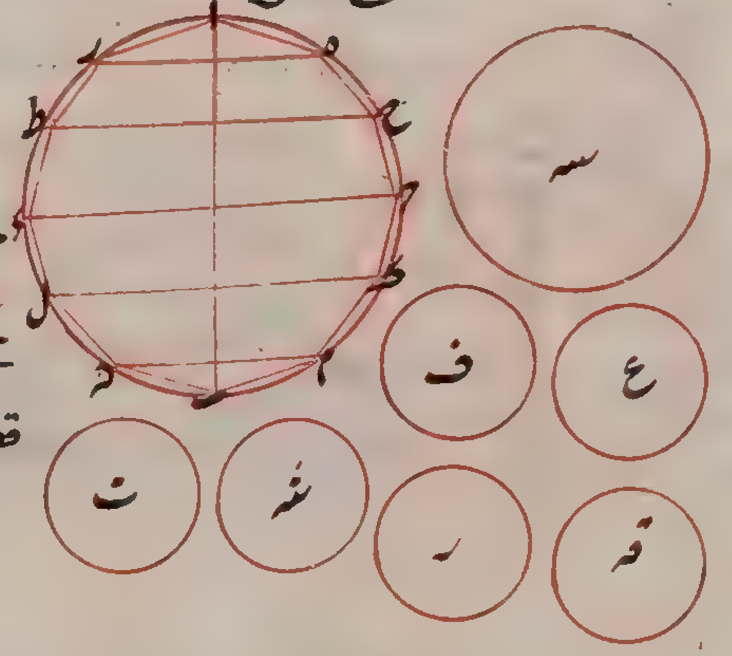
اا ح م ونسبة ه سر الى سر كنسبة ح سر الى سر ح و ر ف الى ف ع كل ف الى ف ق و ف ر الى ر ق ركد ر الى ر ش و ح ت الى ت ش
كنرت الى ت ث وطخ الى خ ت كم خ الى خ ح ونسبة جميع المقدمات اعني ط ك والخطوط الموازية لها جميعا الى جميع التوالي
اعني قطر ا ح كنسبة مقدم واحد ولكن ه سر الى تال واحد وليكن سر ا وهي كنسبة ح ه الى ه ا وذلك ما اردناه اله اذا
كان في قطعة دائرة شكل كثير الاضلاع اضلاعه سوى القاعدة متساوية وعددها زوج ووصل بين اطرافها بخطوط
موازية للقاعدة وكانت نسبة جميع تلك الخطوط المتوازية مع نصف القاعدة الى ارتفاع سهم القطعة كنسبة الخط الواصل
بين طرف القطر وطرف ضلع تلى طرفه الآخر الى ضلع واحد فليكن في قطعة ا ب ح من دائرة ا ب ح شكل ا ه ر ح ط ح و ا اضلاعه
سوى قاعدة ا ح ستة وهي متساوية ونصل ر ح ه ط موازيين لا ح ونصل ر ب و نقول فنسبة جميع ر ح ه ط ا س الى ا س
كنسبة ر الى ر ب ونصل ح اط فيكونان موازيين لـ ر ب ويكون نسبة ك ر الى ك ب كنسبة ح ك الى ك ل و ه م الى م ل
كطم الى م د وكا س الى س د و المقدمات الى التوالى اعني جميع ر ح ه ط ا س الى ب س كر ك الى ك ب بل كد ر الى ر ب و



ذلك ما اردناه الو اذا رسم في دائرة عظيمة تقع في كرة كدائرة ا ب ح شكل متساوي
الاضلاع يكون عدد اضلاعه ربع واخرج فيها قطران متقاطعان على قوايم يمران بأطراف
الاضلاع كقطري ا ح ب ح واثبت احدهما وليكن قطر ا ح وادير ت الدائرة مع الشكل حوله
فظاهر ان محيطها تمر بسطح الكرة وان نقطة زوايا الشكل سوى نقطتي ا ح و ترسم على سطح الكرة

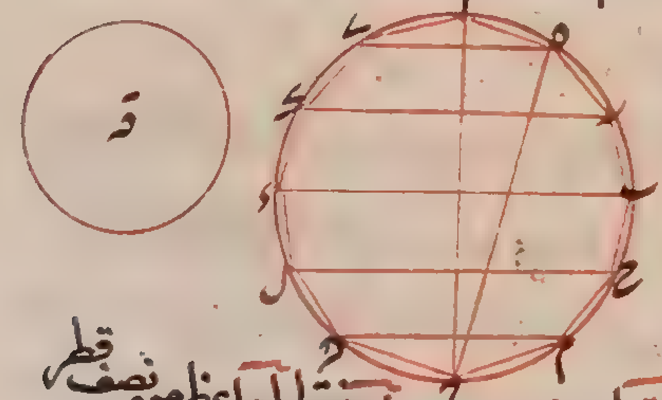


دواير متوازية سطوحها قائمة على سطح دائرة ا ب ح و اقطارها موازية لـ ب د وان ضلعي ا ر ا د يرسمان مخروطا مستديرا
قاعدته الدائرة التي قطرها ر د ورأسها ا وضلعي ر ح د م يرسمان قطعة من مخروط قاعدته الدائرة التي قطرها ح م و
رأسه ملتقى ر ح م د اذا اخرجا ويلقاهما قطر ا ح ايضا هناك وان ضلعي ح ب م ب يرسمان مثل ذلك ويكون القاعدة
دائرة ب د العظيمة وكذلك في النصف الآخر فيحدث في الكرة شكل مجسم مولف من قطع مخروطات ويكون سطح ذلك
المجسم اصغر من سطح الكرة لان الدائرة التي قطرها ب د بنصف الكرة ويقع في كل جانب منها عميق محيط هو نصف سطح الكرة
وعميق محاط به مؤلف من قطع سطوح مخروطات ويتحد اطرافها عند محيط تلك الدائرة والمحيطان اعني سطح الكرة يكون اعظم
من المحاط بها اعني سطح المجسم وذلك ما اردناه ان نصف اقول فوجوب كون الاضلاع زوجا ظاهر وانما جعل العدد ها
ربعا ليكون جميع السطوح من سطوح المخروطات والا لكان السطح الذي يرسمه الضلع المتوسطة ثم قطر ب د ونظيره سطحا
اسطوانيا والباقية مخروطات وذلك لا يصلح لما نقصده ولم يعد اسحق هذا الشكل من اشكال الكتاب بمنتصفه وسماه
مقدمة لتوطية ما بعدها وقد مر ذكر هذا الشكل فيما اورده لايضاح المصادرات ونعود الى المتن قال الو ونقول
ايضا ان سطح هذا المجسم المذكور الذي في الكرة تساوي الدائرة التي يقوى نصف قطرها على سطح احد الاضلاع الواقعة
في الدائرة العظيمة في جميع الخطوط الواصلة بين اطراف الاضلاع على موازاة الواصل بين طرفي ضلعين متجاورين منها

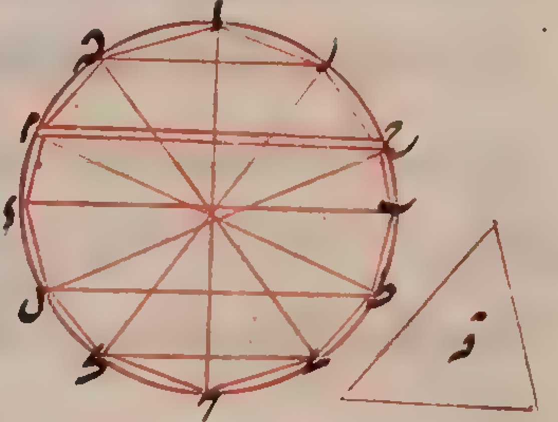


فليكن ا ب ح د من اعظم دواير الكرة ولنرسم فيها شكلا كما وصفنا وفي
الكرة بادارتها مجسم كما وصفه ونصل ه ر و على موازاته خطوط ط
ح د ك ل م د ولكن نصف قطر دائرة س قويا على سطح ا ه في جميع ه ر
ح ط ح د ك ل م د نقول فهي تساوي سطح المجسم المذكور وليقو نصف
قطر دائرة ع على سطح ا ه في نصف ه ر ونصف قطر دائرة ف على سطح ا ه
في نصفي

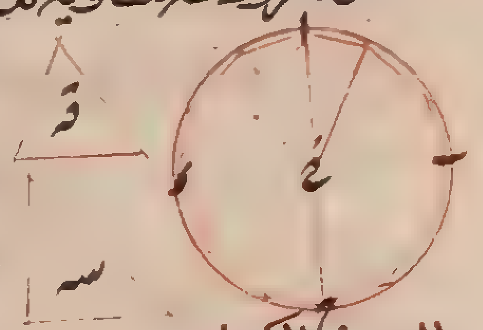
في نصفي ه ر ح ط ونصف قطر دائرة ق على سطح ا ه في نصفي ح ط ا ح ونصف قطر دائرة ر على سطح ا ه في نصفي ح د ك ل و نصف
قطر دائرة ش على سطح ا ه في نصفي ك ل م د ونصف قطر دائرة ب على سطح ا ه في نصف م د فيكون دائرة ع مساوية لسطح
مخروط ا ه ر لما مر في الشكل السابع عشر ودائرة ف لسطح البعض الواقع بين ه ر ح ط من المخروط لما مر في الشكل التاسع ودائرة
ق للذي بين ح ط ح د ودائرة ر للذي بين ح د ك ل ودائرة س للذي بين ك ل م د ودائرة ت لسطح مخروط م ب د
والدوائر الست جميعا لجميع سطح المجسم وقد تبين ان انصاف اقطار هذه الدواير يقوى على سطح ا ه في ه ر والموازية له
جميعا قطر دائرة س كان يقوى ايضا على سطح ا ه فيها جميعا فاذن دائرة س مساوية لسطح ذلك المجسم وذلك ما اردنا
ونصف لح وايضا سطح هذا المجسم الذي في الكرة اصغر من اربعة امثال اعظم دائرة يقع في الكرة فليكن دائرتها
العظيمة التي رسم فيها الشكل المتساوي الاضلاع اولا دائرة ا ب ح د ونصل د م والخطوط الموازية لها وهي ح ل ب د



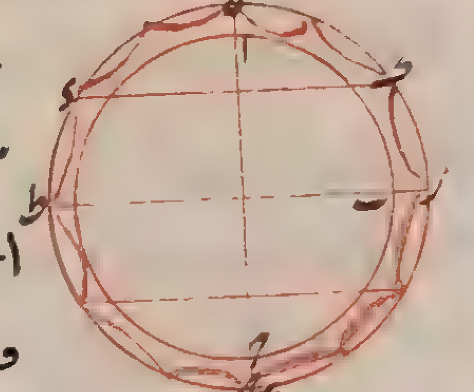
ر ك ه ح و وليكن نصف قطر دائرة ق قويا على سطح ا ه فيها جميعا فيكون
دائرة ق مساوية لسطح المجسم كما تبين في الشكل المتقدم ولان نسبة هذه
الخطوط جميعا الى قطر ا ح كنسبة ح ه الى ا ه كما تبين في الشكل الرابع والعشرين
فسطح ا ه في جميع هذه الخطوط المساوي لمربع نصف قطر دائرة ق مساو
لسطح ا ح في ح ه وسطح ا ح في ح ه اصغر من مربع ا ح فمربع نصف قطر دائرة ق اصغر من مربع ا ح فقطر ا ح اعظم من نصف قطر
دائرة ق واربعة امثال مربع ا ح اعظم من مربع قطر دائرة ق ونسبة اربعة امثال مربع ا ح الى مربع قطر دائرة ق كنسبة
اربعة امثال ا ب ح د الى دائرة ق فاربعة امثال دائرة ا ب ح د اعظم من دائرة ق اعني من جميع سطح هذه المجسم
الذي في الكرة وذلك ما اردناه الط وايضا هذا المجسم الذي في الكرة مساو للمخروط الذي يساوي دائرة قاعدته
سطح هذا المجسم وارتفاعه العمود الواقع من مركز الكرة على احد اضلاع الشكل المتساوي الاضلاع المذكور فليكن
اعظم دائرة يقع في الكرة ا ب ح د ومركزها خ وساير ما ذكرنا على حاله وليكن ق مخروطا قائما قاعدته مساوية لسطح
المجسم الذي في الكرة وارتفاعه للعمود المذكور فنقول مخروط ق يكون مساويا للمجسم المذكور وليقم على الدواير التي
اقطارها خطوط ر ز ح م ط ل ك مخروطات رؤوسها مركز الكرة فالمعين المجسم المركب من مخروطين قاعدتهما
الدواير التي قطرها ر ز ورأسهما ا خ مساو للمخروط الذي قاعدته مساوية لسطح مخروط ر ا ز وارتفاعه للعمود
الواقع من نقطة خ على خط ا ر لما مر في الشكل الحادي والعشرين والمعين المجسم المركب من مخروطي خ ح م والمخروط
الحادث من ملتقى ح ر م ز مساوية لمخروط قاعدته مساوية سطح ح ر م ز وارتفاعه للعمود الواقع من نقطة خ
على خط ح ر كما مر في الشكل الثالث والعشرين وايضا الفضلة الباقية من المعين المجسم الذي يحيط بها السطح المخروطي
الذي بين السطحين المتوازيين المارين بـ ر ز م ح وسطحا مخروطي ر ح ز خ خ م مساوية للمخروط الذي قاعدته
مساوية لما بين السطحين المتوازيين المارين بـ ر ز ح م وارتفاعه مساو للعمود الواقع من نقطة خ على ر ح لما تبين
في الشكل الثالث والعشرين وايضا الفضلة الباقية من المخروط الذي يحيط
بها السطح المخروطي الواقع بين السطحين المتوازيين اللذين هما ح م ب د وسطح
مخروط م خ ح ودائرة ب د مساوية للمخروط الذي قاعدته مساوية للسطح المخروطي
الواقع بين سطحي ح م ب د وارتفاعه مساو للعمود الواقع من نقطة خ على خط ح ب



لما تبين في الشكل الثاني والعشرين وكذلك في النصف الآخر من الكرة وجميع المجسم الكري هو هذه المخروطات وهذه المخروطات
مساوية لمخروط قه لان الارتفاعات كلها متساوية وقاعدة مخروط قه مساوية لجميع القواعد فاذن المجسم الكري المذكور
الذي في الكرة مساوٍ لمخروط قه وذلك ما اردناه ل وايضاً المجسم المذكور الذي في الكرة اصغر من اربعة امثال مخروط قاعدته
مساوية لاعظم دائرة يقع في الكرة وارتفاعه مساوٍ لنصف قطر الكرة فليكن مخروط قه مساوياً للمجسم الكري وهو الذي قاعدته
مساوية لسطحه وارتفاعه مساوٍ للعمود الواقع من المركز على احد اضلاع الشكل المتساوي الاضلاع كما مر في الشكل المتقدم وليكن
قاعدة مخروط سه مساوية لدائرة ابجد العظمى التي في الكرة وارتفاعه مساوياً لنصف قطرها فلان سطح المجسم الذي في



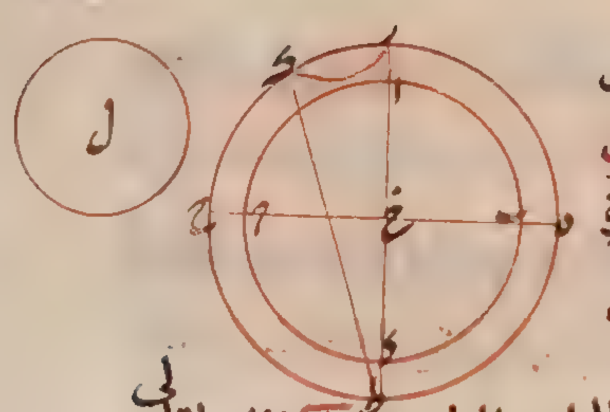
الكرة اصغر من اربعة امثال دائرة العظمى لما مر في الشكل الثامن والعشرين يكون قاعدة
مخروط قه اصغر من اربعة امثال قاعدة مخروط سه وارتفاع مخروط قه الذي هو العمود
المذكور اصغر من ارتفاع مخروط سه الذي هو نصف القطر فاذن مخروط قه اعني المجسم
الذي في الكرة اصغر من اربعة امثال مخروط سه وذلك ما اردناه لا اذا رسم على دائرة عظيمة يقع في الكرة كدائرة ابجد
شكل متساوي الاضلاع يكون لعدد اضلاعه ربع ورسم على الشكل دائرة عليها هطحر ويكون مركز الدائرتين لا محالة مركز
الكرة واخرج فيها قطران متقاطعان تمران باطراف الاضلاع وهما هح رط واثبت قطر هح وادير الدائرتان والشكل
حوله فظاهر ان دائرة ابجد تمر بسطح الكرة ودائرة هرحط تمر بسطح كرة اخرى مركزها مركز الكرة الصغرى وان النقطة
التي عليها تماس الشكل الدائرة ترسم على الكرة الصغرى دواير قايمة على سطح دائرة ابجد على قوايم وان نقطة الزوايا ترسم
على الكرة العظمى دواير قايمة على سطح دائرة رحط ايضاً على قوايم وترا اضلاع الشكل بقطع من المخروطات يشبه خلقتها
خلقة المجسم المذكور الذي في الكرة فيكون مجسماً كرياً في الكرة العظمى وعلى الكرة الصغرى وليكن كد نقطتين عليهما
تماس الشكل الدائرة الداخلة فاذا قسمت الكرة الصغرى بالدائرة التي قطرها خط كد بقسمين اشتمل كل قسم على عمقين



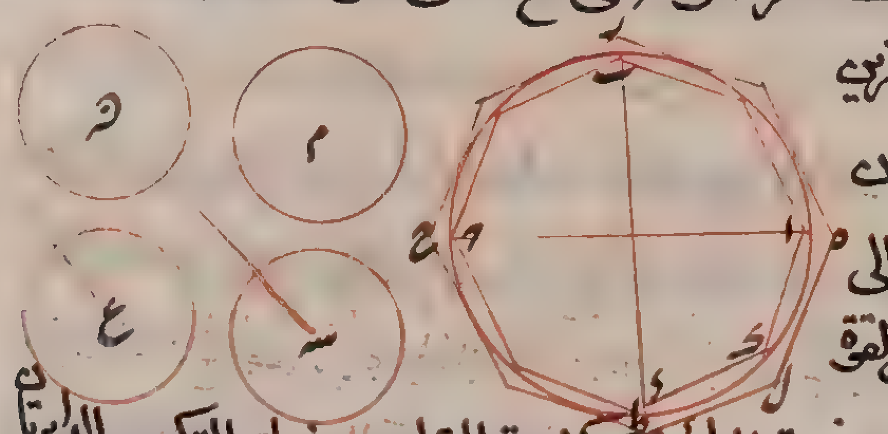
متحدي الاطراف احدهما محيط وهو سطح المجسم والآخر محاط به وهو قطعة من
سطح الكرة الصغرى والاطراف المتحدة هي الدائرة القايمة ويكون كل واحد من المحيطين
اعظم من كل واحد من المحاط بها فسطح المجسم الكري اعظم من سطح الكرة الصغرى اقول
ولم يعد في نسخة اسحاق هذا الشكل في اشكال المقالة بل سمي بمقدمة لتوطية
ما بعدها سطح المجسم الذي على الكرة الموصوف مساوٍ للدائرة التي يقوى نصف قطرها على سطح احد اضلاع
المتساوية في جميع الخطوط الواصلة بين زوايا الشكل المتساوي الاضلاع الذي على الدائرة الموازية للخط الذي
يوتر ضلعين متجاورين منها وذلك لانه معمول في الكرة العظمى وقد بان هذا الحكم في المجسم المعمول في الكرة والمجسم
في الحالتين واحد لب وايضا سطح المجسم الذي على الكرة اعظم من اربعة امثال اعظم دائرة يقع على الكرة وليكن الكرة
والدائرة وساير ما وصفنا بحالها وليكن دائرة ل مساوية لسطح المجسم المحيط بالكرة الصغرى فلان في دائرة هرحط
شكلاً متساوي الاضلاع اضلاعه زوج يكون نسبة جميع الخطوط الواصلة بين زواياه الموازية للخط الواصل بين
ضلعين متجاورين الى رط كنسبة طك الى كر لما مر في الشكل الرابع والعشرين فسطح احد الاضلاع في جميع الخطوط
مساوٍ لسطح رط في طك ويكون نصف قطر دائرة ل في القوة مساوياً لسطح رط في طك لما مر في الشكل السابع والعشرين
الذي هو اعظم من مربع طك فيكون نصف قطر دائرة ل اعظم من طك وطك مساوٍ لقطر دائرة ابجد الان طك

ضعف

تم

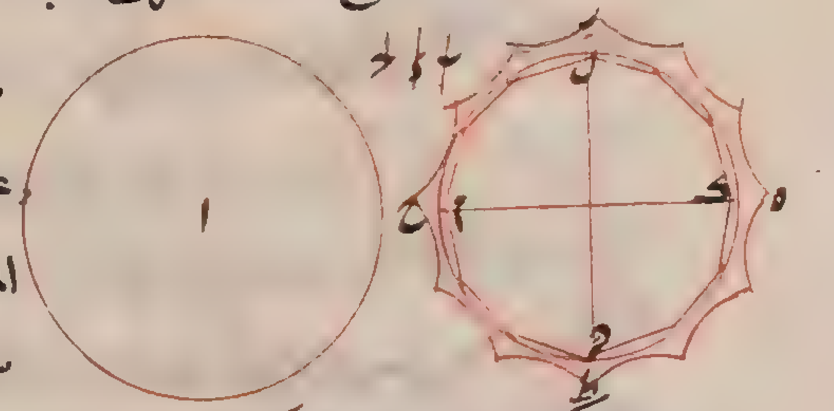


ضعف خ وخ نصف قطر دائرة ابجد فاذن سطح المجسم الذي على الكرة الذي هو مثل
دائرة ل اعظم من اربعة امثال اعظم دائرة يقع في تلك الكرة وذلك ما اردناه اقول
وليتوهم لبيان ان طك ضعف خ ا خط يخرج من خ الى النقطة التي عليها تماس رك دائرة
ابجد فيكون المثلث الحادث من نصف ضلع رك وخط رخ وذلك الخط شبيهاً بمثلث
رطك لكون زاوية ر فيهما مشتركة وزاويتا النقطة وزاوية ك قايمتين ونسبة الخط الخارج الواصل من خ الى النقطة الى
نصف رك كنسبة طك الى رك فيكون الخط الواصل مساوياً لنصف طك وهو مساوٍ لخط خ ا فاذن طك ضعف خ ا مرة
وسيذكر هذا المعنى صريحاً في المتن ايضاً في الشكل الثاني والاربعين لج وايضاً المجسم الذي على الكرة تساوي مخروطاً
قاعدته مساوية لسطح ذلك المجسم وارتفاعه مساوٍ لنصف قطر الكرة وذلك لان ذلك المجسم يقع في الكرة العظمى
ويكون حينئذ مساوياً لمخروط قاعدته مساوية لسطح ذلك المجسم وارتفاعه مساوٍ لعمود يقع من مركز الكرة على احد
اضلاع الشكل المتساوي الاضلاع لما تبين في الشكل التاسع والعشرين وذلك العمود هو نصف قطر الكرة الصغرى
فاذاً ارتفاعه مساوٍ لنصف قطر الكرة التي عليها المجسم وذلك ما اردناه وقد استبان من ذلك ان هذا المجسم الذي
على الكرة الصغرى اعظم من اربعة امثال مخروط قاعدته تساوي اعظم دائرة تقع في تلك الكرة وارتفاعه مساوٍ
لنصف قطر الكرة لان سطح المجسم اعظم من اربعة امثال اعظم دائرة يقع في الكرة الصغرى كما تقدم في الشكل المتقدم فاذن
المجسم المساوي لمخروط قاعدته مساوية لسطحه وارتفاعه مساوٍ لنصف قطر الكرة اعظم من مخروط قاعدته اربعة
امثال اعظم دائرة يقع في الكرة الصغرى وارتفاعه نصف قطرها اذ كانت القاعدة فيهما اعظم من القاعدة
هناك والارتفاعان متساويان اقول عد ثابت هذا شكلاً ولم يعده اسحاق بل جعله تذنيباً لما تقدم لد اذا عمل
في كرة وعليه مجسمان كما ذكرناه كانت نسبة سطح المجسم الذي عليها الى سطح المجسم الذي فيها كنسبة ضلع الشكل المتساوي
الاضلاع الذي على الدائرة العظمى الواقعة على الكرة الى ضلع الشكل المتساوي الاضلاع الذي فيها مثناة بالتكرير ونسبة
المجسم الذي عليها الى المجسم الذي فيها كتلك النسبة ايضاً مثلثة بالتكرير فليكن ابجد الدائرة العظمى للكرة ولنرسم عليها
وفيها شكلان متساويا الاضلاع لعددهما ربع وليكن قطرا هح رط لدائرة محيط بالشكل الذي عليها متقاطعين على
قوايم وواصلين بين الزوايا وا ج ب د منهما قطري دائرة ابجد ولنرسم المجسمان والكرة حول قطر هح كما مر ونقول ان
نسبة سطحيهما كنسبة هل الى اك مثناة ونسبتهما كنسبتهما مثلثة وليكن دائرة م مساوية لسطح المجسم على الكرة ودائرة ن لسطح
المجسم الذي فيها ونصف قطر دائرة م يقوى على سطح هل في الخطوط المتوازية الواصلة بين زوايا الشكل الذي على
الدائرة لما تبين في آخر الشكل الحادي والثلثين ونصف قطر دائرة ن على سطح اك في الخطوط المتوازية الواصلة بين



زوايا الشكل الذي في الدائرة لما تبين في الشكل السابع والعشرين
ولان الشكلين متشابهان يكون السطحان المذكوران
متشابهين ويكون نسبة السطح الى السطح كنسبة الضلع الى
الضلع في القوة وهي كنسبة نصفي قطري دائرتي م ن في القوة
فيكون نسبة قطري الدائرتين كنسبة ضلعي الشكلين ونسبة الدائرتين كنسبة القطرين مثناة بالتكرير والدائرتان
متساويتان لسطحي المجسمين فاذن نسبة سطح المجسم الذي على الكرة الى سطح المجسم الذي فيها كنسبة هل الى اك مثناة

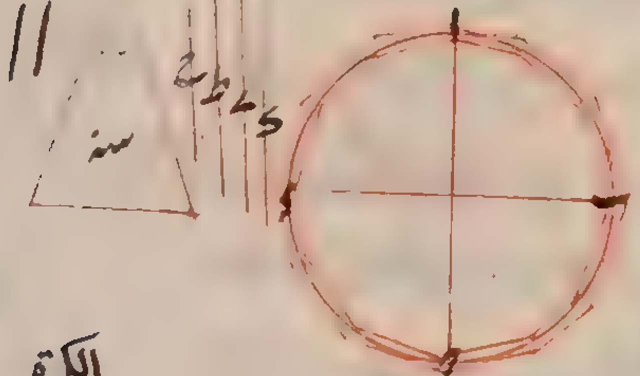
ونعمل مخروطين عليهما س ع وليكن قاعدة مخروط س مساوية لدائرة م وقاعدة مخروط ع مساوية لدائرة ذ وارتفاع
مخروط س مساويا لنصف قطر الكرة وارتفاع مخروط ع مساويا للعمود الواقع من مركزها على اك فمخروط س مساويا
للمجسم الذى على الكرة لما تبين فى الشكل الثالث والثلثين ومخروط ع للمجسم الذى فى التاسع والعشرين ولان المتساوي
الاضلاع متشابهان يكون نسبة ه ل الى اك كنسبة نصف قطر الكرة الى العمود الواقع من مركز الكرة على اك فنسبة
ارتفاع مخروط س الى ارتفاع مخروط ع كنسبة ه ل الى اك الذى هو كنسبة قطر دائرة م الى قطر دائرة ذ اعنى قطر قاعدة
مخروط س الى قطر قاعدة مخروط ع فالمخروطان متشابهان نسبة مخروط س الى مخروط ع كنسبة قطر دائرة قاعدة مخروط
س الى قطر دائرة قاعدة مخروط ع بل كنسبة قطر دائرة م الى قطر دائرة ذ اعنى كنسبة ه ل الى اك مثلثة وذلك ما اردناه
اقول اذا وصلنا ح ل ح ك كان مثلثا ح ل ه ح ك ا متشابهين نسبة ح ه الى ح ل كنسبة ح ا الى ح ك وسطح ه ح فى ح ل
يشبه سطح ا ح فى ح ك فيكون نسبة سطح ه ح فى ح ل الذى تساوي سطح المجسم الذي على الكرة الى سطح ح ا فى ح ك
الذي يساوي سطح المجسم الذى فى الكرة كنسبة ح ه الى ح ا فى القوة بل كنسبة ه ل الى اك مثناة وهذا بيان قوله
نسبة السطحين نسبة الضلعين مثناة له سطح كل كرة اربعة امثال اعظم دائرة تقع فيها فلتكن كرة ودائرة ا اربعة
امثال اعظم دائرة تقع فيها فنقول ان دائرة ا يساوي سطح تلك الكرة فان لم يكن كذلك فهي اما اصغر واما اعظم وليكن اولا اصغر
فسطح الكرة والدائرة مقداران مختلفان اعظمهما سطح الكرة ونجعل نسبة خط ب الى خط ح اصغر من نسبة اعظمهما الى اصغرهما
كما فى الشكل الثاني ويناسبهما د فيما بينهما وينصف الكرة بسطح تمر بمركزها فيحدث على سطحها دائرة ه ح ط ونعمل عليها وفيها شكلين
متساوي الاضلاع كما ذكرنا يكون نسبة الضلع الذي عليها الى الضلع الذي فيها اصغر من نسبة ب الى د كما مر فى الشكل الثالث
ونسبة الضلع الى الضلع مثناة اصغر من نسبة ب الى د مثناة اعنى من نسبة ب الى ح ونعمل على الكرة وفيها مجسمين كما ذكرنا



فى الشكل السادس والعشرين والحادى والثلثين فيكون نسبة سطح المجسم الذى
عليها الى سطح المجسم الذى فيها كنسبة الضلع الى الضلع مثناة كما مر فى الشكل
المتقدم واصغر من نسبة ب الى ح وكانت نسبة ب الى ح اصغر من نسبة
سطح الكرة الى دائرة ا فنسبة سطح المجسم الذى على الكرة الى سطح المجسم الذي فيها
اصغر كثيرا من نسبة سطح الكرة الى دائرة ا وسطح المجسم الذى على الكرة اعظم من سطح الكرة لما مر فى الشكل الحادي والثلثين
فسطح المجسم الذى فيها اعظم من دائرة ا التى هي مساوية لاربعة امثال اعظم دايرة يقع فى الكرة وقد بان فى الشكل الثامن
العشرين ان سطح المجسم الذى فيها اصغر منها هذا خلف ثم ليكن دائرة ا اعظم من سطح الكرة ونجعل نسبة ب الى ح اصغر من
نسبة دائرة ا الى سطح الكرة و د مناسبا لهما فيما بينهما ونرسم الشكلين الموصوفين على وجه يكون نسبة الضلع المجسم الذى على
الدائرة الى ضلع الذى فيها اصغر من نسبة ب الى د فيكون نسبة الشكل الذى عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة ب الى ح
ونعمل المجسمين على الكرة وفيها فيكون نسبة سطح المجسم الذى عليها الى سطح المجسم الذى فيها اصغر من نسبة ب الى ح التى هي اصغر
من نسبة دائرة ا الى سطح الكرة فنسبة سطح المجسم الذى عليها الى سطح المجسم الذي فيها اصغر كثيرا من نسبة دائرة ا الى سطح
الكرة وكان سطح المجسم الذى عليها اعظم من دايرة ا فيلزم ان يكون سطح المجسم الذى فيها اعظم من سطح الكرة هذا خلف لما مر فى الشكل
السادس والعشرين واذ لم يكن دائرة ا باصغر ولا باعظم من سطح الكرة فهي مساوية له فاذن سطح الكرة يساوى اربعة امثال اعظم
دائرة يقع فيها وذلك ما اردناه لو كل كرة فانها اربعة امثال مخروط قاعدته مساوية لاعظم دائرة يقع فى تلك الكرة وارتفاعه مساو
لنصف

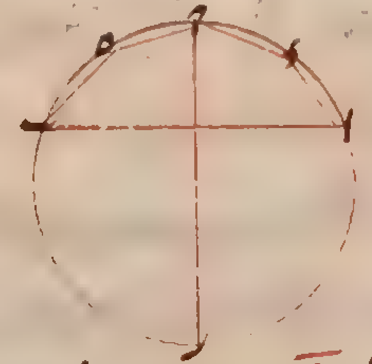
٤٨

لنصف قطر تلك الكرة فلتكن ا ب ح د دائرة يقع فى كرة ما و س مخروط قاعدته اربعة امثال دائرة ا ب ح د وارتفاعه
مثل نصف قطر الكرة فان لم يكن الكرة مساوية لمخروط س فهي اما اعظم واما اصغر فليكن اولا اعظم منه ونجعل نسبة خط ك
الى خط ح اصغر من نسبة الكرة الى مخروط س كما مر فى الشكل الثاني وليكن خطا ى ط بين ك ح على النسبة العددية اعني
يكون فضل ك على ى مساويا لفضل ى على ط ولفضل ط على ح ونرسم فى دائرة ا ب ح د وعليها شكلين متساوي الاضلاع
يكون عدد اضلاع كل واحد منهما ربع ويكون نسبة ضلع الذى عليها الى الضلع الذي فيها اصغر من نسبة ك الى
ى كما مر فى الشكل الثالث وليتقاطع قطرا ا ح ب د على قوايم وندير ها حول ا ح فيحدث على الكرة وفيها مجسمان كما وضعنا فى
الشكلين السادس والعشرين والحادى والثلثين ويكون نسبة المجسم الذي عليها الى المجسم الذى فيها كنسبة الضلع
الى الضلع المذكورين مثلثة بالتكرير لما مر فى الشكل الرابع والثلثين وكانت نسبة الضلع الى الضلع اصغر من نسبة ك
الى ى فنسبة المجسم الذى عليها الى المجسم الذى فيها اصغر من نسبة ك الى ى مثلثة بالتكرير ونسبة ك الى ح اعظم من
نسبة ك الى ى مثلثة بالتكرير لما سنذكره فنسبة المجسم الذى عليها الى المجسم الذى فيها اصغر كثيرا من نسبة ك الى ح
التى هى اصغر من نسبة الكرة الى مخروط س فنسبة المجسم الذى على الكرة الى المجسم الذى فى الكرة اصغر من نسبة الكرة
الى مخروط س والمجسم الذى على الكرة اعظم من المجسم الذي فى الكرة يكون اعظم من مخروط س الذى قاعدته اربعة امثال
دائرة ا ب ح د وارتفاعه نصف قطر الكرة وقد بان فى الشكل الثلثين ان المجسم الذى فى الكرة يكون اصغر من ذلك
هذا خلف ثم ليكن الكرة اصغر من مخروط س ونجعل نسبة ك الاطول الى ح الاقصر اصغر من نسبة مخروط س الى الكرة

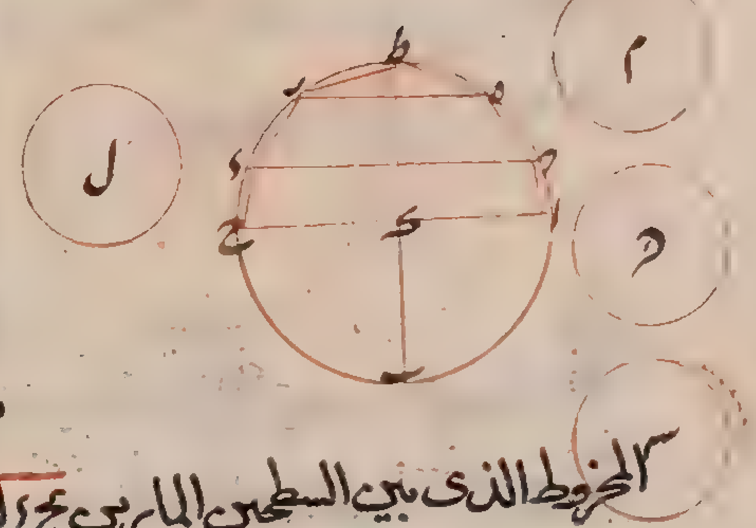


وليكن خطا ى ط بينهما كما فرضنا ونرسم على دائرة ا ب ح د وفيها شكلين كما
وصفنا ونسبة الضلع الذى عليها الى الضلع الذى فيها اصغر من نسبة
ك الى ى ونرسم المجسمين الموصوفين فيكون نسبة المجسم الذى على الكرة
الى الذى فيها كنسبة الضلع الى الضلع المذكورين مثلثة التى هي اصغر من
نسبة ك الى ى مثلثة وهي اصغر من نسبة ك الى ح وهي اصغر من نسبة مخروط س الى الكرة فنسبة المجسم الذي على الكرة
الى المجسم الذى فيها اصغر كثيرا من نسبة مخروط س الى الكرة والمجسم الذى على الكرة اعظم من مخروط س الذى قاعدته
اربعة امثال دائرة ا ب ح د وارتفاعه نصف قطر الكرة لما مر فى الشكل الثالث والثلثين فالمجسم الذى فى الكرة اعظم من
الكرة هذا خلف واذا لم يكن الكرة اعظم ولا اصغر من مخروط س فهي مساوية له فاذن الكرة مساوية لاربعة امثال مخروط
يساوي قاعدته اعظم دائرة يقع عليها وارتفاعه نصف قطرها وذلك ما اردناه اقول اذا نقصنا ثلث فضل ك على ح
من ك وجعلناه ى ثم نقصناه مرة اخرى من ى وجعلنا الباقي منه ط صار ك ى ط ح على النسبة العددية المذكورة ويكون
لبيان ان نسبة ك الى ح اعظم من نسبة ك الى ى مثلثة بالتكرير ونسبة ك الى ى كنسبة ى الى ر وكنسبة ر الى ه واذا
نقصنا من ك و ر من ى كان بالتفصيل نسبة فضل ك على ى كنسبة فضل ى على ر الى ر و بالابدال نسبة فضل
ك على ى الى فضل ى على ر كنسبة ى الى ر و ى اطول من ر ففضل ك على ى اعنى فضل ى على ط اطول من فضل ى على
ر فط اقصر من ر وكذلك ح اقصر من ه ونسبة ك الى ح اعظم من نسبة الى ه التى هي نسبة ك الى ى مثلثة بالتكرير
قال وقد تبين من ذلك ان كل اسطوانة يكون قاعدتها مساوية لاعظم دائرة يقع في كرة وارتفاعها مساو لقطر قاعدتها
فانها مثل ونصف الكرة وسطحها مع القاعدتين مثل ونصف سطح الكرة وذلك لان الاسطوانة ستة امثال مخروط

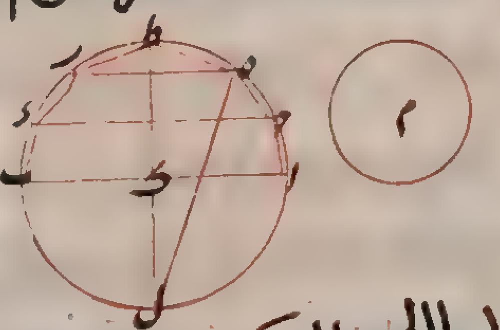
يكون قاعدته اعظم دائرة يقع في الكرة وارتفاعه نصف قطر الكرة والكرة اربعة امثال ذلك المخروط فالاسطوانة
مثل ونصف الكرة وايضا قد بينا في الشكل السادس عشر ان سطح الاسطوانة سوى قاعدتيها مساوٍ لدائرة نصف قطرها
مناسب لضلع الاسطوانة ولقطر قاعدتيها فيما بينهما وضلع الاسطوانة التي ذكرنا مساوٍ لقطر قاعدتها فيكون الخط
المناسب لهما فيما بينهما مساويا لكل واحد منهما والدائرة التي نصف قطرها مساوٍ لقطر القاعدة يكون اربعة امثال
القاعدة فسطح الاسطوانة سوى قاعدتها اربعة امثال اعظم دائرة يقع في الكرة ومع قاعدتيها ستة امثالها وسطح
الكرة اربعة امثالها فسطح الاسطوانة مثل ونصف سطح الكرة لز اذا قطع الكرة سطح لا يمر بالمركز وكانت الدائرة
العظيمة القاطعة لذلك السطح على قوايم مثل دائرة اه ر وعمل في قطعة ابح منها شكل متوازي الاضلاع سوى القاعدة
عدد اضلاعه زوج واثبت قطر حر وادير حوله الشكل حدث مجسم في القطعة كما وصفنا حاله في الكرة ويكون قاعدته
الدائرة التي قطرها اب وراسه ح وظاهر ان سطح قطعة الكرة اعظم من سطحه



فانه عميق يحيط به ح سطح المجسم المذكور الذي في قطعة الكرة مساوٍ لدائرة يقوى
نصف قطرها على سطح اضلاع الشكل الذي في قطعة الدائرة العظيمة في الخطوط
الموازية لقاعدتها مع نصف قاعدتها فليكن الدائرة العظيمة احط ونعمل في قطعة
احط شكل احه طر رح المتساوي الاضلاع الزوج غير القاعدة وليكن نصف قطر دائرة ل يقوى على سطح ضلع
اح في ه ر ر ا ك جميعا فنقول انها مساوية لسطح المجسم الذي في هذه القطعة فليقو نصف قطر دائرة م على سطح
ه ط في نصف ه ر فهي مساوية لسطح المخروط الذي قاعدته تربه
وراسه ط لما مر في الشكل السابع عشر وليقو نصف قطر دائرة د على
سطح ه ح في نصفي ر ه ح ا فيكون مساوية لسطح المخروط الذي بين
السطحين المتوازيين المارين به ر ح لما مر في الشكل التاسع عشر وليقو
نصف قطر دائرة س على سطح اح في نصفي ح ا اح فيكون مساوية لسطح

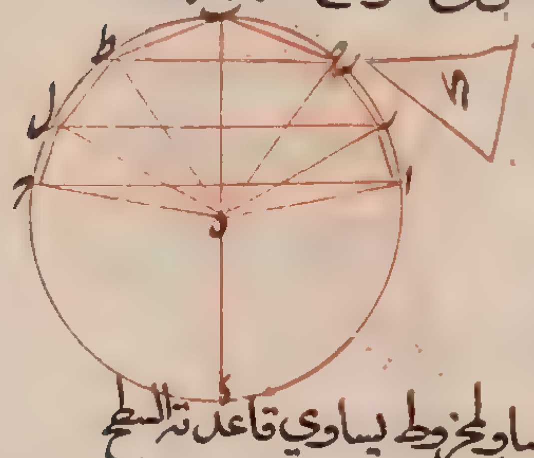


المخروط الذي بين السطحين المارين بح ا اح فجميع دواير م د س مساوية لسطح المجسم وانصاف اقطارها يقوى على
سطح اح في ه ر ر ا ك جميعا وكان نصف قطر دائرة ل يقوى عليه فدائرة ل مساوية لتلك الدواير جميعا بل
لسطح المجسم الذي في قطعة الكرة لط سطح المجسم المذكور الذي في قطعة الكرة اصغر من دائرة نصف قطرها
مساوٍ للخط الخارج من راس القطعة الى محيط قاعدتها فليكن الدائرة العظيمة الواقعة في الكرة اب ده وقاعدة
القطعة دائرة قطرها اب ونعمل في القطعة من الدائرة والكرة الشكل والمجسم كما مر وليكن قطر الكرة طل ونصل له
وليكن طا نصف قطر دائرة م فنقول انها اعظم من سطح المجسم لان سطح المجسم يساوي دائرة يقوى نصف قطرها
على سطح ه ط في ه ر ر ا ك جميعا كما تبين في الشكل المتقدم وقد تبين في الشكل

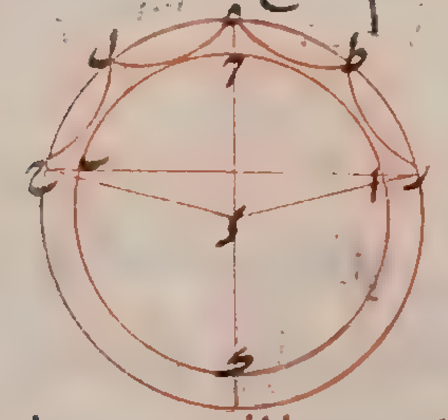


الخامس والعشرين ان ذلك مساوٍ لسطح ه ل في ك ط وسطح ه ل في ك ط اصغر
من ربع ال طا اعني من مربع نصف قطر م فاذن دائرة م اعظم من الدائرة المساوية
لسطح المجسم المذكور وذلك ما اردناه اقول انما يكون ه ل في ك ط اصغر من ربع ال طا لان طل في طك يساوي مربع
ال طا وطل اطول من ه ل م المجسم الموصوف الواقع في قطعة الكرة الذي يحيط به قطع من سطوح مخروطات اذا
نزيد

اذا زيد عليه مخروط قاعدته قاعدة المجسم وراسه مركز الكرة كان الجميع مساويا لمخروط قاعدته مساوية لسطح المجسم وارتفاعه للعمود الواقع
من مركز الكرة على احد اضلاع الشكل الذي في قطعة الدائرة فليكن القطعة من الدائرة العظيمة المارة بقطعة الكرة امح ومركز
الكرة ه والشكل الذي في قطعة الدايرة ارح سطل ح ونعمل على الدائرة التي ار مخروط اه ح وليكن قاعدة مخروط ك مساوية لسطح
المجسم وارتفاعه للعمود الخارج مرة على احد الاضلاع فنقول انه مساوٍ للمجسم مع مخروط اه ح ونعمل على دائرتي ح طر ل مخروطي

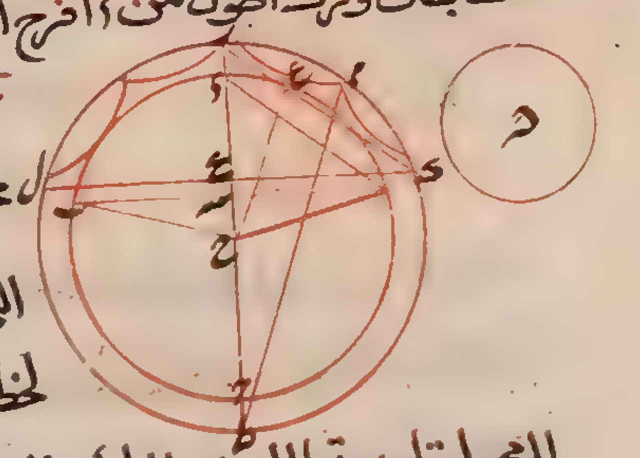


ه ط ر ه ل فمعين ح ب ط ه المجسم مساوٍ لمخروط يساوي قاعدته لسطح مخروط ح ب ط وارتفاعه
العمود الخارج من ه على ب ح على ما تبين في الحادي والعشرين والقدر من المجسم الذي يحيط
به السطح المخروطي الذي عليه ح ر ط ل وسطحا مخروطي ح ه ط ر ه ل مساوٍ لمخروط قاعدة السطح
الذي عليه ح ر ط ل وارتفاعه العمود الواقع من ه على ر ح لما تبين في الشكل الثالث والعشرين
والقدر الذي يحيط به السطح المخروطي الذي عليه ر ال ح وسطحا مخروطي ر ه ل اه ح مساوٍ لمخروط يساوي قاعدته السطح
الذي عليه ر ال ح وارتفاعه العمود الواقع من ه على ار والجميع مساوٍ للمجسم الذي في القطعة مع مخروط اه ح وقاعدة مخروط
ك مثل هذه القاعدة جميعا وارتفاعه مثل ارتفاع كل واحد منها فهو مساوٍ للمجسم المذكور مع مخروط اه ح وذلك ما
اردناه ويتبين من ذلك ان المخروط الذي نصف قطر قاعدته مساوٍ للخط الخارج من راس قطعة الكرة الى محيط قاعدتها
وارتفاعه مثل نصف قطر الكرة اعظم من المجسم الموصوف في قطعة الكرة مع المخروط المذكور ومن المخروط المساوي
لهما لان قاعدة هذا المخروط مساوية لسطح المجسم المذكور وارتفاعه للعمود المذكور وكل واحد منهما اصغر من نظيره في
ذلك المخروط ما ليكن كرة اعظم من دائرة فيها ابح وليقطع خط اب قطعة من الدايرة اقل من النصف وليكن المركز
د ونخرج منه د ا د ب ونعمل على القطاع الحادث شكلا متساوي الاضلاع زوجا ونعمل على الشكل دائرة تحيط به فيكون مركزها
مركز دائرة ابح ومثبت ه ك وندير الشكل ليحدث كرة عظمى فيها مجسم محيط بقطعة من الكرة الصغرى التي قاعدة ذلك
المجسم الدائرة المارة ب ح ويكون سطحه اعظم من سطح القطعة من الكرة الصغرى التي قاعدتها الدائرة المارة باب لانا نخرج خطي ام ب د مماسين للدائرة الداخلة فهما يرسمان ايضا بالارادة مع الشكل سطحا مخروطيا ويكون العميق المحيط
الذي عليه ام ط مل د ب اعظم من سطح القطعة من الكرة الصغرى التي قاعدتها تمر باب لاتحاد اطرافهما وهو محيط
الدائرة التي قطرها اب وكونهما في جانب واحد منهما والسطح المخروطي الذي عليه م ر ح د ا اعظم من السطح المخروطي الذي عليه
ام د ب لكون خط م ب وتر القايمة اطول من خط م ا في مثلث م ر ا فجميع سطح المجسم المحيط اعظم من سطح قطعة اح ب وقد تبين

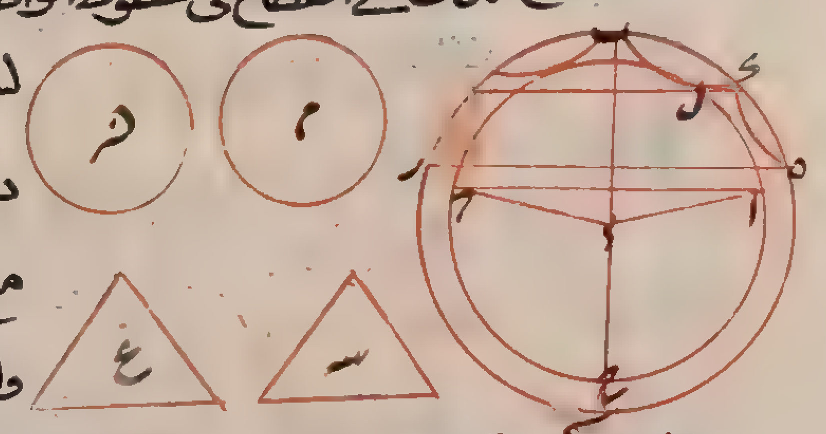


مما مر في الشكل الثامن والثلثين ان سطح المعمول على القطاع مساوٍ للدائرة التي يقوى
نصف قطرها على سطح احد الاضلاع في الخطوط الموازية للقاعدة مع نصف القاعدة
فان هذا المجسم ايضا في كرة هي الكرة العظمى اقول انما يكون مركز الدائرة التي على الشكل مركز
دائرة ابح لان الخطوط الخارجة من مركز دائرة ابح الى زوايا الشكل متساوية لكون
كل واحد منها مساويا في القوة لنصف قطر الدائرة الصغرى ونصف ضلع الشكل وانما يكون السطح المخروطي الذي عليه
م ر ح د ا اعظم من الذي عليه م ا ب د ز لان السطح الذي عليه م ر ب د ز مساوٍ للدائرة التي يقوى نصف قطرها على
سطح م ا في نصف م د ا ب و ر ح اطول من ا ب و م ر اطول من م ا فالسطح الاول اعظم من الثاني ولذلك يكون
السطح الذي عليه م ر ح د ا اعظم من السطح الذي عليه م ا د ب صب سطح المجسم المذكور المعمول على قطعة الكرة اعظم

من دائرة نصف قطرها مساوٍ للخط الخارج من راس القطعة الى محيط قاعدتها فليكن الدائرة العظيمة المارة بالمجسم
اب ح د والمركز ه والشكل الذى عليها ك ر ل والدائرة التى على الشكل والباقي كما وصفنا وليقو نصف قطر دائرة ز على
سطح احد الاضلاع فى الخطوط الموازية للقاعدة مع نصف قاعدة ك ل جميعًا فهو مساوٍ لسطح م ط فى ح ر الذى هو
ارتفاع قطعة ك ر ل من الكرة العظمى كما بينا فى الشكل الخامس والعشرين وح ر اطول من س ر الذي هو ارتفاع قطعة
ا ب من الكرة الصغرى لانا اذا وصلنا ك ر ا كان متوازيين وا ب موازٍ لك ل و ه ر مشترك فمثلثا ر ك ح د ا س
متشابهان ور ك اطول من د ا فرح اطول من ا س وم ط لقطر ح د الانا اذا وصلنا ه ح كان موازيا لم ط لان ر ع نصف
ر م و ر ه نصف ر ط فه ع اعنى ه د نصف م ط و ح د فى ا س مساوٍ لمربع ا د فسطح
مجسم ك ل ر الذي هو مساوٍ كما تبين فى آخر الشكل الحادى والثلثين لدائرة ز
التى يقوى نصف قطرها على سطح م ط فى ح ر اعظم من دائرة نصف قطرها مساوٍ
لخط ا د الذي يقوي على م ط اعنى ح د فى ا س وخط ا د هو الخط المخرج من راس القطعة

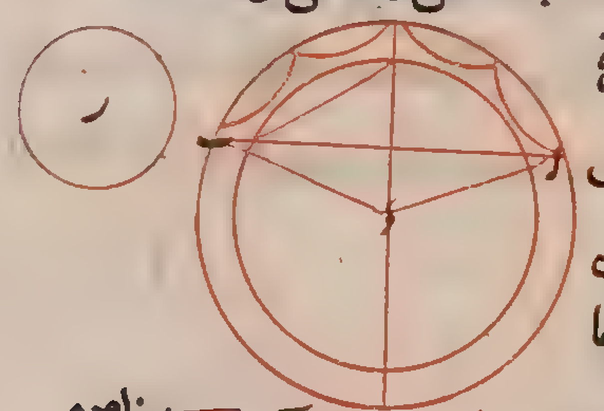


الى محيط قاعدتها التى هى الدائرة التى قطرها ا ب فاذن صح ما قلنا وقد بان فى الشكل الاربعين ان المجسم المذكور
مع مخروط ك ه ل مساوٍ لمخروط قاعدته دائرة ز وارتفاع العمود الواقع من المركز على احد الاضلاع اعنى نصف قطر
الكرة الصغرى اذ كان المجسم واقعًا فى الكرة العظمى التى مركزها ايضًا ه ويتبين من ذلك انه اعنى المجسم مع مخروط ك ه ل
اعظم من مخروط نصف قطر قاعدته خط ا د هو الخط الذي يخرج من راس قطعة الكرة الصغرى الى محيط قاعدتها
وارتفاعه مساوٍ لنصف قطر الكرة الصغرى لان ارتفاع المخروطين واحد وقاعدة الاول اعظم مح لتكن ايضًا كرة
ودائرة عظمى يقع فيها وقطعة منها اصغر من النصف عليها ا ب ح والمركز د ونعمل فيها شكلا متساوي الاضلاع زوجها
وعليها شكلا شبيهًا به فيكون اضلاعهما متوازية كل لنظيره ونرسم على الشكل الذي عليها دائرة ونثبت قطر ح ب ونديم
الشكل فيتم الكرتان والجسمان ونقول نسبة السطح المجسم الذي على القطاع الى السطح الذي فيه نسبة الضلع الى الضلع
مثناة ونسبة المجسم مع المخروط الى المجسم مع المخروط نسبة الضلع الى الضلع مثلثة وليقو نصف قطر دائرة م على سطح
احد الاضلاع الذى على القطاع فى الخطوط الواصلة بين الزوايا مع نصف قطر قاعدة ه ر فدائرة م مساوية لسطح
لسطح المجسم الاعظم لما مر فى الشكل الحادى والاربعين وليقو نصف قطر
دائرة ز على سطح احد الاضلاع الذي فى القطاع فى الخطوط الواصلة
مع نصف ا ح فهي مساوية لسطح المجسم الاصغر لما تبين فى الشكل الثانى من
والثلثين ونسبة احد السطحين الى الآخر بل احد الدائرتين الى



الاخرى كنسبة مربع ه ك الى مربع ه ل كما ساذكره ونسبة الشكل المتساوي الاضلاع الى نظيره التى هى ايضًا كنسبة
مربع ه ك الى مربع ا ل كنسبة دائرة م الى دائرة ز فاذن نسبة سطح المجسم الى سطح المجسم كنسبة الشكل الى الشكل
وكنسبة ه ك الى ا ل مثناة وليكن قاعدة مخروط س مساوية لدائرة م وارتفاعه لنصف قطر الكرة الصغرى
فهذا المخروط مساوٍ للمجسم الذى على القطعة مع مخروط ه د ر لما مر فى الشكل الثاني والاربعين وليكن قاعدة
مخروط ع مساوية لدائرة ز وارتفاعه للعمود الواقع من د على ا ل فهو مساوٍ للمجسم الذى فى القطعة مع مخروط
د ا ح كما تبين فى الشكل الاربعين ولان نسبة ه ك الى نصف قطر الكرة الصغرى كنسبة ا ل الى العمود الواقع
من د

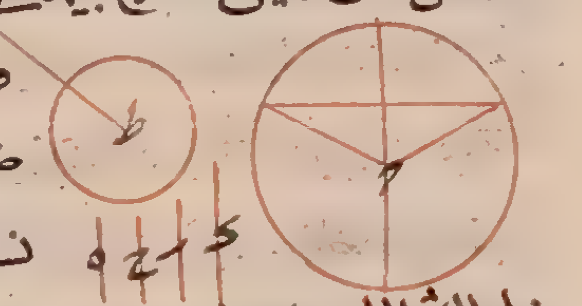
من د على ا ل وكانت نسبة ه ك الى ا ل كنسبة نصف قطر دائرة م الى نصف قطر دائرة ز يكون مخروطا س ع متشابهين ونسبة احدهما الى الآخر
كنسبة القطر الى القطر بل كنسبة ه ك الى ا ل مثلثة بالتكرير وذلك ما اردناه اقول انما يكون نسبة سطح المجسم الاعظم الى سطح المجسم الاصغر
كنسبة مربع ه ك الى مربع ا ل لانا اذا وصلنا خط ر ل ك كان مثلثا ر ل ا ك ه متشابهين ونسبة ه ك الى ا ل بالابدال كنسبة ه ر الى ا ر
اعني كنسبة ه ر الى ا ح بل كنسبة نصفه الى نصفه وكنسبة كل واحد من الخطوط الواصلة بين الزوايا الى نظيره الواصلة بين الزوايا
وكنسبة الجميع الى الجميع فاذن السطح الذي يحيط به ه ك مع الخطوط الواصلة ونصف ه ر جميعًا شبيهة بالسطح الذي يحيط به
ا ل مع الخطوط الواصلة ونصف ا ح جميعًا ونسبة السطح الى السطح كنسبة ه ك الى ا ل مثناة وكنسبة مربع ه ك الى مربع ا ل مد
كل قطعة كرة اقل من نصفها فسطحها مساوٍ للدائرة التى تساوي نصف قطرها الخط الخارج من نقطة راس القطعة الى محيط
قاعدتها فليكن كرة دائرتها العظمى ا ب ح وقاعدة قطعة منها دائرة قطرها ا ب وهي قاطعة لا ح على قوايم وليكن نصف قطر
دائرة ر مساويا لخط ا ب ح فنقول سطح قطعة ا ب ح من الكرة يساوي دائرة ر والا لكان اما اعظم واما اصغر منها وليكن اولا
اعظم ونخرج من د المركز د ا د ب ونعمل على قطعة ا ب ح وفيها شكلين متساويي الاضلاع زوجها متشابهين نسبة الشكل
الذى عليها الى الشكل الذي فيها اصغر من نسبة سطح القطعة الى دائرة ر كما مر فى الشكل الخامس ونتم المجسمين فيكون نسبة
الشكل السطح المجسم الذي عليها الى سطح المجسم الذى عليها الى سطح المجسم الذي فيها كنسبة الشكل الى الشكل لكونهما على نسبة الضلع
الى الضلع مثناة لما مر فى الشكل المتقدم وتلك النسبة اصغر من نسبة سطح قطعة الكرة
الى دائرة ر وسطح المجسم الذي عليها اعظم من سطح قطعة الكرة لما مر فى الشكل الحادى
والاربعين فسطح المجسم الذي عليها فيها اعظم من دائرة ر وقد بان فى الشكل التاسع والثلثين
انه اصغر منها هذا خلف وكذلك نبين ان سطح الكرة لا يكون اصغر منها فهي اذن مثلها



وذلك ما اردناه مه وكذلك الحكم في كل قطعة كرة هي اعظم من نصفها ولنفصل الكرة بسطح يمر بخط ا د وليكن ا د ح اعظم من
النصف وليكن القطر ب ح وليتقاطع ا د ب ح على قوايم ونصل ب ا ا ح وليكن نصف قطر دائرة ه مثل ا ب ونصف قطر دائرة
ر مثل ا ح ونصف قطر دائرة ح مثل ب ح فدائرة ح يساوي دائرتي ه ر ودائرة ح مساوية لسطح الكرة لان كل واحد منهما
اربعة امثال الدائرة التى قطرها ب ح لما مر فى الشكل الخامس والثلثين ولغيره من الاصول ودائرة ه مساوية لسطح القطعة
ا ب د من الكرة كما مر فى الشكل المتقدم يبقى دائرة ر مساوية لسطح قطعة ا ح د العظمى من الكرة مو وكذلك الحكم فى نصف
الكرة فليكن ا ب ح د قطرين متقاطعين على قوايم ونصل ا ح
فيكون مربع ح د مثلي مربع ا ح والدائرة التى نصف قطرها ح د
مساوية لسطح الكرة لانها اربعة امثال دائرة ا ح ب د فسطح
الكرة مثلا الدائرة التى نصف قطرها

ح ا فاذن سطح نصف الكرة مثلها وذلك ما اردناه اقول ولم يعد هذا فى نسخة اسحاق شكلا مفردا
مز كل قطاع كرة يكون القطعة الكرة منه اصغر من نصفها فهو مساوٍ لمخروط قاعدته تساوي سطح القطعة
من الكرة التى للقطاع وارتفاع تساوي نصف قطر الكرة فليكن دائرة الكرة العظمى ا ب د والمركز ح وليكن قاعدة مخروط
ط مساوية لسطح القطعة من الكرة وارتفاعه مثل ب ح فنقول ان القطاع مساوية للمخروط والا لكان اما اعظم
منه واما اصغر وليكن اولا اعظم ونجعل نسبة خط ك الاطول الى خط ه الاقصر اصغر من نسبة القطاع الى مخروط ط كما

في الشكل الثاني وليكن خطا رح بينهما على وجه يكون فضل ك على ر مثل فضل ر على ح وفضل ح على ه ونعمل على قطاع الدائرة وفيه شكلين عدد اضلاعهما زوج متشابهين يكون نسبة ضلع الذي عليه الى ضلع الذي فيه اصغر من نسبة ك الى ر كما مر في الشكل الثالث ونتم المجسمين فيكون نسبة المجسم الذي على القطاع مع مخروط راسه ح الى المجسم الذي فيه مع مخروطه كنسبة ضلع الشكل الى ضلع الشكل مثلثة كما مر في الشكل الثالث والاربعين ونسبة ضلع الشكل الى ضلع الشكل اصغر من نسبة ك الى ر فنسبة المجسم الى المجسم مع المخروطين اصغر من نسبة ك الى ر مثلثة التي هي اصغر من نسبة ك الى ه كما بينا التي هي اصغر من نسبة القطاع الى مخروط ط فنسبة المجسم الذي على القطاع مع مخروطه الى المجسم الذي فيه مع مخروطه اصغر كثيرا من نسبة القطاع الى مخروط ط وقد بان في الشكل الاربعين انه اصغر منه هذا خلف ثم ليكن مخروط ط اعظم من القطاع ونجعل نسبة ك الى ما اصغر من نسبتهما ونستانف العمل الى ان نبين ان نسبة المجسم الذي على القطاع مع مخروطه الى المجسم الذي فيه مع مخروطه اصغر من نسبة مخروط ط الى القطاع والمجسم الذي على القطاع اعظم من مخروط ط لما مر في آخر الشكل الثامن والاربعين فالمجسم الذي في القطاع مع مخروطه اعظم من القطاع هذا خلف فاذن القطاع تساوي مخروط ط وذلك ما اردناه

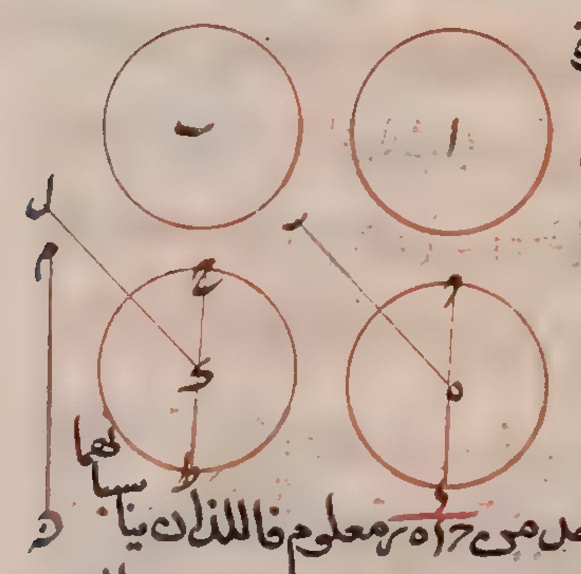


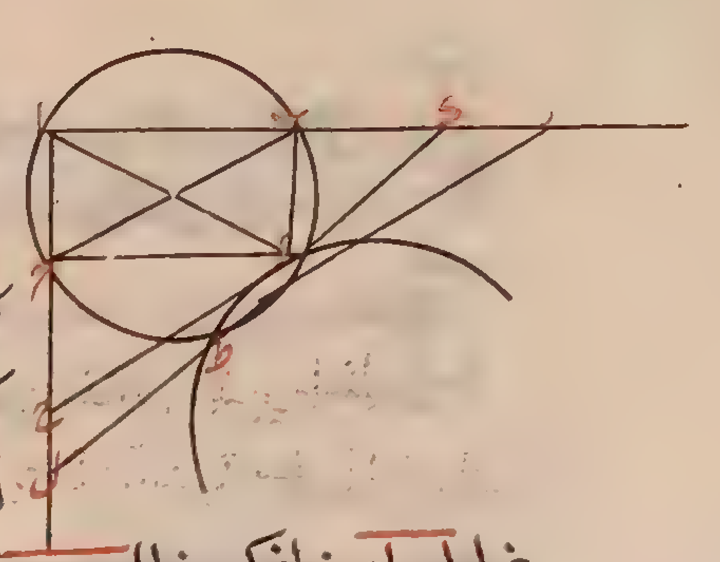
ح وايضا القطاع الذي قطعة الكرة منه اعظم من نصفها يساوي المخروط الذي قاعدته مساوية لسطح القطعة العظمى وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة وليكن دائرتها العظمى ا ب ح و القطر ح ا والمركز ه وليكن ب ز عمودا على ح ا فقطاع ا ح ب ه يساوي المخروط الذي يساوي نصف قطر قاعدته ب ح وارتفاعه كما مر في الشكل المتقدم وليكن ب ح نصف قطر دائرة ح و ب ا نصف قطر دائرة ك و دائرة ط اربعة امثال دائرة ا ب ح فهو مثل سطح الكرة لما مر في الشكل الخامس والثلثين ونرسم على دوائر ح ط ك مخروطات ارتفاعها مثل نصف قطر الكرة فيكون مخروط ط مساويا للكرة لما مر في الشكل السادس والثلثين ومخروط ح لقطاع ا ح ب ه لما مر في الشكل المتقدم ويبقى مخروط ك الذي نصف قطر قاعدته ب ا وارتفاعه ه ا مساويا لقطاع ب ا ا ه وذلك ما اردناه تمت المقالة الاولى من كتاب الكرة والاسطوانة لارشميدس

المقالة الثانية من كتاب ارشميدس في الكرة والاسطوانة صدر المقالة الى ذوسيناوس من ارشميدس سلام عليك قد كنت ابتدات باذوسيناوس فارسلت الينا كتابا فيه مسائل مبرهنة وهي المسائل التي ارسلت مقدمات الى قونون فارسلت اليك كتابي هذا الذي ذكرت فيه علوما بينها واولها ان سطح كل كرة اربعة اضعاف اعظم دائرة يقع فيها وبعده ان سطح قطعة الكرة مساو للدائرة التي نصف قطرها يساوي الخط الخارج من راس القطعة الى محيط دائرة قاعدتها وان كل اسطوانة يحيط بكرة ويكون قاعدتها مساوية لاعظم دائرة يقع فيها وارتفاعها مساو لقطرها فهي مثل ونصف تلك الكرة وسطحها مع قاعدتيها مثل ونصف سطح الكرة وان كل قطاع كرة فهو مساو لمخروط قاعدته دائرة مساوية لسطح قطعة الكرة التي من القطاع وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة فهذا ما ارسلته اليك واما هذا الذي افتتحه ففيه هذه العلوم ا في الطرق الى عمل كرة مساوية لاسطوانة او مخروط مفروضين ب في بيان ان كل قطعة كرة فهي مساوية لمخروط قاعدته قاعدتها وارتفاعه خط يكون نسبته الى ارتفاع القطعة كنسبة نصف قطر الكرة مع ارتفاع القطعة الباقية الى ارتفاع القطعة الباقية وحدها ح في قسمة كرة معلومة بسطح الى قسمين يكون نسبة بسطحيهما نسبة مفروضة د في قسمة كرة معلومة بسطح يكون نسبة قطعتيها نسبة مفروضة ه

في الطريق

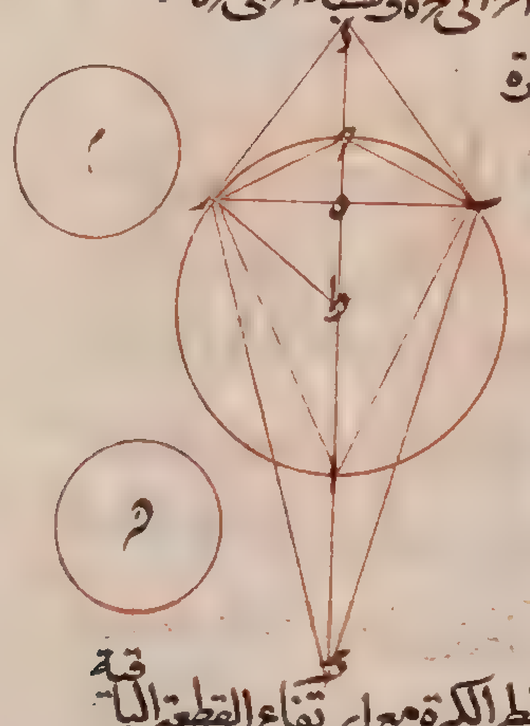
في الطريق الى عمل قطعة كرة تساوي قطعة وتشبه قطعة من كرتين معلومتين و في الطريق الى عمل قطعة كرة تشبه قطعة كرة اخرى معلومة وتساوي سطحها سطح قطعة معلومة من كرة اخرى ز في الطريق الى فصل قطعة من كرة معلومة يكون نسبتها الى المخروط قاعدته قاعدتها وارتفاعه ارتفاعها نسبة مفروضة ح في بيان ان الكرة اذا قسمت بسطح الى قطعتين مختلفتين كانت نسبة اعظمهما الى اصغرهما اصغر من نسبة سطحيهما مثناة بالتكرير واعظم من النسبة المؤلفة من نسبة سطحيهما مثناة بالتكرير ومن النسبة التي اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة سطحيهما ط في بيان ان نصف الكرة يكون اعظم من كل قطعة كرة تساوي سطحها سطحها سواء كانت القطعة اعظم من النصف او اصغر فهذا ما قصدنا بيانه في هذه المقالة وقد بان مما مر في المقالة الاولى ان لنا ان نعمل كرة تساوي سطحها اعظم دائرة تقع في كرة اخرى معلومة وذلك لان بينا ان سطح الكرة اربعة امثال اعظم دائرة تقع فيها فهو الذي مثل ان تساوي سطح الكرة المعمولة اقول اذا عملنا على نصف قطر الكرة المعلومة كرة كان سطحها مساويا لذلك وذلك بين مما مر في المقالة الاولى الاشكال ا نريد ان نعمل كرة مساوية لاسطوانة معلومة او لمخروط معلوم فليكن الاسطوانة او المخروط المعلومين ا و ب كرة مساوية لها وليكن اسطوانة ح ر مثل ونصف ا و اسطوانة ح ل ط مثل ونصف كرة ب وليكن ارتفاع ك ل مساويا لقطر الكرة فاسطوانة ه مساوية لاسطوانة ك وعلى التكافؤ نسبة قاعدة ح ا الى قاعدة ح ط التي هي كنسبة مربع ح ا الى مربع ح ط كنسبة ارتفاع ك ل الى ارتفاع ه ر و ك ل المساوي لقطر الكرة مساو لـ ح ط وذلك لان سهم الاسطوانة التي هي نصف ومثل الكرة مساو لقطرها ودائرة قاعدتها لاعظم دائرة يقع فيها لما تبين في تذنيب الشكل السادس والثلثين من المقالة الاولى فنسبة مربع ح ا الى مربع ح ط كنسبة ح ط الى ه ر وليكن مربع ح ط مساو لسطح ح ا في م ز فنسبة ح ا الى م ز كنسبة مربع ح ا الى مربع ح ط التي هي كنسبة ح ط الى ه ر واذا بدلنا كانت نسبة ح ا الى ح ط كنسبة م ز الى ه ر ونسبة ح ا الى ح ط كنسبة ح ط الى م ز فخطوط ح ا ح ط م ز ه ر متناسبة وكل واحد من ح ا ه ر معلوم فاللذان يناسبانهما فيما بينهما معلومان وتركيب ذلك على ما نصف نجعل الاسطوانة او المخروط المعلومين او ليكن الاسطوانة التي قاعدتها دائرة ه وارتفاعها ه ر مثل ونصف ا و ناخذ خطين فيما بين خطي ح ا ه ر تناسبانهما وانا سنذكر الطريق اليه وليكونا ح ط م ز فيكونا خطوط ح ا ح ط م ز ه ر متوالية متناسبة ونعمل اسطوانة قاعدتها دائرة قطرها ح ط وارتفاعها مساو ايضا لـ ح ط وهو ك ل فيكون مساوية لاسطوانة ه وذلك لان نسبة ح ا الى م ز كنسبة مربع ح ا الى مربع ح ط التي هي كنسبة دائرة ح ا الى دائرة ح ط وكنسبة ح ط اعني ك ل الى ه ر فالقاعدتان متكافيان للارتفاعين فالاسطوانتان متساويتان ونرسم على ح ط كرة ب فيكون اسطوانة ح ل ط مثل ونصفها ولذلك يكون مساوية لا وذلك ما اردناه اقول للقدماء في التوصل الى وجود خطين متناسبين لخطين معلومين فيما بينهما طرق اكثرها يتعلق بتحريك الآلات وذلك بالعمل اليق والمناسب للنظريات هو الطريق المبني على بعض اصول ابلونيوس المذكورة في كتاب المخروطات فاوردته هاهنا وهو هذا ليكن ا ب ا ح خطين نريد ان نجد مناسبين لهما فيما بينهما ونجعلهما محيطين بقائمة او نتم سطح ا ا المتوازي الاضلاع ونرسم عليه دائرة ا ب ونصل قطري ا ا ح ب فيتقاطعان على مركزه ه ونخرج ا ب ا ح الى غير النهاية ونخرج من ا خط ر ح موازيا لـ ب ح فينصف على التساوي خطي ب ه ه ح ونرسم قطعا زائدا تمر بنقطة ا ويكون خطا ا ب ا ح اللذين لا يقعان عليه كما تبين



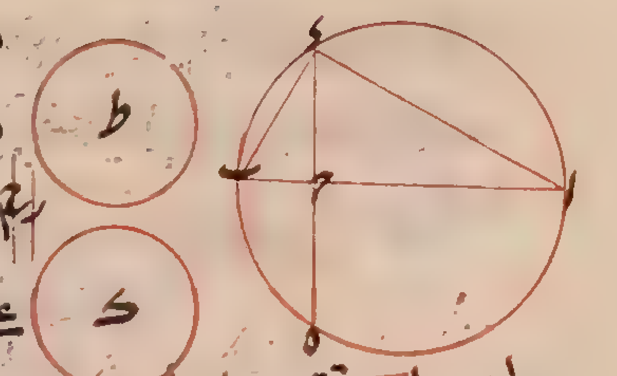


في الرابع من المقالة الثانية من كتاب اصول المخروطات لابلونيوس وليكن ذلك
قطع دط فان كان خطا اب اح متساويين كان قطر اد عمودا على بح بل على بح و
كان بح مماسا للدائرة لكون اد عمودا على بح ومماسا للقطع ايضا لتساوي خطي دا اح
كما تبين في الشكل التاسع من المقالة الثانية منه والقطع لا يقطع الدائرة ويكون خطوط
اسح سب اد الاربعة متساوية لتشابه مثلثات اسح ب د ا اح الثلثة وتساوي
ضلعي اب اح منها فيكون خطا حس سد قد وقعا بين خطي اب اح المتساويين وتناسبت الاربعة واما اذا اختلفا وليكن اب
الطول من اح فيكون بح قاطعا للدائرة فيما بين ح د لكون زاويتي اح المساويتين لزاويتي اه ح حادة ووجب ان يقطع القطع
الدائرة والا لوقع قوس طا من الدائرة فيما بين القطع وخط بح المماس له وحينئذ يمكن ان يقع بينهما خطوط مستقيمة تصل
بين نقطة د واي نقطة تفرض على قوس طا وهذا محال كما تبين في الشكل الثاني والثلثين من المقالة الاولى من كتابه
ولا يمكن ان يتقاطعا على اكثر من نقطتين لتقابل احدابهما لما تبين في الشكل الثلثين من المقالة الرابعة من كتابه وليتقاطعا
على نقطتي دط ونصل دط ونخرجه الى حل اقول فخطا حل ب ك هما المطلوبان وذلك لان خطي د ط ل الواقعين بين
القطع والخطين الذين لا يقعان عليه متساويان لما تقرر في الشكل الثامن من المقالة الثانية من كتابه فسطح طك
في كد تساوي سطح اك في كب لخروج كط كا من نقطة ك الى الدائرة قاطعين اياها وكذلك سطح دل في لط يساوي طح الذي في لح فسطح اكـ في كـب يساوي
سطح ال في لح ويكون نسبة اك الى ال كنسبة حل الثاني الى كب الثالث ونكون نسبة اك الى ال كنسبة اح اعني
اب الاول الى حل الثاني لتشابه مثلثي اكل حال وكنسبة كب الثالث الى ب د اعني اح الرابع لتشابه مثلثي اكل ب ك د
فاذن وجدنا فيما بين خطي اب اح خطي حل ب ك متناسبين لهما ونعود الى الكتاب ب كل قطعة كرة مساوية لمخروط قاعدته
مساوية لقاعدة القطعة وارتفاعه خط يكون نسبته الى ارتفاع تلك القطعة كنسبة نصف قطر الكرة وارتفاع
القطعة الباقية مجموعين الى ارتفاع القطعة الباقية وحدها فليكن اح قطر اعظم دائرة يقع على كرة ما ولنقيم الكرة بسطح
تقوم على دائرة اح على قوايم وتم بخط سر وليكن المركز ط ونجعل نسبة ط ا اه مجموعين الى اه كنسبة زه الى هح ونجعل
نسبة طح حه جميعا الى حه كنسبة كه الى ها ونعمل على الدائرة التي قطرها ب ر مخروطي ب ز ب ك ل فاقول ان مخروط
ب ز ر مساو لقطعة ب ح ر من الكرة وان مخروط ب ك ر مساو لقطعة ب ا ر منها ونصل خطوط ب ط ط ر ب ح ا
ر ا وليكن قاعدة مخروط م مساوية للدائرة التي تساوي سطح قطعة ب ح ر من الكرة فيكون نصف قطرها مساويا لـ ب ح
كما مر في الشكل الرابع والاربعين من المقالة الاولى وليكن ارتفاعه مثل نصف قطر الكرة فمخروط م يساوي قطاع ب ح ر ط
لما تبين في الشكل السابع والاربعين من المقالة الاولى ولان نسبة زه الى هح كنسبة ط ا اه مجموعين الى اه يكون بالتفصيل
نسبة زح الى حه كنسبة ط ا الى اه وبالابدال نسبة زح الى ط ا اعني طح كنسبة حه الى اه وبالتركيب نسبة زط الى طح كنسبة
حا الى اه ونسبة حا الى اه كنسبة مربع حب الى مربع ب ه فنسبة زط الى طح كنسبة مربع حب الى مربع ب ه وحب
مساو لنصف قطر دائرة م وب ه نصف قطر الدائرة التي قطرها ب ر و زط ارتفاع معين ب ز ر ط المجسم وطح ارتفاع
مخروط م فنسبة ارتفاع معين ب ز ر ط المجسم الى ارتفاع مخروط م كمربع نصف القطر دائرة م الى مربع نصف قطر دائرة
ب ر بل كنسبة قاعدة مخروط م الى دائرة ب ر التي هي قاعدة مخروطي المعين المجسم على التكافي فمعين ب ز ر ط المجسم
ومخروط م متساويان وكان مخروط م مساويا للقطاع ب ح ر ط فمعين ب ز ر ط وقطاع ب ح ر ط متساويان ونلقي

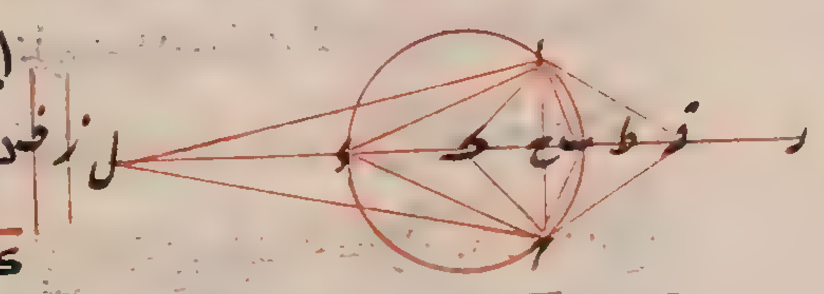
مخروط



مخروط ب ط ر المشترك يبقى قطعة كرة ب ح ر مساوية لمخروط ب ز ر وبمثل ذلك نبين ان مخروط ب ك ر مساو لقطعة
كرة ب ا ر فنقول لان نسبة كه الى ه ا كنسبة طح حه مجموعين الى حه وبالتفصيل نسبة ك ا الى اه كنسبة طح الى حه وبا
لابدال نسبة ك ا الى طح اعني ط ا كنسبة اه الى حه وبالتركيب نسبة كط الى ط ا كنسبة اح الى حه ونسبة اح الى حه كنسبة
مربع اب الى مربع ب ه وليكن نصف قطر دائرة ز مثل خط اب فهي مساوية لسطح قطعة كرة
ب ا ر ونعمل عليه مخروطا ارتفاعه نصف قطر الكرة فيكون القطاع الذي عليه ب ط
ر ا مساويا له ولان نسبة كط الى ط ا كنسبة مربع اب نصف قطر دائرة ز الى مربع ب ه
نصف قطر دائرة ب ر بل كنسبة دائرة ز الى دائرة ب ر وط ا ارتفاع مخروط ز وكط
ارتفاع مجسم ب ط ر ك فقاعدتا مخروط ز ومجسم ب ط ر ك متكافيتان لارتفاعيهما وكان
مخروط ز مساويا للقطاع ب ط ر ا فمجسم ب ط ر ك وقطاع ب ط ر ا متساويان ونزيل عليهما
مخروط ب ط ر فيصير مخروط ب ك ر مساويا لقطعة كرة ب ا ر وهنالك استبان ان نسبة
كل قطعة كرة الى المخروط الذي قاعدته قاعدتها وارتفاعه ارتفاعها كنسبة نصف قطر الكرة مع ارتفاع القطعة الباقية
الى ارتفاع القطعة الباقية وذلك لان نسبة قطعة كرة ب ح ر اعني مخروط ب ز ر الى مخروط ب ح ر كنسبة ارتفاع زه
الى ارتفاع حه التي هي كنسبة ط ا اه مجموعين الى اه وحده وكذلك في القطعة الاخرى ونبين هذا الحكم بوجه آخر وهو
ان نبين ان مخروط ب ك ر بعينه مساو لقطعة كرة ب ا ر وليكن قاعدة مخروط ز مساوية لسطح الكرة وارتفاعه لنصف
نصف قطر الكرة فيكون المخروط مساويا للكرة لما مر في الشكل السادس والثلثين من المقالة الاولى ويكون اربعة
امثال مخروط قاعدته مساوية لاعظم دواير الكرة وارتفاعه نصف قطرها ولان نسبة ط ا الى اه كنسبة زه الى هح
فاذا فصلنا ثم ابدلنا يكون نسبة طح الى زح بل الى ط ا كنسبة اه الى هح وايضا لان نسبة كه الى اه كنسبة طح حه معا
الى حه فاذا فصلنا ثم ابدلنا كانت نسبة ك ا الى طح بل الى ط ا كنسبة اه الى هح التي هي كنسبة طح الى زح فنسبة ك ا الى ط ا
كنسبة طح الى زح وبالتركيب نسبة كط الى ط ا كنسبة ط ز الى زح ونسبة ك ز الى زط كنسبة كط الى ط ا وسطح ك ز في
ط ا مساو لسطح زط في طك وايضا لان نسبة كط الى طح كنسبة ط ز الى زح فاذا ابدلنا كانت نسبة كط الى ط ز كنسبة طح
الى زح وكانت نسبة طح الى زح كنسبة اه الى هح فنسبة كط الى ط ز كنسبة اه الى حه ونسبة مربع ك ز الى سطح كط في ط ز
كنسبة مربع اح الى سطح اه في هح وكان سطح كط في ط ز كسطح ك ز في ط ا فنسبة مربع ك ز الى سطح ك ز في ط ا التي هي كنسبة
ك ز الى ط ا كنسبة مربع اح الى سطح اه في هح اعني نسبة مربع اح الى مربع ه ب واح هو نصف قطر دائرة ز فنسبة مربع نصف
قطر دائرة ز الى مربع ه ب اعني نسبة دائرة ز الى دائرة ب ر كنسبة ك ز الى ط ا ارتفاع معين ب ز ر ك المجسم الى ط ا ارتفاع
مخروط ز فمخروط ز اعني الكرة مساو للمعين ب ز ر ك المجسم وقد تبين ان قطعة ب ح ر من الكرة مساوية لمخروط ب ز ر فيبقى
قطعة ب ا ر منها مساوية لمخروط ب ك ر وذلك ما اردناه ح نريد ان نبين كيف نقسم كرة معلومة السطح بقسمين
يكون نسبة سطح احد القسمين الى سطح القسم الآخر كنسبة مفروضة فليكن دائرتها العظمى ا ب وقطرها اب ولنقيم
عليها سطحا على قوايم يكون فصلهما المشترك ده ونصل ا د ب فلان نسبة سطح قطعة كرة د ا ه الى سطح قطعة كرة د ب ه
المفروضة وسطح د ا ه مساو لدائرة نصف قطرها ا د وسطح قطعة د ب ه مساو لدائرة نصف قطرها ب د لما تبين
في الشكلين الرابع والاربعين والخامس والاربعين من المقالة الاولى ونسبتهما نسبة مربع ا د الى مربع د ب اعني نسبة ا ح الى

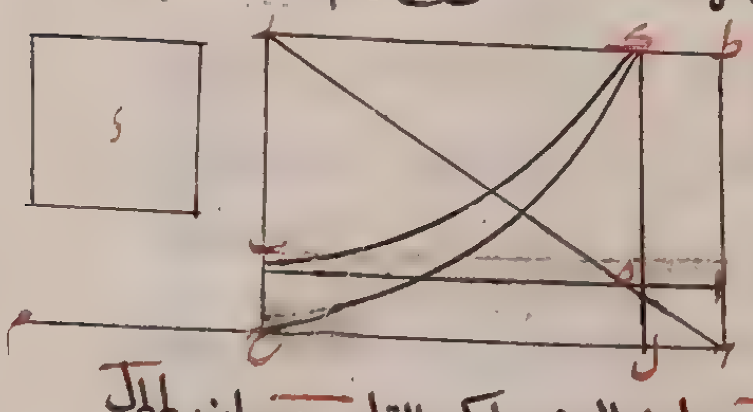


فنسبة اح الى حب هي النسبة المفروضة ولذلك تصير نقطة ح من خط اب معلومة
ونقسم على سطح اب سطحا على قوايم وتمر بخط اه فيقسم الكرة وتركيبه هكذا نجعل الدائرة
العظمى من الكرة اب ه والقطر اب والنسبة المفروضة نسبة ب الى ح ونقسم اب
على تلك النسبة فيقسم على ح ويكون نسبة اح الى حب كنسبة ر الى ح ونقسم الكرة
بسطح تمر على ح وتقوم على سطح دائرة اب فيكون فصلهما المشترك ده ونصل خطي دا دب وليكن نصف قطر دائرة ط مساويا
لخط اد ونصف قطر دائرة ك مساويا للخط دب فدائرة ط مساوية لسطح قطعة كرة داه ودائرة ك مساوية لسطح قطعة كرة
دب ه لما مر في الشكلين الرابع والاربعين والخامس والاربعين من المقالة الاولى ولان زاوية ادب قايمة وخط دح
عمود يكون نسبة اح الى حب التي هي كنسبة ر الى ح كنسبة مربع اد الى مربع دب التي هي كنسبة دائرة ط الى دائرة ك بل
كنسبة سطح قطعة كرة داه الى سطح قطعة كرة دب ه وذلك ما اردناه د نريد ان نبين كيف نقسم كرة معلومة بقسمين
يكون نسبة احدهما الى الآخر كنسبة معلومة فلتكن الكرة ابح د ولتكن منقسمة بسطح تمر بخط اح الى قطعتي احد ابح
نسبتهما النسبة المذكورة ونصف الكرة بسطح تمر على المركز وتقوم على السطح المذكور على قوايم فيحدث دائرة ابحد العظمى
وليكن المركز ى والقطر دب ونجعل نسبة ى د اح جميعا الى اح كنسبة قح الى حب ونسبة لح الى رح كنظيرتها ونصل خطوط
ال لح اق قح فمخروط الح مساو لقطعة كرة احد ومخروط اقح مساو لقطعة كرة ابح كما تبين في الشكل الثاني من هذه
المقالة ونسبة مخروط الح الى مخروط اقح معلومة وهي كنسبة لح الى قح لاشتراكهما في القاعدة ولان نسبة لح الى
رح كنسبة ى ب بح جميعا الى بح فاذا افصلنا ثم ابدلنا كانت نسبة لد الى ى د كنسبة رح الى حب ولان نسبة قح
الى حب كنسبة ى د رح معا الى رح فاذا افصلنا ثم ابدلنا وخالفنا كانت



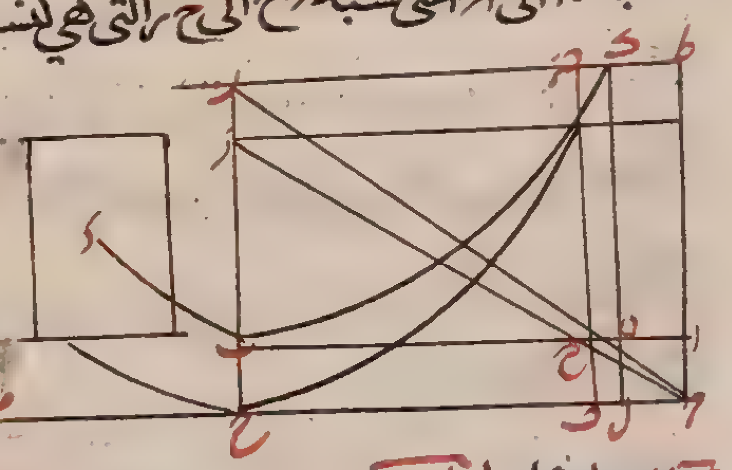
فنسبة رح الى حب كنسبة ى د اعني ى ب الى قب فنسبة لد الى ى د كنسبة
ى ب الى قب وكنسبة رح الى حب وبالخلاف نسبة قب الى ى ب كنسبة
ى د الى دل فاذا ركبنا ثم ابدلنا ثم ركبنا كانت نسبة قل الى لى كنسبة ى ل الى لد فسطح قل في لد مساو
لمربع ى ل ونسبة قل الى لد كنسبة مربع ى ل الى مربع لد ولان نسبة لد الى ى د كنسبة رح الى بح فاذا خالفنا
ثم ركبنا كانت نسبة ى ل الى لد كنسبة ب ر الى رح ونسبة مربع ى ل الى مربع لد كنسبة مربع ب ر الى مربع
رح ولان نسبة لح الى حد كنسبة ى ب بح معا الى بح واذا افصلنا يكون نسبة لد الى رح كنسبة ى ب الى بح
وليكن ب ر مساويا لى ب فيقع ر خارجا عن ق لان نسبة ى ب الى ب ق كانت كنسبة رح الى حب ورح
اعظم من حب فنسبة لد الى رح كنسبة ر ب الى حب ونسبة دل الى لح كنسبة ب ر الى رح ولان نسبة قح
الى لح هي المعلومة فنسبة قل الى لح معلومة وهي مؤلفة من نسبتي قل الى لد ولد الى لح وكانت نسبة
قل الى لد كنسبة مربع ى ل الى مربع لد بل نسبة مربع ب ر الى مربع رح ونسبة لد الى لح كنسبة ب ر الى رح
فنسبة قل الى لح مؤلفة من نسبتي مربع ب ر الى مربع رح وب ر الى رح وليكن نسبة قل الى لح كنسبة
ب ر الى رط فهي ايضا معلومة وخط ب ر معلوم فرط معلوم فنسبة ب ر الى رط مؤلفة من نسبتي مربع ر ب
الى مربع رح وب ر الى رح وايضا نسبة ب ر الى رط مؤلفة من نسبتي ب ر الى رح وح ر الى رط فاذا القينا
منهما النسبة المشتركة التي هي نسبة ب ر الى رح بقيت نسبة مربع ب ر المعلوم الى مربع رح كنسبة ح ر الى رط
المعلوم

المعلوم كنسبة مربع ب ر المعلوم الى مربع رح وتركيبه هكذا لتكن النسبة المعلومة نسبة ف الى ر وف اعظمهما ونصف الكرة بسطح يمر
بمركزها فيحدث دائرة ابح د العظيمة والقطر بد والمركز ى ونجعل ب ر مساويا لى ب ونقسم ب ر بقسمين على نقطة ط فيه
يكون نسبة رط الى طب كنسبة ف الى ر ونقسم بد على ح قسمة يكون نسبة ح ر الى رط كنسبة مربع ب ر الى مربع رح وسيأتي
بيان كيفية هذه القسمة ونجر سطحا يمر بنقطة ح ويقوم ب د عمودا عليه فهو يقسم الكرة الى قطعتين على نسبة ف الى ر ولتكن
نسبة ى ب بح معا الى بح كنسبة لح الى رح ونسبة ى د رح معا الى رح كنسبة قح الى حب ونقل خطوط ال لح اق قح
فيكون لما مر سطح قل في لد كمربع ى ل ونسبة ى ل الى لد كنسبة ب ر الى رح ونسبة مربع ى ل الى لد كنسبة مربع ب ر الى رح
ولان سطح قل في لد كمربع ى ل يكون نسبة قل الى لد كنسبة مربع ب ر الى مربع رح وهي كنسبة ح ر الى رط ولان نسبة
ى ب بح معا الى بح كنسبة لح الى حد وب ى مساو لب ر يكون نسبة رح الى حب كنسبة لد الى حد واذا قلبنا كانت
نسبة رح الى ر ب كنسبة دل الى لد واذا خالفنا كانت نسبة ب ر الى رح كنسبة لد الى حد وكانت نسبة رح الى رط
كنسبة قل الى لد فبالمساوات المضطربة نسبة ب ر الى رط كنسبة قل الى لح واذا افصلنا ثم خالفنا كانت نسبة لح
الى حق كنسبة رط الى بط اعني نسبة ق الى ر ونسبة لح الى حق كنسبة مخروط الح الى مخروط اقح بل كنسبة قطعة كرة
احد الى قطعة كرة احب كما مر فاذن نسبة القطعتين نسبة ف الى ر وذلك ما اردناه اقول ولنشتغل ببيان كيفية قسمة خط
ب د المعلوم على ح قسمة يكون نسبة ح ر الى رح المعلوم كنسبة مربع ر ب المعلوم الى مربع رح ومرجعه الى قسمة خط معلوم قسمة
يكون نسبة احد قسميه الى خط معلوم كنسبة سطح معلوم الى مربع القسم الآخر وقد ذكر اوطوقيوس العسقلاني في شرحه
لهذا الكتاب ان ارشميدس وعد بيان ذلك في كتابه هذا ولم يوجد في شيء من النسخ ما وعده ولذلك سلك كل واحد
من دينوسودورس وديوقلس بعده طريقا غير الذي سلكه في هذا الكتاب الى قسمة الكرة بقسمين على نسبة مفروضة
قال وانا وجدت في كتاب عتيق اشكالا مستغلقة جدا لكثرة ما فيه من الخطاء وما في الاشكال من التحريف بسبب جهل الناسخين
وكان فيه الفاظ من لغة دريس التي كان ارشميدس يحب استعمالها واصطلاحات له خاصة كما كان يعبر عن القطع
المكافي والزايد بالقايم الزاوية والمنفرجة الزاوية فواظبت عليه الى ان تقرر لي هذه المقدمة وهي هذه اذا كان خطان
معلومان عليهما اب اح وسطح معلوم عليه د واردنا ان نقسم اب على ه قسمة يكون نسبة سطح د الى مربع ه ب كنسبة اه الى اح
فلنجعل كان ذلك قد كان وليقم اح عمودا على اب ونصل حه ونخرجه ومن ب خطا موازيا لاح فيلتقيان على ر ونخرج حط
موازيا لاب وح ا ومن ه ك ل موازيا له فيتم شكل رح ط المتوازي الاضلاع ونخرج حح ونجعل حح في حم مساويا لسطح د
فنسبة سطح د الى مربع ه ب كنسبة ه ا الى اح اعني نسبة حح الى حر التي هي كنسبة مربع حح الى سطح حح في حر فنسبة مربع
حح الى سطح حح في حر كنسبة سطح د الى مربع ه ب اعني مربع ك ر واذا ابدلنا كانت مربع حح الى سطح د اعني الى سطح حح في
حم التي هي كنسبة حح الى حم كنسبة حح في حر الى مربع ك ر واذا جعلنا ح ر ارتفاعا مشتركا للخطين حح حم كانت نسبة سطح



حح في حر الى سطح حم في حر كنسبة سطح حح في حر الى مربع ك ر فسطح
حم في حر مساو لمربع ك ر واذا رسمنا قطعا مكافيا على ر ح وم بنقطة ح و
كانت خطوط ترتيبه تقوى على السطح المضاف الى حم كما ذكر في الشكل الثاني و
الخمسين من المقالة الاولى من كتاب ابلونيوس مر ذلك القطع بنقطة ك و
كان معلوم الوضع لان حم الذي يحيط مع حح المعلوم بسطح معلوم فنقطة ك معلومة الوضع وليكن القطع ح ك وايضا سطح طل

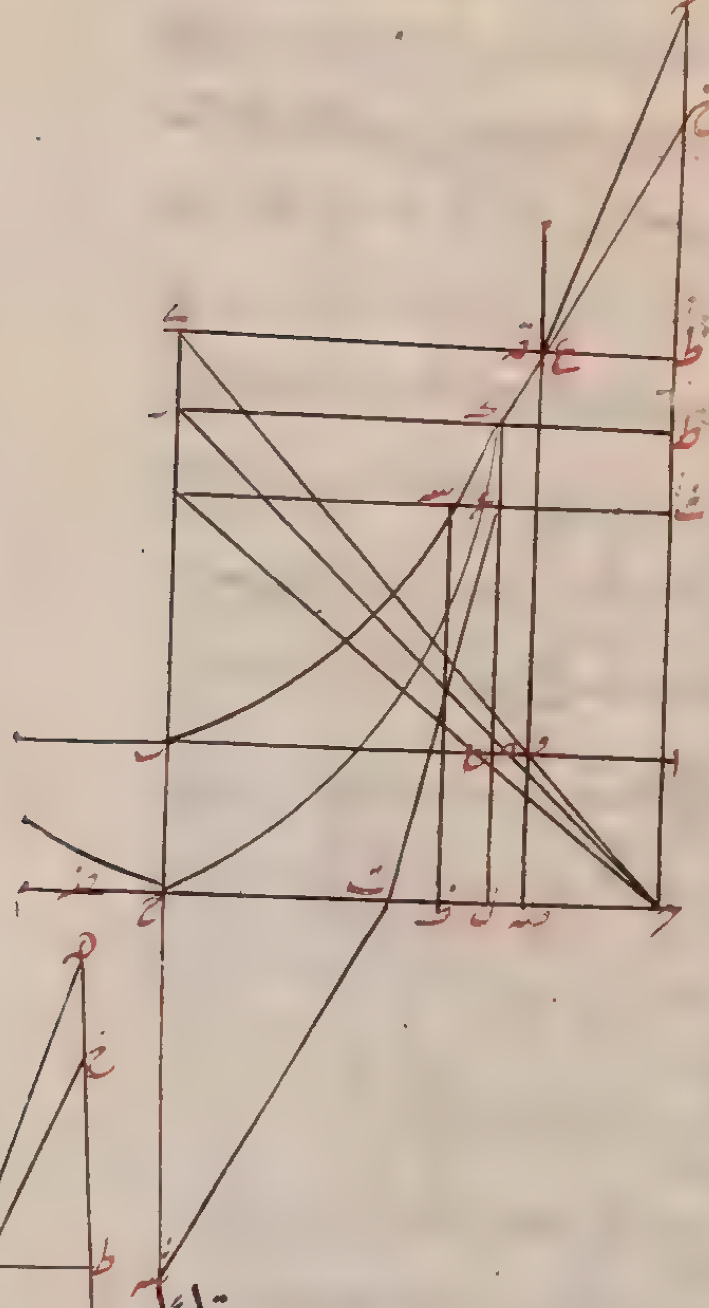
ماولسطح نع فسطح طك فى كل كاب فى نح واذا رسمنا قطعا زايدا تمر بنقطة ب ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه
خطى ح ط ح ح كما ذكر فى الشكل الرابع من المقالة الثانية من كتاب ابلونيوس مر ذلك القطع بنقطة ك ايضا لما تبين في
عكس الشكل الثاني عشر من المقالة الثانية ومنه هذ القطع ايضا معلوم الوضع لكون خطى ح ط ح ح ونقطة ب معلومة
الوضع فليكن القطع ب ك فنقطة ك على قطعتين مكافٍ وزايد معلومي الوضع فهي معلومة وخط ك ه عمود منها على اب
المعلوم الوضع فنقطة ه معلومة ولما كانت نسبة ه ا الى ا ح المعلوم كنسبة سطح ا المعلوم الى مربع ه ب كان المجسم الذي
من مربع في ه ا مساويا للمجسم الذي من سطح ا في ا ح لان قاعدتيهما مكافيان لارتفاعيهما واعلم ان خط ب ه اذا كان ضعف
ه ا كان مربع ب ه في ه ا اعظم من مجسم مربع اى احد قسمين آخرين فرضا لخط ب ا في باقيه من الخط على ما نبينه فلذلك
يجب اذا كان الحكم كليا ان يشترط ان لا يكون المجسم الحاصل من الخط المعلوم في السطح المعلوم اعظم من المجسم الحاصل من ثلثا الخط
في مربع ثلثيه وتركيب ذلك هكذا ليكن الخطان اب اح والسطح ا ونريد ان نقسم اب قسمة يكون مجسم خط اب في سطح ا
مساويا للمجسم احد القسمين في مربع القسم الآخر وننظر فان كان مجسم خط ا ح في سطح ا اعظم من مجسم ثلث خط اب في مربع ثلثيه
كانت قسمة الخط على تلك النسبة غير ممكن لما وعدنا بيانه وان كان مساويا له كانت القسمة على التثليث وذلك لان المجسمات
المتساوية قواعدها مكافية لارتفاعاتها فيكون نسبة سطح ا الى مربع ثلثي الخط كنسبة ثلث الخط الى اح وهو المطلوب وان كان
اصغر فلنعد ط ح ح المتوازي الاضلاع بخطوطه كما كان ولان مجسم سطح ا في اح اصغر من مجسم مربع ب ه في اه فنسبة اه الى اح
كنسبة سطح ا الى سطح اصغر من مربع ب ه الذي هو مثل ر ك وليكن كنسبة سطح ا الى مربع ر د وليكن ح ح في ح م مساويا لسطح ا
فنسبة ه ا الى اح اعني نسبة ح ح الى ح ر التي هي كنسبة مربع ح ح الى سطح ح ح في ح ر كنسبة سطح ح ح في ح م الذي هو سطح ا
الى مربع ر د واذا ابدلنا كانت نسبة مربع ح ح الى سطح ح ح في ح م بل كنسبة
ح ح الى ح م التي هي نسبة سطح ح ح في ح ر الى سطح م في ح ر كنسبة سطح
ح ح في ح ر الى مربع ر د فسطح م في ح ر مساو لمربع ر د ونرسم قطع ح
س د المكافى تمر بنقطة ح ويكون سهمه ح ر وضلعه القايم ح م فهو تمر بنقطة

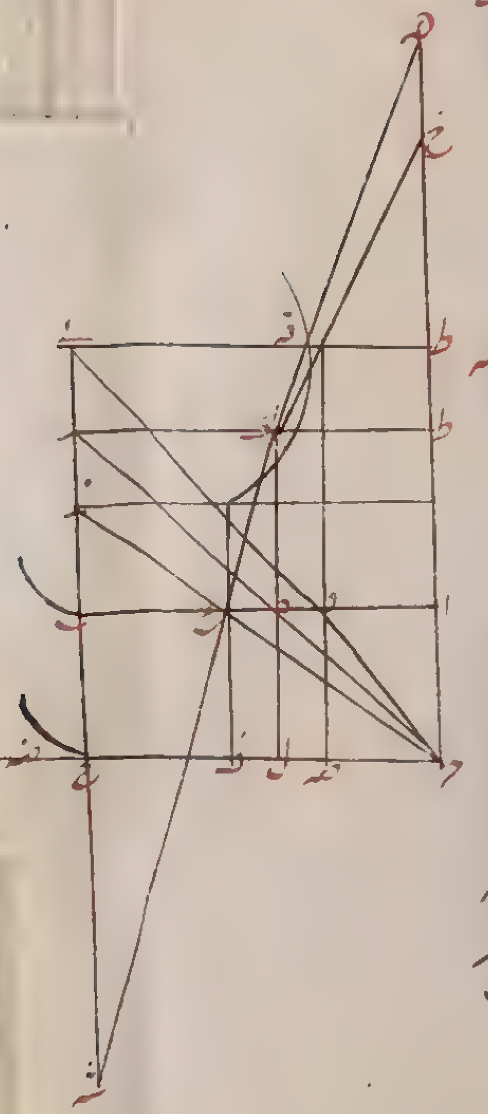


د لما مر وايضا سطحا ط ل اح متساويان وهما من ط ك في ك ل و ح ب في ب ا الموازيين لخطى ح ط ح ح فنرسم قطع ب س ك الزايد تمر
بنقطة ب ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه ح ط ح ح فهو تمر بنقطة ك لما مر ايضا وليتقاطع القطعان على س ونخرج من س
عمود س ع على اب فهو يقسم خط اب على القسمة المطلوبة وينفذ س ع الى ف ونخرج من س خط ا س ق موازيا لا ب ولان
خطى س ق س ف خارجان من نقطة من القطع الزايد الى الخطين اللذين لا يقعان عليه وموازيان لخطى ب ا ب ح الخارجين من
نقطة اخرى منه اليهما يكون سطح ق ف مساويا للسطح اح لما تبين في الشكل الثاني عشر من المقالة الثانية من المخروطات ويكون
كذلك سطح ق ح مساويا للسطح ع ح واذا وصلنا ح ر مر بنقطة ع فنسبة ع ا الى اح كنسبة ح ح الى ح ر بل كنسبة ح ح في ح م المساوي
لسطح ا الى ل ح في ح م المساوي لمربع ر س لكون ح س ر د قطعا مكافيا بل لمربع س ع فاذا نسبة ع ا الى اح كنسبة سطح ا الى مربع ب ع
وذلك ما قصدناه ونعيد لبيان وجوب الشرط المذكور متوازي اضلاع ح ر ط ح مع خطوطه المستقيمة كما كان وليكن نسبة اه
ثلث الخط الى اح كنسبة سطح ح ح في ح م الى مربع ب ه ويكون مجسم مربع في اه مساويا للمجسم ح ح في ح م في اح لكون القاعدتين
مكافئتين للارتفاعين ونقول هذ المجسم اعظم من كل مجسم يكون قاعدته مربع اى احد قسمين آخرين كانا لخط اب وارتفاعه
القسم الباقي ونرسم قطعا مكافيا تمر بنقطة ح ويكون سهمه ح ر وضلعه القايم ح م وهو تمر بنقطة ك كما مر في الحل واذا اخرج

هذا القطع

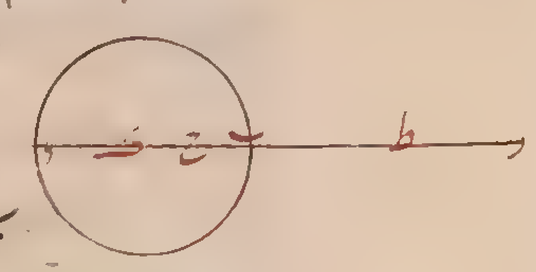
هذا القطع وصل الى ح ط الموازى لسهم القطع كما تبين في الشكل السادس من المقالة الاولى من المخروطات فليقطعه على ز ونرسم
قطعا زايدا تمر بنقطة ب ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه ح ط ح ح فهو يمر ايضا بنقطة ك كما مر في الحل ونخرج ر ح ويجعل ح ش
مساويا له ونصل ش ك ونخرجه الى ان يلقى ح ط على خ فهو يماس قطع ح ك لما تبين في الشكل الثالث والثلثين من المقالة الاولى من المخروطات
و ه ب كان مثلي ه ا فر ك مثلا ط ك ونسبة ر ك الى ك ش كنسبة ك ط الى ك خ فش ك مثلا ش ت لان ش ر مثلا ش ح ف ك ك خ
متساويان وخط ت ك خ لقي قطعا زايدا بمنصفه فيما بين الخطين اللذين لا يقعان عليه فهو مماس له لما تبين في عكس الشكل الثالث
من المقالة الثانية منه فالقطعان متماسان ايضا على ك ولنخرج القطع الزايد في جانب ق ونتعلم على خط ب ه نقطة ع كيف وقعت ونخرج
عليه خط ف ع س موازيا لح ط الى ان ينتهي الى القطع الزايد على س ونخرج من نقطة س على خط ث س ر موازيا لا ب وليقطع المكافي
على ر فمن اجل القطع الزايد وخطيه اللذان الى لا يقعان عليه يكون سطحا ث ف اح بل سطحا ث ع ع ح متساويان واذا وصلنا ح ر
مر بنقطة ع ومربع ر ا مساوٍ لسطح ر ح في ح م من اجل القطع المكافي ومربع ر س اصغر منه فليكن كسطح ت خ في ح ض ونسبة ع ا الى اح



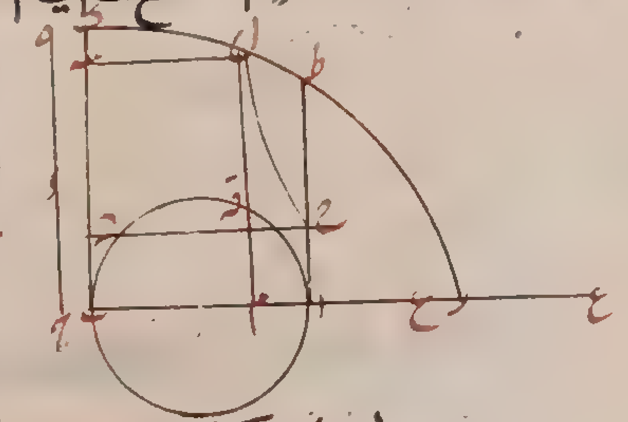


كنسبة ح ح الى ح ر بل كنسبة ح ح في ح ض الى ح ر في ح ض المساوي لمربع ر ض اعني
مربع ب ع فنسبة ع ا الى اح كنسبة سطح ح ح في ح ض الى مربع ب ع ومجسم ح ح في ح ض
في اح اصغر من مجسم ح ح في ح م في اح المساوي لمجسم مربع ب ه في خط ه ا فمجسم مربع ب ع
في خط ع ا اصغر من مجسم مربع ب ه في خط ه ا ثم نتعلم على خط ه ا ايضا نقطة و كيف وقعت
ونستانف التدبير المذكور فنخرج خط ض و ق موازيا لح ط الى ان يلقى القطع الزايد
على ق لما تبين في الشكل الثالث عشر من المقالة الثانية من المخروطات ونخرج من ق
خط ظ ق موازيا لا ب فيقطع المكافي على غ فيكون من اجل القطع المكافي الزايد سطحا
ظ ض اح بل سطحا ظ و و ح متساويين واذا وصلنا ح ى مر على نقطة و ويكون من اجل
القطع المكافي مربع غ ى مساويا للسطح ى ح في ح م فيكون مربع ق ى اصغر منه وليكن
كسطح ى ح في ح ض ونسبة و ا الى اح كنسبة ح ح الى ح ى بل كنسبة سطح ح ح في ح ض
الى سطح ى ح في ح ض اعني مربع و ب المساوي لقى فمجسم ح ح في ح ض في اح الذي
هو اصغر من مجسم ح ح في ح م في اح المساوي لمجسم مربع ب ه في خط ه ا مساوٍ لمجسم مربع
ب و في خط ا و فاذن مجسم مربع ب و في خط و ا اصغر من مجسم مربع ب ه في خط ه ا و
كذلك في ساير النقط فاذن صح ما ادعينا ونقول اذا كان معنا سطح وخط معلومان
وكان مجسمهما اصغر من مجسم ب ه في ه ا فلنا ان نقسم ا على نقطتين بقسمين كل واحد منهما كما وصفنا ونرسم لبيان ذلك قطعا
مكافيا يكون سهمه ر ح وقطره القايم ح ض فيمر لا محالة بنقطة س واذا كان هذا القطع يجب ان يلقى خط ح ز الموازى لقطره
وجب ان يقطع القطع الزايد على نقطة اخرى فوق نقطة ك فليقطعه على ق ونخرج عمود ق و ونقسم اب على و على الصفة المذكورة و
يكون حينئذٍ مجسم مربع ب و في خط و ا مساويا لمجسم مربع ب ع في خط ع ا لما مر في الشكل المتقدم فيقسم الخط على نقطتي ع و عن
جنبي نقطة ه قسمين كما وصفنا ويكون الشكل على ما رسمنا وقد يقع علينا ذكر السبب الذي لاجله لم يتعرض ارشميدس للركن
المذكور وذلك انه وضع قطر الكرة اب ونصفه ب ر والخط المعلوم ر ط والسطح المعلوم مربع قطر ا ب ونظر فيه فانتهى التحليل به
الى ان احتاج الى قسمة ا ر على نقطة يكون على القطر كنقطة ح القسمة المذكورة وقدر ان مجسم مربع السطح المعلوم في الخط المعلوم

لوكان اعظم من مجسم مربع ثلثي الخط الذي يراد قسمته مطلقا في ثلثه لامتنعت القسمة ولو كان مساويا له لكانت قسمة ار تقع
على نقطة ب طرف القطر ولم يكن تلك القسمة نافعة فيما قصده من جهة ان المجسم المعلوم كان هيهنا من
مربع قطر الكرة في رط الذي هو اقصر من رب اعني كان اصغر من مجسم مربع ثلثي الخط في ثلثه وان ارشميدس
كان قد عين نقطة ح على القطر لم يقع له احتياج الى ذكر القسمين الاولين اعني غير الممكن وغير النافع الذين

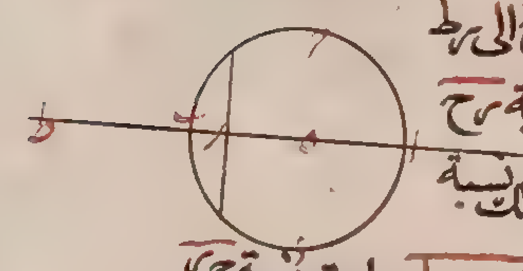


لم يكن وقوعهما في الخط على الوجه الذي قصد قسمته ثم ان القسمة المطلوبة لما كانت ممكنة في خط ار على نقطتين احديهما فيما بين
رب والاخرى يقع فيما بين ب ا وكانت الثانية متعينة لكون الاولى غير نافعة ايضا فيما قصده لم يقل ارشميدس في التركيب
اما نقسم خط ار لئلا يحتاج الى هذا التفصيل بل قال نقسم خط ب ا على ح قسمة يكون نسبة حر الذي هو احد قسمي خط ار
الى رط الذي هو الخط المعلوم كنسبة مربع اب الذي هو السطح المعلوم الى مربع اح الذي هو القسم الآخر من خط ار وانه كان
قد قال في الحل انه ينبغي ان يقسم خط ار القسمة المذكورة لان ذلك كان ما ادى اليه التحليل في الاول فاذن ظهر انه لم يحتج
على الوجه الذي اورده فيما كان محتاجا اليه الى ايراد تفصيل وشرط وذلك انه جعل الحكم خاصا بالصورة التي احتاج اليها ولم يورده
عاما على الوجه المحتاج الى الشرط والتفصيل طريقة ديونوسودورس في قسمة الكرة على نسبة مفروضة ليكن قطر الكرة المفروضة اب
والنسبة المفروضة نسبة حا الى اه والمطلوب قسمة الكرة بسطح يكون اب عمودا عليه قسمة يكون نسبة القطعة التي راسها ا الى القطعة
التي راسها ب كنسبة حا الى اه فنخرج با ونجعل ار نصف با ونجعل نسبة را الى اح نسبة حه الى اه وليكن اح عمودا على اب
ونأخذ خطا مناسبا للخطين را اح فيما بينهما وهو اط ويكون اطول من اح ونرسم على سهم رب قطعا مكافيا تمر بنقطة ر ويكون ضلعه
القائم اح فتمر بنقطة ط لان مربع اط يساوي سطح را في اح وليكن القطع رطك ونخرج من ب خط بك الى القطع موازيا لاح
ونرسم قطعا زايدا تمر بنقطة ح ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه اب بك فهو يقطع القطع المكافي فيما بين طك وليقطعه
على ل ونخرج من ل عمود لم على اب فهو قد قسم اب على سهمي القطعتين ولنخرج من نقطتي ح ل خطي حد لس موازيين لاب
ولان حل قطع زايد واب بك هما الخطان اللذان لا يقعان عليه وخطا لم لس موازيين لهما وخارجان من القطع
اليهما يكون سطح اح في حد مساويا للسطح مل في لس لما تبين في الشكل الثاني عشر من المقالة الثانية من المخروطات وحد مساو
لاب ولس مساو لمب فسطح لم في مب مساو لسطح اح في اب ونسبة لم الى اح كنسبة اب الى بم ونسبة مربع لم الى



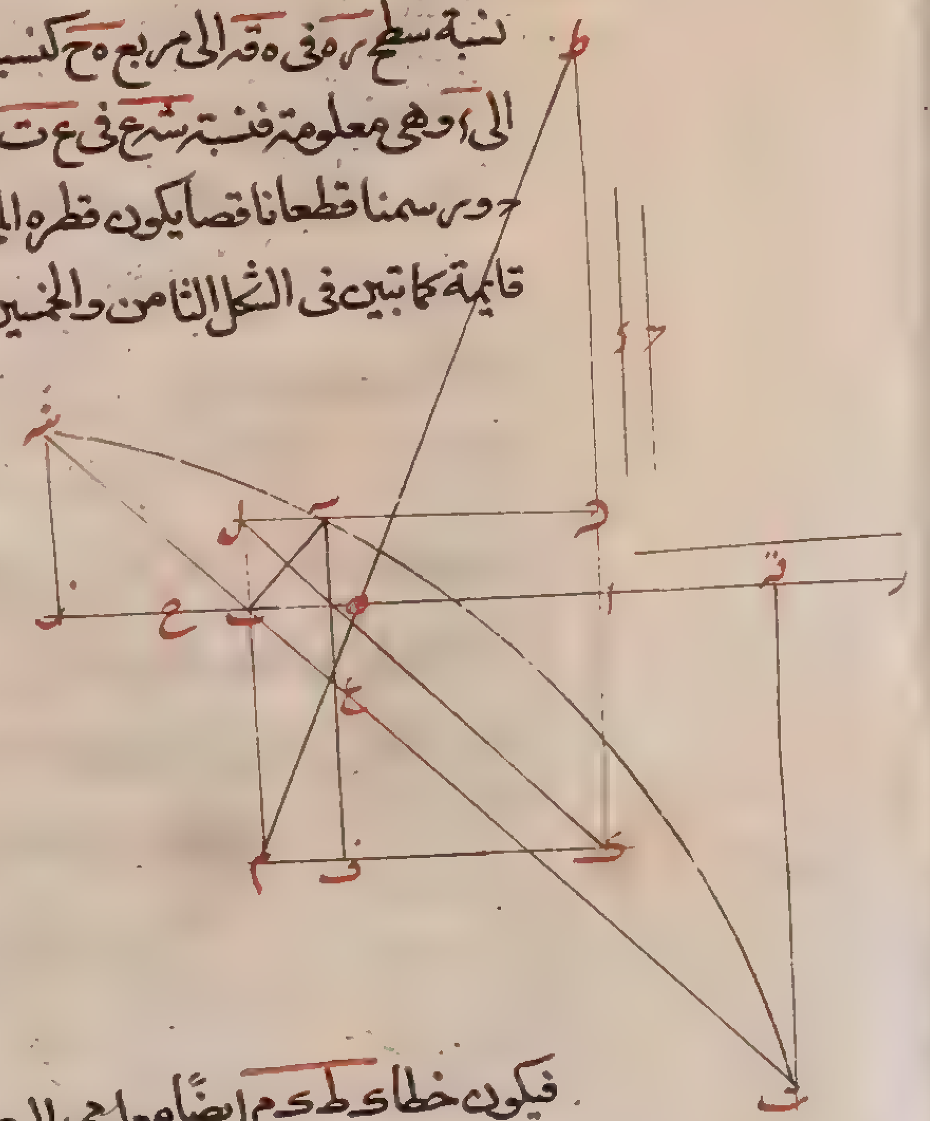
مربع اح كنسبة مربع اب الى مربع بم ومربع لم يساوي سطح مر في اح من جهة القطع
المكافي فنسبة رم الى اح كنسبة مربع لم الى مربع اح التي هي كنسبة مربع اب الى مربع
بم ونسبة مربع اب الى مربع بم كنسبة الدايرة التي نصف قطرها يساوي اب
الى الدائرة التي نصف قطرها بم فنسبة الدائرة التي نصف قطرها اب الى التي
نصف قطرها بم كنسبة رم الى اح والمخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها اب وارتفاعه اح مساو للمخروط
الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها بم وارتفاعه رم لكون القاعدتين مكافيتين للارتفاعين ونسبة المخروط
الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها اب وارتفاعه ار الى الذي قاعدته تلك القاعدة وارتفاعه اح كنسبة ار
الى اح اعني نسبة حه الى ها فنسبة المخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها اب وارتفاعه ار الى الذي قاعدته
الدائرة التي نصف قطرها بم وارتفاعه مر كنسبة حه الى ها لكن المخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها اب
وارتفاعه ار مساو للكرة والمخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها بم وارتفاعه رم مساو لقطعة الكرة التي
راسها

راسها ب وليكن لبيان ذلك نسبة عم الى مب كنسبة رم الى ما فالمخروط الذي قاعدته هذه القطعة من الكرة وارتفاعه
عم مساو لقطعة الكرة كما مر في الشكل الثاني من هذه المقالة ولان نسبة رم الى ما كنسبة عم الى مب يجب بالابدال ان نسبة رم
الى عم كنسبة ما الى مب التي هي كنسبة مربع قم الى مربع بم بل كنسبة الدائرة التي نصف قطرها قم الى الدائرة التي نصف
قطرها مب فنسبة الدائرة التي نصف قطرها قم الى الدائرة التي نصف قطرها مب كنسبة رم الى مع والمخروط الذي
قاعدته الدائرة التي نصف قطرها قم وارتفاعه عم اعني القطعة التي راسها ب من الكرة مساو للمخروط الذي
قاعدته الدائرة التي نصف قطرها مب وارتفاعه رم فقد ظهر ان نسبة الكرة الى القطعة التي راسها ب كنسبة حه
الى ها واذا فصلنا كانت نسبة القطعة التي راسها ا وارتفاعها ام الى القطعة التي راسها ب وارتفاعها بم كنسبة
حا الى اه فاذن السطح المار بخط قم يقسم الكرة القسمة المذكورة وذلك ما اردناه طريقة ديوقليس في كتابه
في المرايا المحرقة في ذلك قال ليكن الكرة على قطر اب ومركزها ه وليقطعها السطح المار بحا الى قطعتي حا ا حب ا ونجعل نسبة
ها را معا الى را كنسبة طر الى رب ونسبة هب بر معا الى رب كنسبة حر الى را وقد بين ارشميدس ان قطعة حا ا
مساوية لمخروط قاعدته حا وارتفاعه رح وان قطعة حب ا مساو لمخروط قاعدته تلك القاعدة وارتفاعه رط وان نسبة



المخروطين كنسبة رح الى رط ثم انه لما اراد ان تقسم الكرة بقسمين على نسبة مفروضة جعل نسبة رح الى رط
تلك النسبة وطول في برهانه وصار به الى مقدمة لم تبينها في كتابه ونحن نقول اذا كانت نسبة رح
الى را كنسبة هب بر معا الى رب فاذا فصلنا كانت نسبة حا الى ار كنسبة هب الى بر وبمثل ذلك نسبة
طب الى بر كنسبة ها الى ار ايضا فيكون المطلوب انما يحصل بقسمة اب على ر قسمة اذا ضم اليهما اح بط صارت نسبة حر
الى رط كنسبة مفروضة ونسبة حا الى ار كنسبة خط معلوم هو ها الى رب ونسبة طب الى بر كنسبة ها ايضا الى را فليكن
لوجود ذلك على طريق التحليل الخط المعلوم الوضع اب ونقطتا اب منه معلومتان والنسبة المعلومة نسبة ح الى ا وليكن قسمة
الخط على ه ونضم اليه را حب فيكون نسبة ره الى هح كنسبة ح الى ا ونسبة را الى اه كنسبة خط اك المعلوم مثلا الى خط به
ونسبة حب الى به كنسبة اك ايضا الى ها وليكن بم مساويا لاك وليقوما عمودين على اب ونصل كهم ونخرجهما الى
ان يلقيا مك على لط ونصل كم ونخرج لد موازيا ونخرج من ه سه ف موازيا لاك فلان نسبة را الى اه كنسبة مب
الى به بالفرض وهي كنسبة طا الى اه فنسبة را الى اه كنسبة طا الى اه فرا مساو لطا وكذلك يتبين ان حب مساو للب
ونسبة طا اه معا الى مب به معا كنسبة كا اه معا الى لب به معا لان نسبة كل الى نظيره كنسبة اه الى هب وليكن
كل واحد من اق بر مثل كا فسطح طا اه اعني ره من لب به اعني هح مساو لسطح مب به اعني ره في كا ا اعني قه
ولذلك يجب اذا كانت قر بين ار ان يكون ر خارجا عن به ولان نسبة ح ا الى ا كنسبة ره الى هح وهي كنسبة سطح ره
في هح اعني نسبة سطح ره في قه الى مربع هح يكون نسبة ح ا الى ا كنسبة سطح ره في قه الى مربع هح ونجعل هع مساويا له سع
نصل سع ونخرجه في الجهتين ونخرج عمود رش قت على اب الى ان يلقيا هما سع على ش ت ولان شرت مر على نقطة معلومة
من خط اب المعلوم الوضع واحاط معه بنصف قائمة اعني زاوية راب ت فهو ايضا معلوم الوضع وعمودا رش قت الخارجين
من نقطتين معلومتين من خط معلوم الوضع معلوما الوضع ايضا فنقطتا ش ت اللتين هما تقاطعا خطوط معلومة الوضع
معلومتان فخط شت معلوم الوضع والقدر جميعا ونسبة سب الى بع كنسبة رب الى به وبالتركيب نسبة شع الى عت كنسبة ره
الى هب ونسبة بع الى عب كنسبة به الى هق فبالمساوات المنتظمة نسبة شع الى عت كنسبة ره الى هق ونسبة سطح شع في عت

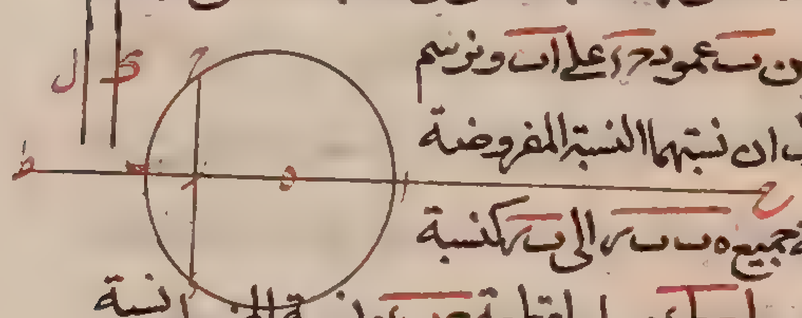
الى مربع عت كنسبة سطح ر ه فی ه قر الی مربع ه قر واذا ابدلنا كانت نسبة سطح شرع فی ع ت الی سطح ر ه فی ه قر كنسبة مربع ع ت
الى مربع ه قر ومربع ع ت ضعف مربع ه قر لان سع ضعف ب ه فی القوة فسطح شرع فی ع ت ضعف سطح ر ه فی ه قر وكانت
نسبة سطح ر ه فی ه قر الى مربع وح كنسبة ح الى ا ومربع وح مساو لمربع سرع فنسبة شرع فی ع ت الی مربع سرع كنسبة ضعف ح
الى ا وهی معلومة فنسبة شرع فی ع ت الی مربع سر معلومة فاذا جعلنا نسبة شرت الی خط آخر ولیكن ث كنسبة ا الی ضعف
ح ورسمنا قطعا ناقصا یكون قطره المجانب شرت وضلعه القايم ث وزاویة خطوط ترتیبه زاویة شرع سر التی هی نصف
قايمة كما تبین فی الشكل الثامن والخمسین من المقالة الاولى من كتاب المخروطات مر ذلك القطع بنقطة سر اذا كانت نسبة



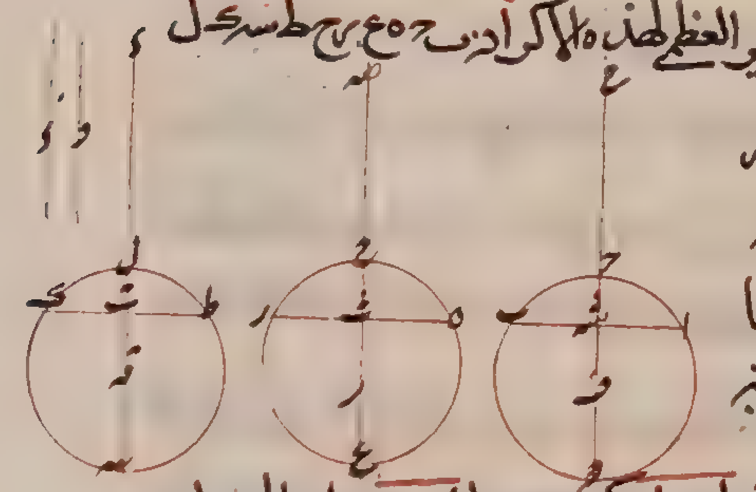
مربع سرع الى مربع سطح شرع فی ع ت كنسبة الضلع القايم الى القطر المجانب
كما تبین فی عكس الشكل الحادی والعشرین من المقالة الاولى من كتاب المخروطات
ولیكن ذلك قطع شرسرت ویكون معلوم الوضع لكون القطر والزاویة معلومی
الوضع والقدر ولان خط ا ك قطر سطح د م یكون سطح د سر فی سر ف مساویا
لسطح اب فی ب م فاذا رسمنا قطعا زايدا یمر بنقطة ب وكان الخطان اللذان
لا یقعان علیه ك ط ك م كما تبین فی الشكل الرابع من المقالة الثانیة منه مر
ذلك القطع بنقطة سر كما تبین فی الشكل الثانی عشر من المقالة الثانیة منه
ویكون القطع معلوم الوضع لان نقطة ب وخطی اب ب م معلومة الوضع
فیكون خطا ك ط ك م ایضا معلومی الوضع ولیكن القطع سر ب فنقطة سر على تقاطع قطعین ناقص وزايد معلومی الوضع
فهی معلومة الوضع وقد اخرج منها عمود سر ه الى خط اب المعلوم القدر والوضع فنقطة ه معلومة وخطوط ا ه ه ب ا ر ب ح
معلومة النسب المذكورة وتركیب ذلك هكذا لیكن الخط الذی نرید قسمة اب والخط الآخر المعلوم ا ك والنسبة المفروضة
نسبة ح الى ا ونخرج عمودی ا ك ب م المتساویین على اب ونصل ك م ونجعل ا قر ب ر متساویین لا ك ونخرج عمودی قرت ر ع
ونعمل على ب من اب نصف قايمة وهی زاویة اب ع ونخرج ف ع الى شر وت من العمودین ونجعل نسبة شرت الى ث كنسبة
ا الى ضعف ح ونرسم على شرك قطعا ناقصا یكون خطوط ترتیبه على قطره المجانب اعنی شرت على نصف قايمة وضلعه القايم
ث وهو قطع شرسرت ونرسم قطعا زايدا یمر بنقطة ب ویكون الخطان اللذان لا یقعان علیه ك ا ك م وهو قطع ب سر
فیقطع القطع الناقص ولیكن على نقطة سر ونخرج من سر على اب عمود سر ه فهو یقسم الخط على ما نرید وننفذه الى ف ونخرج
من سر ل سر د موازیا لاب ونصل م ك ه ونخرج ك ا م ه الى ان یلتقیا على ط ونصل ك ه ل ه فسطح د ف مساویا لسطح ا م من
جهة القطع الزايد بل سطح د ه بسطح ب ف فخط ل ه ك مستقیم ولیكن ا ر مساویا لـ ط ا وح ب مساویا لـ ل ب ولان نسبة ضعف
ح الى ا كنسبة ث الى شرت التی هی كنسبة سطح شرع فی ع ت الى مربع سرع ونسبة سر ب الى ب ع كنسبة ر ب الى ب ه وبالتركیب
نسبة شرع الى ع ب كنسبة ر ه الى ه ب ونسبة ب ع الى ع ت كنسبة ب ه الى ه قر فبالمساواة المنتظمة نسبة شرع الى ع ت
كنسبة ر ه الى ه قر ونسبة سطح شرع فی ع ت الى مربع ع ت كنسبة سطح ر ه فی ه قر الى مربع ه قر واذا ابدلنا كانت نسبة سطح شرع
فی ع ت الى سطح ر ه فی ه قر كنسبة مربع ع ت الى مربع ه قر ومربع ع ت ضعف مربع ه قر لان ب ع ضعف ب ه فی القوة
فسطح شرع فی ع ت ضعف سطح ر ه فی ه قر وقد تبین ان نسبة ضعف ح الى ا كنسبة سطح شرع فی ع ت الى مربع سر ه
لنسبة شرت الى ب ع كنسبة ر ب الى ب ه وبالتركیب نسبة شرع الى ع ت اعنی مربع وح فنسبة ح الى ا كنسبة سطح ر ه فی قر

الى مربع

الى مربع وح ولان نسبة ك ا اه اعنی قر ه الى ل ب ب ه اعنی وح كنسبة ط ا ا ه اعنی ر ه الى م ب ب ه اعنی ه ر فسطح ر ه فی وح
مساو لسطح قر ه فی ه ر ونسبة ح الى ا كنسبة ر ه فی وح بل كنسبة ر ه الى وح ونسبة ر ب الى ب ه اعنی م ب المساوی لـ ك ا الى ا ه
كنسبة ط ا الى ا ه اعنی ر ا الى ا ه فنسبة ر ا الى ا ه كنسبة ك ا الى ه ب وبمثل ذلك نبین ان نسبة ك ا الى ا ه كنسبة ط ا الى ا ح ب
الى ب ه وذلك ما قصدناه والشكل كما كان فی الحل واذ تبین ما قدمناه فلنعد قطر الكرة وهو اب والمركز وهو ه كما كان اولا ولیكن
النسبة المفروضة نسبة ك الى ل ونقسم اب على ر قسمة یكون نسبة ح ر الى ر ط كنسبة ك الى ل ونسبة ه ب الى ب ر كنسبة
ا ح الى ا ر ونسبة ه ا الى ا ر كنسبة ط ب الى ب ر كما قررناه ونخرج من ب عمود ح د على اب ونرسم

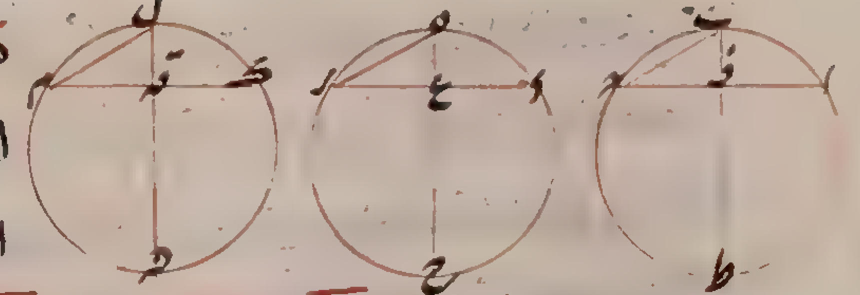


سطحا یمر بـ ح د ویكون اب عمودا علیه فیقسم الكرة الى قطعتین ونقول ان نسبتهما النسبة المفروضة
وذلك لان نسبة ه ب الى ب ر كنسبة ح ا الى ا ر وبالتركیب نسبة جمیع ه ب ب ر الى ب ر كنسبة
جمیع ح ر الى ر المخروط ح د مساو لقطعة ح ا د وبمثله نبین ان مخروط ط ح د مساو لقطعة ح ب د ونسبة المخروطین نسبة
ح ر الى ر ط وهی النسبة المفروضة فنسبة القطعتین هی النسبة المفروضة وهذا جمیع ما اورده اوطوقیوس فی هذا
الباب ونعود الى الكتاب ﻩ نرید ان نعمل قطعة كرة مساویة لقطعة كرة معلومة شبیهة لقطعة كرة اخرى معلومة
فلیكن القطعتان المعلومتان اب ح ه ر ح وقاعدة قطعة اب ح الدايرة التی قطرها اب وراسها ح وقاعدة قطعة ه ر ح
الدايرة التی قطرها ه ر وراسها ح ونرید ان نعمل قطعة مساویة لقطعة اب ح وشبیهة بقطعة ه ر ح فلیكن القطعة ط ك ل
كما اردنا ولیكن قاعدتها الدايرة التی قطرها ط ك وراسها ل ولیكن الدوایر العظمى لهذه الاكر اد ب ح ه ع ر ح ط سر ك ل
ولیكن اقطارها ح د ح ع ل سر وهی اعمدة على قواعد القطع ولیكن المراكز



ف ر قر ولیكن نسبة ف د ر شر معا الى د شر كنسبة صر ث الى ث ح ونسبة
قر سر ت معا الى سر ت كنسبة ر ت الى ت ل ولیكن مخروطات قواعدها
الدوایر المارة باب ه ر ط ك ورؤسها خ صر ر وهی مساویة للقطع كل لصاحبه
لما مر فی الشكل الثانی من هذه المقالة ولان قطعة ط ك ل یكون مخروط اب خ مساویا لمخروط
ط ك ر فیكون قاعدتاهما مكافیتین لارتفاعیهما اعنی نسبة دايرة اب الى دايرة ط ك بل مربع اب الى مربع ط ك كنسبة ر ت
الى خ شر ولان قطعة كرة ه ر ح شبیهة بقطعة كرة ط ك ل یكون مخروط صر ه ر شبیها بمخروط ر ط ك كما سار ذكره
ونسبة صر ث الى ه ر كنسبة ر ت الى ط ك ونسبة صر ث الى ه ر معلومة فنسبة ر ت الى ط ك معلومة ولیكن نسبة
خ شر الى ر كنسبة ر ت الى ط ك المعلومة وخ شر معلوم فر معلوم ویكون نسبة ر ت الى خ شر اعنی نسبة مربع اب الى
مربع ط ك كنسبة ط ك الى ر ولیكن سطح اب خ ومساویة لمربع ط ك فیكون نسبة مربع اب الى مربع ط ك التی هی
كنسبة ط ك الى ر كنسبة اب الى و فنسبة اب الى ط ك بالابدال كنسبة و الى ر ویكون اب ط ك و ر متناسبة على التوالی
وخطا اب ر معلومان فخطا ط ك و معلومان وتركیبه هكذا لیكن القطعة التی نرید ان نعمل قطعة یساویها قطعة
اب ح والتی نرید ان یكون المعلومة شبیهة بها قطعة ه ر ح ولیكن الدايرتان وسایر الاضلاع كما فی الحل فمخروط خ اب
مساو لقطعة اب ح ومخروط صر ه ر مساو لقطعة ه ر ح ولیكن نسبة صر ث الى ه ر كنسبة خ شر الى ر وناخذ خطین
فیما بین خطی اب ر ینا سبانهما وهما ط ك و حتى یكون اب ط ك و ر متناسبة ونرسم على ط ك قطعة ط ك ل من الدايرة
شبیهة بقطعة ه ر ح من دايرتها ونتم ط ل ك سر ولیكن القطر ل سر ونثبته وندیر الدايرة فیحدث الكرة ومركزها قر

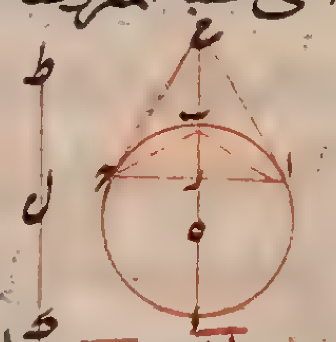
ونرسم على ي ط سطحا يكون القطر عمودا عليه فينقسم الكرة بقطعتين ويكون قطعة ط ي ل كما اردنا اما كونها شبيهة بقطعة ه ر ح
فلتشابه قطعتي دائرتين واما كونها مساوية لقطعة ا ب ح فلانا اذا جعلنا نسبة ق س س ت معا الى س ت كنسبة ز ت الى ت ل
كان مخروط ز ي ط مساويا للقطعة ل ي ط لما مر في الشكل الثاني من هذه المقالة ويكون لكون مخروطي ز ي ط ص ه ر متشابهين
نسبة ص ث الى ه ر اعني نسبة ح ش الى ز كنسبة ا ث الى ط ي ونسبة ت ز الى خ ش كنسبة ط ي الى ز ولان خطوط ا ث خ
و ز متناسبة يكون نسبة مربع ا ب الى مربع ي ط كنسبة ط ي الى ز اعني كنسبة ز ت الى خ ش ونسبة مربع ا ب الى مربع
ي ط كنسبة دايرتيهما اللتين هما قاعدتا القطعتين والمخروطين فنسبة قاعدتي المخروطين مكافئتين لارتفاعيهما فهما
متساويان فالقطعتان متساويتان فاذن قطعة ط ي ل المعمولة مساو لقطعة ا ب ح ومشابهة لقطعة ه ر ح وذلك ما
اردناه اقول انما يجب من تشابه قطعتي ه ر ح ط ي ل من الكرتين تشابه مخروطي ص ه ر ز ط ي لانهما يوجبان تشابه قطعتي
ه ر ح ط ي ل من الدائرتين وكون نسبة ح ث الى ث ه كنسبة ل ت الى ت ط و نسبة ح ث الى ث ع كنسبة ل ت الى
ت س ونسبة ح ع الى ح ث كنسبة ل س الى ل ت وقد مر في الشكل الثاني من هذه المقالة ان نسبة ص ح الى ح ر كنسبة
ح ث الى ث ع و نسبة ز ل الى ل ق كنسبة ل ت الى ت س فيكون نسبة ص ح الى ح ر كنسبة ز ل الى ل ق ونسبة ص ح
الى ح ع كنسبة ز ل الى ل س وكانت نسبة ح ع الى ح ث كنسبة ل س الى ل ت فبالمساوات نسبة ص ح الى ح ث كنسبة
ز ل الى ل ث و بالتركيب نسبة ص ث الى ث ح كنسبة ز ت الى ل ث وكانت نسبة ث ح الى ث ه كنسبة ل ت الى
ت ط فبالمساوات نسبة ص ث الى ث ه ثم الى ه ر كنسبة ز ت الى ت ط ثم الى ي ط فاذن مخروطا ص ه ر ز ط ي متشابهان
واما الطريق الى وجود خطي ط ي و فيما بين خطي ا ب ز على نسبة فكما ذكرت بعد الشكل الاول من هذه المقالة انه كيف
يوجد خطان مناسبان لخطين معلومين فيما بينهما بحسب اصول كتاب المخروطات وليس في هذا الكتاب ما هو مبني
على اصول ذلك الكتاب سوى هذه المقدمة المحتاج اليها في الشكل الاول المذكور وفي هذا الشكل وسوى المقدمة
المذكورة في الشكل الرابع من هذه المقالة ايضا وهي قسمة الخط الى قسمين يكون نسبة خط معلوم الى احدهما كنسبة مربع
الاخر الى سطح معلوم ونعود الى الكتاب   لنا ان نعمل قطعة كرة يشبه قطعة اخرى معلومة من كرة ويساوي سطحها
سطح قطعة اخرى معلومة من تلك الكرة او من كرة فلتكن القطعتان المعلومتان قطعتي ا ب ح ز ه ر ولتكن قطعة ي ك م
شبيهة بقطعة ا ب ح وسطحها مساو لسطح ز ه ر وهي المطلوبة فنفرضها موجودة ولتكن الدواير العظام التي ذكرها القائمة
سطوحها على قواعد القطع دواير ا ب ح ط ه ر ح ي ك ل م د ر والفصول المشتركة التي في القواعد ا ح ز ر ي م والاقطار القائمة
عليها ب ط ه ح ل د ونصل خطوط ب ح ه ر ل م فلان سطح قطعة ي ك م مساو لسطح قطعة ز ه ر يكون الدائرة التي نصف
قطرها ل م مساوية للتي نصف قطرها ه ر لان كل واحدة منها مساوية لسطح قطعتها كما مر في الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه
من المقالة الاولى فخطا ه ر ل م متساويين ولان قطعتي كرتي ي ك ل م ا ب ح متشابهتان يكون نسبة ق ل الى ق م كنسبة ب ف الى
ف ح ونسبة م ق الى ق د كنسبة ف ح الى ف ط فنسبة ل ق الى ق د كنسبة ب ف الى ف ط وبعد العكس والتركيب نسبة



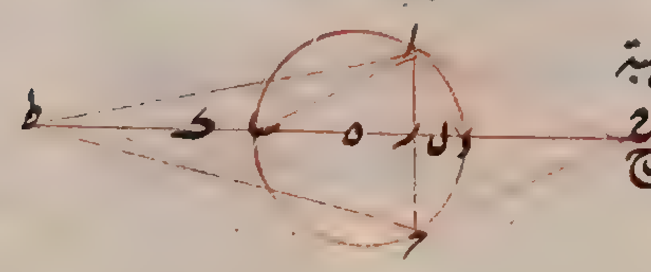
د ل الى ل ق كنسبة ط ب الى ب ف ونسبة ق ل الى ل م كنسبة ب ف
الى ف ح فنسبة د ل الى ل م بل الى ه ر كنسبة ط ب الى ب ح ونسبة ه ر
الى ب ح كنسبة د ل الى ط ب ونسبة ه ر الى ب ح معلومة وكل واحد
من ه ر ب ح معلوم فنسبة د ل الى ب ط معلومة و ب ط معلوم فكرة ل م د ي معلومة وتركيبه هكذا لتكن قطعتا ا ب ح ز ه ر

من الكرتين

من الكرتين معلومتين ونريد قطعة كرة يشبه قطعة كرة ا ب ح و يساوي سطحها سطح قطعة ز ه ر ولتكن الكرتان والقطران كما
وصفنا في الحل ونجعل نسبة ب ح الى ه ر كنسبة ب ط الى ل د ونعمل على ل د دائرة ثم كرة دايرتها العظيمة دائرة ل د ي م ونقسم
د ل على ق قسمين يكون نسبة د ق الى ق ل كنسبة ط ف الى ف ب ونخرج من ق سطحا يكون د ل عمودا عليه وليمر بـ ي م ونصل ل م
ولان قطعتي ي م ل ا ب ح من الدايرتين متشابهتان يكون قطعتاهما من الكرتين متشابهتين فنسبة ط ي الى ب ف كنسبة
د ل الى ل ق ونسبة ب ف الى ب ح كنسبة ل ق الى ل م فنسبة ب ط الى ب ح كنسبة ل د الى ل م وبالابدال نسبة ب ط الى ل د
التي هي كنسبة ب ح الى ه ر كنسبة ب ح الى ل م فنسبة ب ط الى ب ح فه ر ل م متساويان فسطحا قطعتي ه ر ل م ي من الكرتين
متساويان فاذن قد عملنا ما اردنا ر نريد ان نفصل من كرة معلومة بسطح قطعة يكون نسبتها الى المخروط الذي قاعدته
قاعدتها وارتفاعه ارتفاعها كنسبة مفروضة فليكن اعظم دائرة في الكرة المعلومة ا ب ح ز وقطرها ب ز والمركز ه ونريد
ان نفصل من الكرة بسطح كالذي تمر على ا ح قطعة ا ب ح يكون نسبتها الى مخروط ا ب ح كنسبة مفروضة ولتكن كما فرضناه
فنجعل نسبة ز ه ر معا الى ز ر كنسبة ر ح الى ر ب فمخروط ا ح ح مساو لقطعة كرة ا ب ح لما مر في الشكل الثاني من هذه المقالة
فنسبة مخروط ا ح ح الى مخروط ا ب ح اعني نسبة ح ر الى ب ر معلومة فنسبة ه ز ر معا الى ز ر معلومة ونسبة ه ز الى ز ر معلومة
وخط ه ز معلوم فخط ز ر معلوم فخط ا ح معلوم ولان نسبة ز ه الى ز ر اعظم من نسبة الى ز ب يكون نسبة ز ه ر بالتركيب الى ز ر
اعني النسبة المفروضة اعظم من نسبة ز ه ب الى ز ب ونسبة ز ه ب الى ز ب كنسبة الثلثة الى الاثنين فاذن ز ه ب ثلثة



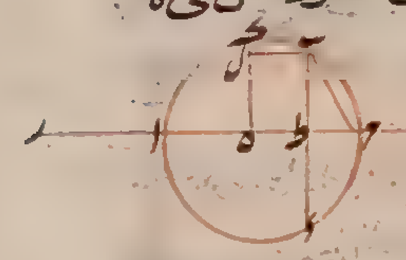
ثلثة امثال ز ه و ز ب مثلاه فالنسبة المفروضة يجب ان يكون اعظم من نسبة الثلثة الى الاثنين و
وتركيبه هكذا لتكن الدايرة العظيمة في الكرة المعلومة ا ب ح ز والقطر ب ز والمركز ه والنسبة المفروضة
نسبة ط ي الى ي ل وهما اعظم من نسبة الثلثة الى الاثنين اعني من نسبة ز ه ب الى ز ب وبالتفصيل
نسبة ط ل الى ل ي اعظم من نسبة ه ز الى ز ب ونجعل نسبة ه ز الى ز ر كنسبة ط ل الى ي ل ونخرج من نقطة ر عمودا على ب ز
وهو ا ر ح و تمر عليه سطحا يكون ب ز عمودا عليه فيكون قطعة كرة ا ب ح هي المطلوبة لانا اذا جعلنا نسبة ه ز ر الى ز ر كنسبة
ح ر الى ر ب كانت نسبة ط ي الى ي ل كنسبة ح ر الى ر ب اعني نسبة مخروط ح ا ح الى مخروط ب ا ح بل كنسبة قطعة كرة ب ا ح
الى مخروط ب ا ح وذلك ما اردناه ح اذا قطع الكرة سطح على غير مركزها بقطعتين كانت نسبة القطعة العظمى الى القطعة الصغرى
اصغر من نسبة سطح القطعة العظمى الى سطح القطعة الصغرى مثناة بالتكرير واعظم من النسبة المؤلفة من نسبة السطحين
المذكورة ومن نسبة اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة السطحين المذكورة فليكن الدايرة العظمى على تلك الكرة ا ب ح ز والقطر ب ز
والمركز ه وليقطعها سطح تمر با ح و يكون ب ز عمودا عليه ونصل ا ب ا ز ونجعل نسبة ه ز ر الى ز ر كنسبة ط ر الى ر ب ونسبة ه ب ر
الى ب ر كنسبة ح ر الى ر ز و يكون بالتفصيل والابدال كما مر ان نسبة ب ر الى ر ز كنسبة ط ب الى ب ه وكنسبة ه ز الى ح ز
ونرسم مخروطي ا ط ح ا ح ح المساويين للقطعتين كما مر من الكرة من هذه المقالة فنسبة سطح قطعة ا ب ح الى سطح قطعة ا ز ح
كنسبة مربع ا ب الى مربع ا ز لما مر في الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى ونسبة مربع ا ب الى مربع ا ز كنسبة
ب ر الى ر ز اعني نسبة ط ب الى ب ه ولتكن ب ي مساويا لـ ب ه و ب ط اطول من ب ي لان ب ر اطول من ر ز ونسبة
ي ر الى ر ب كنسبة ح ر الى ر ز واذا بدلنا كانت نسبة ي ر الى ر ح كنسبة ب ر الى ر ز اعني نسبة ط ب الى ب ه بل الى ب ي
ونسبة ط ر الى ر ي اصغر من نسبة ط ب الى ب ي فنسبة ط ر الى ر ي اصغر من نسبة



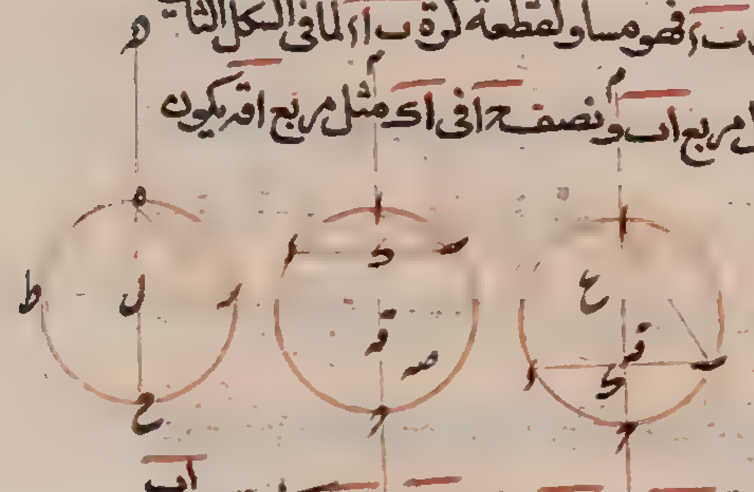
ي ر الى ر ح وسطح ط ر في ر ح اصغر من مربع ي ر فنسبة سطح ط ر في ر ح الى مربع ر ح

التي هي كنسبة طر الى رح اصغر من نسبة مربع ىر الى مربع رح كنسبة ىر الى رح مثناة وكانت نسبة ىر الى رح كنسبة ىه
الى ر ا فنسبة طر الى رح اعني نسبة القطعة العظمى الى القطعة الصغرى اصغر من نسبة ىه الى ر ا مثناة اعني نسبة مربع اب
الى مربع ا ا بل نسبة السطح الى السطح ونقول ايضا خط ب ا نصف على ه وقسم بمختلفين على ب فسطح ىر في ر ا اصغر من مربع
ىه ونسبة ىر الى ىه اصغر من نسبة ىه الى ر ا وكانت نسبة ه ا المساوي لـ ه الى ر ا كنسبة طب الى ىر فنسبة
ىر الى ىه اعني الى ىى اصغر من نسبة طب الى ىر فمربع ىر اصغر من سطح طب في ىى وليكن مربع ىل
كسطح طب في ىى فنسبة طب الى ىل كنسبة ىل الى ىى وكنسبة طل الى لى وهي النسبة التي اذا ثنيت بالتكرير
كانت كنسبة طب الى ىى بل طب الى ىه التي هي كنسبة رى الى رح المساوية لنسبة ىر الى ر ا اعني نسبة مربع اب
الى مربع ا ا التي هي نسبة السطحين ولما كانت نسبة طى الى ىر اعظم من نسبة طى الى ىل فبالتركيب يكون نسبة
طر الى رى اعظم من نسبة طل الى لى واذا الفت نسبة رى الى رح اعني نسبة السطحين بنسبة طر الى رى كانت المؤلفة
نسبة طر الى رح وهي نسبة مخروط اح الى مخروط اح اعني قطعة كرة ب اح الى قطعة كرة ح اح وهي اعظم من نسبة رى الى
رح اعني نسبة السطحين اذا الفت بنسبة طل الى لى التي هي النسبة التي اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة السطحين
فنسبة قطعة كرة ب اح الى قطعة كرة ح اح اصغر من نسبة السطح الى السطح مثناة واعظم من نسبة السطح الى السطح المذكورة
مؤلفة بالنسبة التي اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة السطح الى السطح المذكورة وبوجه آخر وليكن الدائرة العظمى بالكرة اب ا
والقطر اح والمركز ه ولنفصل بسطح تمر بـ ب ا ويكون اح عمودا عليه الى قطعتي ا ا ب ح ا ب ونصل اب ب ح ونجعل كل واحد من ار
رح مثل ه ا ونقول نسبة قطعة كرة ا ا ب الى قطعة كرة ح ا ب مؤلفة من نسبة قطعة كرة ا ا ب الى مخروط ا ا ب ومن نسبة
مخروط ح ا ب الى قطعة كرة ح ا ب وكانت نسبة قطعة كرة ا ا ب الى مخروط ا ا ب كنسبة ح ط الى طح لما تبين في الشكل
الثاني من هذه المقالة ونسبة مخروط ا ا ب الى مخروط ح ا ب كنسبة اط الى طح ونسبة مخروط ح ا ب الى قطعة ح ا ب
كنسبة اط الى طر والنسبة المؤلفة من نسبة ح ط الى طح ونسبة اط الى طح الاولين هي نسبة سطح ح ط في اط الى مربع
طح والنسبة المؤلفة منها ومن نسبة اط الى طر الاخيرة هي نسبة ح ط في اط الى مربع طح في طر اعني نسبة ح ط في مربع اط الى
طر في مربع طح ونسبة اط الى طح فحاصل الدعوى الاولى هو ان نسبة ح ط في مربع اط الى اط في مربع طح اصغر من نسبة
اط الى طح مثناة اعني من نسبة مربع اط الى مربع طح وانما يتبين ذلك ان تبين ان نسبة ح ط في مربع اط الى طر في مربع طح
اصغر من نسبة مربع اط الى مربع ح ط التي هي كنسبة طح في مربع اط الى طح في مربع طح وانما تبين ذلك ان تبين ان طر
في مربع طح اعظم من طح في مربع طح وذلك بين لان طر اعظم من طح وايضا نسبة سطح قطعة ا ا ب الى سطح قطعة ح ا ب
هي نسبة مربع اب الى مربع بح والنسبة التي اذا ثنيت بالتكرير كانت كهذه النسبة هي نسبة اب الى بح والنسبة المؤلفة
من نسبة السطحين ومن النسبة التي مثناها كنسبة السطحين هي نسبة مكعب اب الى مكعب بح التي هي كنسبة مكعب ا ا الى
مكعب طب وهذه النسبة مؤلفة من نسبة مربع اط الى مربع طب ومن اط الى طب ونسبة مربع اط الى مربع طب كنسبة
اط الى طح فالنسبة المؤلفة هي مؤلفة من نسبة اط الى طح ومن نسبة اط الى طب اعني نسبة مربع اط الى سطح طح في طب
وهي كنسبة طح في مربع اط في طح في سطح طح في طب فعلينا ان نبين ان نسبة ح ط في مربع اط الى طر في مربع طح اعظم من نسبة
طح في مربع اط الى طح في سطح طح في طب وانما يتبين ذلك ان تبين ان طر في مربع طح اصغر من طح في سطح طح في طب و
يتبين ذلك ان تبين ان نسبة مربع طح الى سطح طر في طب التي هي كنسبة طح الى طب اصغر من نسبة طح الى طر ويتبين
ذلك

ذلك ان تبين ان نسبة طح الى طر اعظم من نسبة طح الى طب ونخرج من مركزه عمود ه ى على اح ومن ب عمود ب ل على ه ى فاذا
القينا المقدم والتالي الاخيرين من المقدم والتالي الاولين بقيت نسبة رح اعني ه ى الى ل ى ط اجميعا

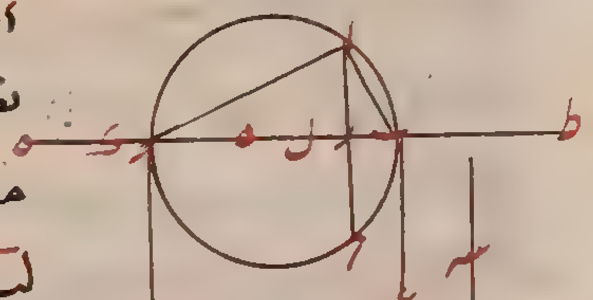


اعظم من نسبة طح الى طب اعني نسبة طب الى ط ا بل ل ه الى ط ا ونحتاج ان نبين انا اذا ابدلنا كانت
نسبة ه ى الى ل ه اعظم من نسبة ل ى ط اجميعا الى ط ا ونبين ذلك اذا فصلنا وكانت نسبة ى ل الى ل ه
اعظم من نسبة ى ل الى ط ا وذلك كذلك لان ه ل اصغر من ط ا فاذن الحكمان ثابتان وذلك ما اردناه اذا كان نصف
كرة سطحه مساو لسطح قطعة اخرى اصغر او اكبر من نصفها كان المجسم النصف اعظم من مجسم القطعة فليكن الدايرة العظيمة
لكرة اب ح ا والقطر اح والاخرى ه رح لط والقطر ه ح وليقطع الاولى سطح لا يمر بمركزها والاخرى سطح تمر بمركزها والقطر ان عمودا
على السطحين وفصلاهما المشتركان ب ا لـ ر فيكون قطعة لـ ر نصف الكرة وقطعة ب ا اعظم من النصف في الصورة التي عليها ع
اصغر منه في الصورة التي عليها ص وليكن سطح النصف مساويا لسطح كل واحد من القطعتين فنقول ان مجسم نصف ر ه ط
اعظم من مجسم ب ا ا فلان السطوح متساوية كان ه ر مساويا لـ اب لما مر في الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى
ولان قطعة دائرة ب ا ا في صورة ع اعظم من النصف يكون اب في القوة اصغر من مثلي ا ى في القوة واعظم من مثلي نصف
قطر الكرة في القوة وليكن مثلي اق في القوة ولان قطعة دائرة ب ا ا في صورة ص اصغر من النصف يكون اب في القوة اعظم من
مثلي ا ى في القوة واصغر من مثلي نصف القطر في القوة وليكن مثلي اق في القوة وليكن ح س مساويا لنصف قطر دائرة اح ونجعل
نسبة م ا الى ا ى كنسبة ح س الى ح ى ونعمل مخروطا راسه م وقاعدته دائرة ب ا فهو مساو لقطعة كرة ب ا ا لما في الشكل الثاني
من هذه المقالة وليكن ه ن مساويا لنصف كرة ر ه ط ولان ح ا في ا ى مثل مربع اب ونصف ح ا في ا ى مثل مربع اق يكون
م اق وسطا بين ا ى ونصف اح في النسبة ويكون ق ا الى منتصف اح اقرب
من ى فيكون اق في ق ح اعظم من ا ى في ى ح واذا زيد عليهما مربع اق اعني ا ى

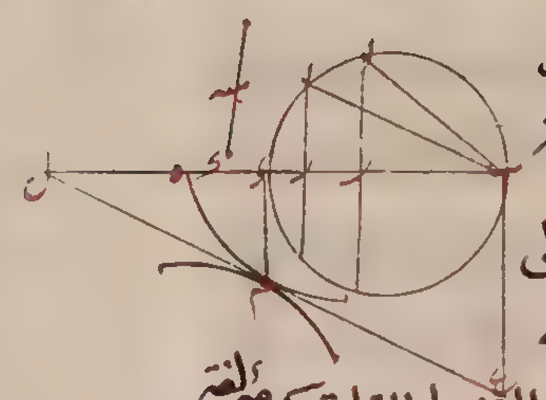


في ح س صار ح ا في اق اعظم من ا ى في ى س وكان ا ى في ى س مساويا لـ م ى
في ى ح لكون س الاربعة متناسبة فيصير نسبة ح ا الى ح ى اعظم من نسبة م ى الى اق ونسبة ح ا الى ح ى كنسبة مربع اب
الى مربع ب ى فنسبة نصف مربع اب اعني مربع ر ل الى مربع ب ى اعظم من نسبة م ى الى مثلي اق المساوي لـ ل ن فنسبة
الدائرة التي قطرها ر ط الى الدائرة التي قطرها ب ا اعظم من نسبة م ى الى ن ل فاذن مخروط ن ر ط اعني نصف كرة ه ر ط
اعظم من مخروط ب م ا اعني قطعة كرة اب ا وذلك ما اردناه فهذا آخر اشكال الكتاب اول ولابي سهل ويجن بن رستم
القوهي رسالة وسمها بالخلل الذي في المقالة الثانية من كتاب ارشميدس وقال فيها ان ههنا ثلثة اعمال
من جنس واحد احدها عمل قطعة كرة تساوي قطعة كرة وتشبه قطعة كرة اخرى وثانيها عمل قطعة كرة تساوي سطحها
لسطح قطعة كرة وتشبه هي قطعة كرة اخرى وثالثها عمل قطعة كرة تساوي هي قطعة كرة وسطحها سطح قطعة كرة اخرى فبين
ارشميدس الاولين واهمل الثالث ولم يلحقه بهما من بعده ثم انه اورده وبيانه هكذا لنا ان نعمل قطعة كرة تساوي
قطعة كرة اخرى معلومة ويساوي سطحها سطح قطعة كرة اخرى معلومة ايضا فليكن على سبيل التحليل قطعة اب ح من كرة
اب ح ا جسمها مساو لقطعة معلومة من كرة معلومة وسطحها مساو لسطح معلوم لقطعة معلومة من كرة اخرى وليكن الكرة
على خط ب ه المعلوم الوضع الذي مبداه وهو نقطة ب المعلومة وليكن ب ا قطرها و ا ه نصف قطرها ونسبة ا ه مع ار اعني
ه ر الى ر ا كنسبة طر الى رب فيكون مخروط طاح الذي ارتفاعه طر ونصف قطر دائرة قاعدته ار مساويا لمجسم قطعة اب ح

كما مر في الشكل الثاني من هذه المقالة وهو معلومة بالفرض وليتم مخروط القطعة ونصل اب ا ر واب مساو لنصف قطر دائرة يساوي
سطح قطعة ابح الكري لما مر في الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى ولكون سطح القطعة معلوما بالفرض يكون
اب معلوما واذا رسمنا مخروطا يكون ارتفاعه مثل اب ونصف قطر دائرة قاعدته ايضا مثل اب يكون ايضا معلوما وليتم مخروط
السطح فنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة المعلومين معلومة ولان نسب المخروطات مؤلفة من نسب ارتفاعاتها ومن
نسب قواعدها يكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة مؤلفة من نسبة الارتفاعين اعني نسبة اب الى طر ومن نسبة
القاعدتين اعني نسبة الدائرة التي نصف قطرها ار وهي كنسبة مربع اب الى مربع ار بل كنسبة مربع اب الى مربع ار للتشابه
المثلثين اعني نسبة ءب الى ءر والنسبة المؤلفة من نسبة اب الى طر ومن نسبة ءب الى ءر وهي نسبة سطح اب في ءب الى
سطح طر في ءر وسطح طر في ءر كسطح بر في ره لان نسبة طر الى رب كنسبة ءر الى رء على ما مر فنسبة سطح اب في بء
الى سطح بر في ره كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة وليكن نسبة سطح اب في خط ما كخط ءك الى مربع بر كتلك النسبة
فيكون نسبة سطح اب في جميع بك الى سطح بر في ره مع مربع بر اعني سطح به في بر ايضا كتلك النسبة ولان ءه نصف

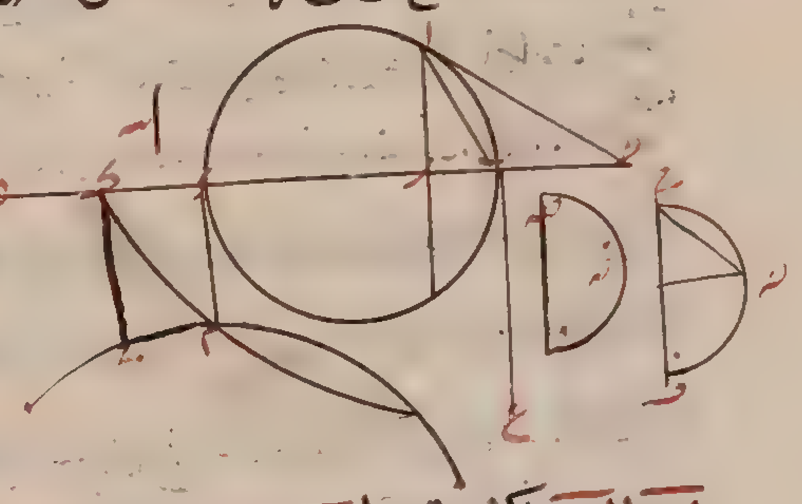


اب وسطح اب في بر اعني مربع اب معلوما يكون سطح به في بر الذي هو مرة ونصف
مثل مربع اب معلوما فيكون سطح اب في بك ايضا معلوما واب معلوم فبك
معلوم ونقطة ب معلومة فنقطة ك معلومة ونخرج من نقطة ء عمود ءم على به مساويا
لبر فيكون نسبة سطح اب في ءك الى مربع ءم التي هي كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة
معلومة وليكن نسبة اب الى سر كتلك النسبة ايضا واذا اخذنا ءك ارتفاعا مشتركا كانت نسبة سطح اب في ءك الى سطح
سر في ءك كنسبة سطح اب في ءك الى مربع ءم ويكون لذلك سطح سر في ءك مساويا لمربع ءم واذا توهمنا قطعا مكافيا يكون
راسه نقطة ك وسهمه كب وضلعه القايم سر كان تمر بنقطة م ويكون ذلك القطع معلوم الوضع ونخرج من ب عمود بع
على بك ونتوهم قطعا زايدا لا يلقاه خطا بع به ويكون سطح الخارجين من كل نقطة منه الى خطي به بع موازيين لهما
مساويا لسطح بء في ءم المعلوم كان مارا بنقطة م لكون ءم مساويا لبر ويكون ذلك القطع ايضا معلوم الوضع فنقطة
م المشتركة بين قطعين معلومي الوضع معلومة وعمود مء الخارج منها الى خط به المعلوم الوضع معلوم فنقطة ء معلومة و
كانت نقطة ب معلومة فبء قطر الكرة معلوم وخط بر المساوي لءم معلوم فقطعة ابح الكرية معلومة وذلك ما
اردناه وقد بان ان اب وسط في النسبة بين بء قطر الكرة و ءم اعني بر وان ءم اصغر من با وهو اصغر من بء و
سطح سر في كء اصغر من سطح بء في ءم اعني مربع اب ونسبة سر الى اب اصغر من نسبة اب الى ءك ونقول لا يجوز ان يكون
نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة هي نسبة كانت بل يجب ان يكون لها في الصغر حد لا يتجاوزه وذلك عند كون القطعين
المتماسين عند نقطة م ونخرج ع م ل مماسا لهما ومارا بنقطة التماس فيكون لاجل القطع الزايد ع م مساويا لم ل كما تبين في
الشكل الثالث من المقالة الثانية من كتاب المخروطات ولتوازي ءم وبع يكون ءل مساويا لءب اعني قطر الكرة ويكون
لم مماسا للقطع المكافي يكون لك مساويا لكء لما تبين في الشكل الثالث والثلثين من المقالة الاولى فءك مثل نصف
قطر الكرة ويكون لذلك نقطة ك واقعة على نقطة ه وقد مر في الحال ان نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة كنسبة سطح
اب في بك الى سطح بر في به اعني بر في بك وهي نسبة اب الى سر وكانت كنسبة اب الى سر فر اعني ءم مساو
لبر وسطح سر في ءك مساو لمربع ءم فءك مساو لءم اعني بر فر اعني نصف قطر الكرة وكذلك ار فيكون نسبة مخروط
السطح



السطح الى مخروط القطعة التي هي كنسبة اب الى بر في هذه الصورة نسبة اذا ثنيت بالتكرير كانت
كنسبة الاثنين الى الواحد لان نسبة اب الى بر مثناة هي نسبة مربع اب الى مربع بء وهي كنسبة
الاثنين الى الواحد لان مربع اب هو رث ونسبة التي اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة الاثنين الى
الواحد هي نسبة الاثنين الى جذرها هما ونسبة جذر الاثنين الى الواحد وانما لا يجوز ان يكون النسبة
المذكورة اصغر من ذلك لان نسبة سطح اب في بء الى سطح بر في ره التي هي نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة يكون مؤلفة
من نسبة اب الى بر اعني نسبة ءب الى با ومن نسبة ءب الى ره التي هي نسبة مربع بء الى سطح اب في ره ونجعل بء
ارتفاعا مشتركا فيكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة كنسبة مكعب بء الى المجسم اب في ره في بء وايضا اذا جعلنا
لسطح اب في بء وبر في ره ارتفاع ره مشتركا كانت نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة كنسبة مجسم اب في بء في ره
الى مجسم خط بر في مربع ره فبالمساوات نسبة مكعب بء الى مجسم خط بر في مربع ره كنسبة مخروط السطح الى مخروط
القطعة مثناة بالتكرير ومجسم خط بر في مربع ره انما يكون اعظم ما يمكن اذا كان بر نصف ره كما تبين فيما اوردناه
حكاية عن اوطوقيوس بالقطوع وسنورد بيانه ايضا مجردا عن القطوع فنسبة مكعب بء الى مجسم خط بر في مربع ره
اصغر ما يكون انما يكون عند كون بر نصف قطر الكرة واذا اجعل مخروط السطح في جميع الاحوال متساويا كانت القطعة
هناك اعظم ما يكون واما في الكبر فلا يكون للنسبة المذكورة حد اذا كانت القطعة اصغر من نصف الكرة اما اذا كانت
القطعة اكبر من نصف الكرة فلا يجوز ان يكون اكبر من نسبة الاثنين الى الواحد لان سطح اب في بء يكون اصغر من مربع بء
فنسبة سطح اب في بء الى سطح بر في ره يكون اصغر من نسبة مربع بء الى سطح به في ره ولكون ر اقرب الى منتصف
به من ء يكون سطح بر في ره اعظم من سطح بء في ءه ونسبة مربع بء الى سطح بر في ره اصغر من نسبة مربع بء
الى سطح بء في ءه فنسبة سطح اب في بء الى سطح بر في ره اعني نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة اصغر كثيرا من نسبة
مربع بء الى سطح بء في ءه اعني نسبة بء الى ءه التي هي كنسبة الاثنين الى الواحد فاذن نسبة الاثنين الى الواحد هي الحد التي
لا يتجاوز تلك النسبة في الكبر واذا جعلنا مخروط السطح في جميع الاحوال متساويا كانت القطعة هناك اصغر ما يكون
فقد بان من ذلك ان نسبة الاثنين الى جذرها هي اصغر جميع النسب الواقعة في الكرة بين مخروط السطح ومخروط القطعة
وان ما بينها وبين نسبة الاثنين الى الواحد يمكن ان يقع في نصف الكرة ولا يقع شيء من نسبة الاثنين الى ما هو اقل من
الواحد في القسم الاعظم من النصف بل يختص جميع ذلك بالقسم الاصغر من النصف واذا تقرر ذلك فلنشتغل بالتركيب
ونقول ليكن على طريق التركيب القطعتان المعلومتان من الكرتين المختلفين قطعتي ح د ق وص رف و والمطلوب ان نعمل
قطعة كرة سطحها الكري مساو لسطح قطعة ح د ف الكري وجسمها مساو لجسم قطعة ص ر ق ونخرج ح د نصف قطر دائرة يساوي
سطح قطعة ح د ف ونتوهم مخروطا ارتفاعه د ح ونصف قطر دائرة قاعدته د ح وهو مخروط السطح ومخروطا يساوي قطعة
ص ر ق وهو مخروط القطعة ويكونان معلومين وينبغي ان لا يكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة اقل من نسبة
الاثنين الى جذرها هما تقدم ونجعل نسبة خط ما وليكن ب ك الى د ح كنسبة مخروط السطح الى ثلثي مخروط القطعة ونسبة د ح
الى س ر كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة ونرسم قطعا مكافيا سهمه ب ك وراسه ك فضلعه القايم على ما تبين في
الشكل الثاني والخمسين من المقالة الاولى من كتاب المخروطات وليكن هو قطع ك م ونخرج من نقطة ب على خط ب ك
عمود ب ع ونجعل سطح ب ك في ك ي مساويا للمربع د ع ونرسم قطعا زايدا تمر بنقطة ي ولا يقع عليه خطا ب ك ب ع على ما تبين

فى الشكل الرابع من المقالة الثانية منه ولكن هو قطع ىم فيجب ان يتلاقى القطعان على نقطة ما مثل نقطة م التى بعدها عن خط ىك
وهو عمود م ا يقوى على سطح س فى ك ا و يساوى ب ر الذي سطحه فى ب ك يساوى مربع د ح اعنى سطح ب ك فى ك ى على ما
تقدم فى الحل فليلاقيا على م ونخرج من م عمود م ا على ب ك فيكون اقصر من ب ا على ما مر فى الحل ونرسم على ب ا كرة دايرتها العظيمة
الحادثة من قطع سطح خطى ب ا ا م المتقاطعين اياها دايرة ا ب ح ا ونفصل من ب ا ب ر مثل م ا ونخرج سطحا يمر بنقطة ر و
يقوم ب ر عمودا عليه فيحدث فى الكرة دائرة قطرها ا ح و ينفصل من الكرة قطعة ا ب ح نقول فهى التى سطحها الكرى مساو
لسطح قطعة كرة ح د ف وجسمها مساو لقطعة صر قر و نصل ا ب ا و نجعل ا ه نصف ب ا و نسبة ه ر الى ر ط كنسبة ه ط الى ر ب
و نصل ا ط فيكون مخروط ط ا ح مساويا القطعة ا ب ح كما مر فى الشكل الثاني من المقالة الثانية من الكتاب و لان ا م تساوي
ب ر يكون ب ا فى ا م مساويا لمربع ا ب و كان مساويا لسطح ب ك فى ك ى المساوى لمربع ح د من اجل القطع الزايد كما تبين
فى الشكل الثاني عشر من المقالة الثانية من المخروطات فخ د مساو لا ب فالدايرة التى نصف قطرها ح د اعنى سطح قطعة ح ف
الكري مساوية للدايرة التى نصف قطرها ا ب اعنى سطح قطعة ا ب ح الكرية وايضا لان نسبة ب ك الى د ح اعنى د ح اعنى ا ب
كنسبة مخروط السطح الى ثلثي مخروط قطعة كرة صر قر و و نسبة سطح ب ك فى ب ا الى مربع ا ب كنسبة ب ك الى ا ب فنسبة

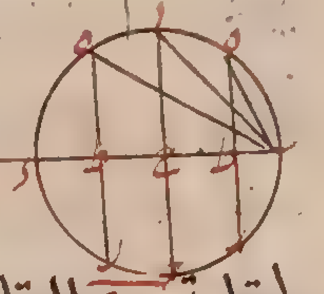


سطح ب ك فى ب ا الى مربع ب ا كنسبة مخروط السطح الى ثلثي مخروط قطعة
صر قر و و نسبة سطح ب ك فى ب ا الى مرة و نصف مثل مربع ا ب كنسبة
مخروط السطح الى تمام مخروط قطعة صر قر و و كان مربع ا ب مثل سطح ا
فى ب ا و نصفه مثل سطح ا ه فى ب ر فنسبة سطح ب ك فى ب ا الى سطح
ه ب فى ب ر كنسبة مخروط السطح الى مخروط قطعة صر قر و و هي كنسبة
ا ب الى س ر بل كنسبة سطح ا ب فى ا ك الى سطح س ر فى ا ك المساوى لمربع ا م بل لمربع ب ر فنسبة مخروط السطح الى مخروط قطعة
صر قر و كنسبة سطح ا ب فى ب ا الى سطح ه ب في ب ر و كنسبة سطح ا ب فى ا ك الى مربع ب ر بل كنسبة سطح ا ب فى ب ا
الباقى الى و كان سطح ب ر فى ر ه كسطح ط ر فى ر ا لكون نسبة ه ر الى ر ا كنسبة ط ر الى ر ب فنسبة مخروط السطح الى مخروط
قطعة صر قر و كنسبة سطح ا ب فى ب ا الى سطح ط ر فى ر ا التى هي مؤلفة من نسبة ا ب الى ط ر و من نسبة ب ا الى ر ا اعنى
نسبة مربع ب ا الى مربع ا ر بل كنسبة مربع ب ا الى مربع ا ر التى هى كنسبة الدائرة التى نصف قطرها ب ا الى الدائرة التى نصف قطرها
ا ر والنسبة المؤلفة من نسبة ا ب الى ط ر و من نسبة دائرة نصف قطرها ب ا الى دائرة نصف قطرها ا ر هى نسبة مخروط
ارتفاعه ا ب و قاعدته دائرة نصف قطرها ا ب و هو مخروط السطح بعينه الى مخروط ارتفاعه ط ر و قاعدته دائرة نصف
قطرها ا ر المساوى لقطعة كرة ا ب ح فنسبة مخروط السطح الى قطعة كرة صر قر و و الى مخروط قطعة ا ب ح واحدة فقطعة
ا ب ح مساوية لقطعة صر قر و وقد بينا ان سطح قطعة ا ب ح الكرى مساو لسطح قطعة ح د ف الكري فاذن حصل ما
قصدناه وذلك ما اردناه و يتبين مما ذكرنا ان النسبة المذكورة اذا كانت اصغر من نسبة الاثنين الى جذرهما
امتنع وجود المطلوب اما اذا لم يكن اصغر منها امكن ذلك فان كانت مثل نسبة الاثنين الى جذرهما تماس القطعان على
نقطة م وحدها و كانت القطعة المطلوبة نصف الكرة لا غير واتحدت نقطتا ه ك واذا كانت اعظم من نسبة الاثنين
الى جذرهما واصغر من نسبة الاثنين الى الواحد تقاطع القطعان على نقطتين واذا اخرج منهما عمودان على ب ك كان ما
ينفصل منه بكل واحد من العمودين صالحا لان يكون قطر الكرة و يكون القطعة المطلوبة في احديها اصغر

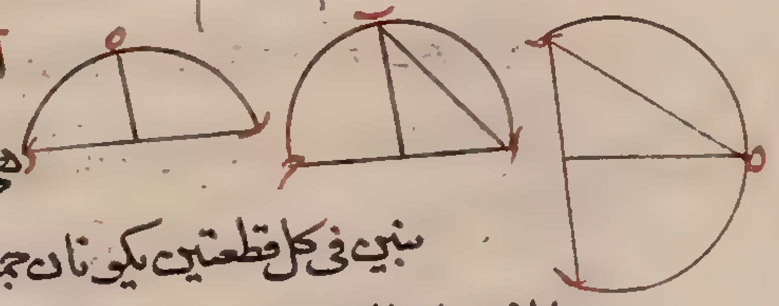
من نصف

من نصف الكرة وذلك انما يكون اذا كان العمود المعين لقطر الكرة خارجا من ابعد التقاطعين من نقطة ب و يقع نقطة ه
حينئذ خارجة عما بين نقطتي ب ك و يكون فى الاخرى اعظم من نصف الكرة و ذلك يكون اذا كان العمود المذكور خارجا
من اقربهما من ب و يقع نقطة ه حينئذ فيما بين نقطتي ب ك و اذا كانت النسبة مثل نسبة الاثنين الى الواحد كان ما ينفصل
من خط ب ك بالعمود الاقرب من ب مساويا لا ب والقطعة العظمى هى الكرة باسرها و ما ينفصل بالعمود الابعد يكون
القطعة المطلوبة من كرتها اصغر من النصف و سهم القطعة قريب من ثمن الكرة بل اكثر منه بشئ قليل يعرف ذلك بالاستقراء
و الحساب و اذا كانت النسبة اعظم من نسبة الاثنين الى الواحد لم يمكن ما ينفصل من ب ك بالعمود الاقرب صالحا
لان يكون قطر الكرة لان ا ب يكون اطول منه بل كان ما ينفصل بالعمود الابعد منه وحده صالحا لذلك و يكون القطعة
اصغر من النصف و سهمها اصغر من ثمن القطر و جميع ذلك على تقدير تساوى ا ب فى الاحوال كلها و اذا تبين ذلك
فلنبين ما وعدناه و هو ان مجسم خط ب ر فى مربع ر ه انما يكون اعظم ما يمكن ان يكون عند كون ب ر نصف ر ه و ليكن لبيانه
ا ب نصف ب ح و ر فيما بين ا ب اولا اقول فمجسم خط ا ب فى مربع ب ح اعظم من مجسم خط ا ا فى مربع ا ح و نجعل ح ه مساويا
لـ ح ب فلان نسبة ا ب الى ب ح كنسبة ب ح الى ب ه يكون سطح ا ب فى ب ه مساويا لمربع ب ح و سطح ا ب فى ب ه اعظم من سطح ا ا
فى ا ه لكون ب اقرب الى منتصف ا ه من ا فمربع ب ح اعظم من سطح ا ا فى ا ه و نسبة سطح ه ا فى ا ب هو مقدار آخر الى سطح
ه ا فى ا ا اعنى نسبة ب ا الى ا ا اعظم من نسبة سطح ه ا فى ا ب الى مربع ب ح و بالتركيب نسبة ب ا الى ا ا اعظم من نسبة سطح
ه ا فى ا ب مع مربع ب ح اعنى مربع ا ح الى مربع ب ح فمجسم خط ب ا فى مربع ب ح اعظم من مجسم خط ا ا فى مربع ا ح و ايضا ليكن ا
فيما بين ب ح و الباقي بحاله فيكون سطح ا ب فى ب ه اعنى مربع ب ح اصغر من سطح ا ا فى ا ه لكون ا اقرب الى منتصف ا ه من ب
و يكون نسبة سطح ب ا في ا ه و هو مقدار آخر الى مربع ب ح اعظم من نسبته الى سطح ا ا فى ا ه اعنى من نسبة ب ا الى ا ا و بالعكس
نسبة مربع ب ح الى سطح ب ا فى ا ه اصغر من نسبة ا ا الى ا ب و بالتفصيل نسبة مربع ا ح الى سطح ب ا فى ا ه اصغر من نسبة ا ب
الى ب ا و بالعكس نسبة سطح ب ا فى ا ه الى مربع ا ح اعظم من نسبة ا ب الى ب ا و بالتركيب نسبة مربع ب ح الى مربع ا ح اعظم
من نسبة ا ا الى ا ب فمجسم ا ب في مربع ب ح اعظم من مجسم ا ا فى مربع ا ح و ذلك ما اردناه و اقول ان كانت نقطتا ا ر فيما بين
نقطتي ا ب و كانت ا اقرب الى ب من ر كان مجسم خط ا ا فى مربع ا ح اعظم من مجسم خط ا ر فى مربع ر ح و ذلك لان مربع ا ح
اعظم من مربع ح ب الذى هو اعظم من سطح ا ر في ر ه فنسبة سطح ه ر فى ر ه و هو مقدار آخر الى سطح ه ر في ر ا اعنى نسبة
ر ا الى ر ا اعظم من نسبة سطحه ر في ر ا الى مربع ا ح و بالتركيب نسبة ا ا الى ا ر اعظم من نسبة مربع ر ح الى مربع ا ح فمجسم خط
ا ح فى مربع ا ح اعظم من مجسم خط ا ر فى مربع ر ح و بمثل ذلك تبين ان كانت نقطتا ا ر فيما بين نقطتي ب ح و كان ا اقرب الى ب
من ر ان مجسم ا ا في مربع ا ه اعظم من مجسم ا ر في مربع ر ه و هذا مما يحتاج اليه فيما سنورده و قد بين الشيخ ابو سهل القوهي
هذا المطلوب بوجه آخر لم نورده لكونه مبنيا على مقدمات يطول بذكرها ثم بين بعد ذلك الحكم المذكور فى آخر اشكال كتاب
ارشميدس ببيان اقرب متناولا مما ذكر هناك و قدم على ذلك مقدمة و هي هذه ليكن كرة دائرتها العظمى ا ب ح ا
و ا ح ب ا قطراها المتقاطعين على قوائم عند ح و ا ك مثل نصف القطر و ليقطع الكرة بسطح ينصفها و يمر على ا ح و باخر يقسمها
بمختلفين و يمر على ه ط ر و نصل ا ب ه ب اقول فنسبة مكعب ا ب الى قطعة ا ب ح التى هي نصف الكرة اصغر من نسبة مكعب
ه ب الى قطعة ه ب ر التى هي اصغر او اعظم من نصف الكرة و كلما كانت القطعة اقرب الى نصف الكرة كانت هذه النسبة
فيها اصغر مما يكون فى القطعة التى هي ابعد فلان مجسم خط ب ح في مربع ح ك اعظم من مجسم خط ب ط في مربع ط ك كما مر

ويكون نسبة مكعب ب ز الى المجسم خط ب ح في مربع ح ك اصغر من نسبة مكعب ب ز الى المجسم خط ب ط في مربع ط ك



وقد بينا فيما مر ان نسبة مكعب ب ز الى المجسم خط ب ح في مربع ح ك كنسبة مخروط سطح قطعة
ا ب ح الى قطعة ا ب ح ونسبة مكعب ب ز الى المجسم خط ب ط في مربع ط ك كنسبة مخروط سطح قطعة
ه ب ر الى قطعة ه ب ر فنسبة مخروط سطح قطعة ا ب ح الى قطعة ا ب ح اصغر من نسبة مخروط
سطح قطعة ه ب ر الى قطعة ه ب ر وبالابدال نسبة مخروط سطح قطعة ا ب ح الى مخروط سطح قطعة ه ب ر اصغر من نسبة
قطعة ا ب ح الى قطعة ه ب ر ونسبة مخروط سطح قطعة ا ب ح الى مخروط سطح قطعة ه ب ر المتشابهين كنسبة مكعب ا ب
الى مكعب ه ب لان كل واحد منهما كالنسبة ا ب الى ه ب مثلثة بالتكرير فنسبة مكعب ا ب الى مكعب ه ب اصغر من
نسبة قطعة ا ب ح الى قطعة ه ب ر وبالابدال نسبة مكعب ا ب الى قطعة ا ب ح التي هي النصف اصغر من نسبة مكعب ه ب
الى قطعة ه ب ر التي هي اصغر او اعظم من النصف وبمثله نبين الحكم في كل قطعتين يكون احديهما اقرب الى النصف من الاخرى
وذلك ما اردناه واذا تقدم ذلك فنقول كل قطعتين احديهما نصف كرة والاخرى اصغر او اعظم من النصف وسطحاهما
الكريان متساويان فجسم النصف اعظم من مجسم الاخرى وان لم يكن احديهما اقرب الى النصف من الاخرى فهي اعظم
جسما من التي هي ابعد فليكن القطعتان قطعتي ا ب ح ء ه ر وقطعة ا ب ح نصف كرتها فليكن سطحاهما متساويين اقول فجسم
قطعة ا ب ح اعظم من مجسم قطعة ء ه ر فصل خطي ا ب ء ه ويكونان متساويين لتساوي السطحين ونسبة مكعب ا ب الى قطعة

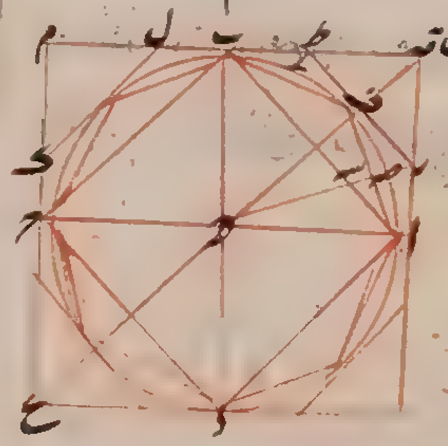


ا ب ح التي هي النصف اصغر من نسبة مكعب ء ه اعني مكعب ا ب الى قطعة ء ه ر التي
هي اصغر او اكبر من النصف فاذن قطعة ا ب ح اعظم من قطعة ء ه ر وبمثل ذلك
نبين في كل قطعتين يكونان جميعا اصغر او اعظم من نصف الكرة وكانت احديهما اقرب الى نصف الكرة من
الاخرى ان التي هي اقرب اعظم جسما من التي هي ابعد بشرط ان يكون سطحاهما متساويين وذلك ما اردناه وايضا ان كانت
القطعتان متساويتين اعني قطعة ا ب ح التي هي نصف كرة وقطعة ء ه ر التي هي اصغر او اعظم من نصف كرة كان سطح
نصف الكرة اصغر سطحا من التي هي ابعد اذا كانتا متساويتين وذلك لان نسبة مكعب ا ب الى قطعة ا ب ح اصغر
من نسبة مكعب ء ه الى قطعة ء ه ر بل الى قطعة ا ب ح المساوية لها فمكعب ا ب اصغر من مكعب ء ه وا ب اقصر من ء ه
والدائرة التي نصف قطرها ا ب اصغر من التي نصف قطرها ء ه وكل واحد من الدائرتين مساوية لسطح قطعتها
الكري فسطح قطعة ا ب ح الكري اصغر من سطح قطعة ء ه ر الكري وبمثل ذلك نبين كل قطعتين تكونان اصغر
او اعظم من النصف ويكون احديهما قريب الى النصف من الاخرى
وذلك ما اردناه فهذا ما اورد ابو سهيل
القوهي تمت المقالة تمت كتاب
الكرة والاسطوانة لار
شميدس
تم

يا

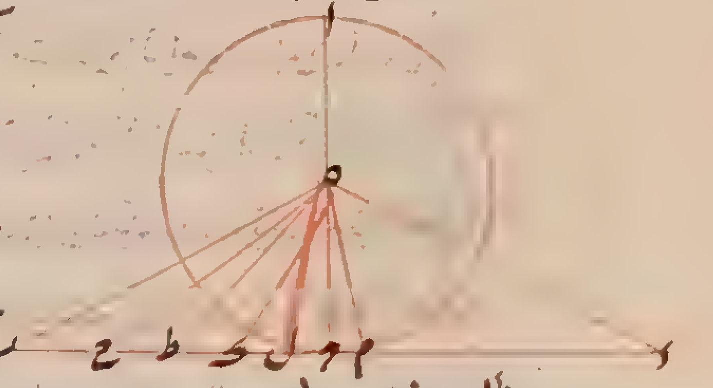
رب يسر بسم الله الرحمن الرحيم وتمم بالخير

مقالة ارشميدس في تكسير الدائرة وهي ثلثة اشكال ا كل دايرة فهي مساوية لمثلث قايم الزاوية يكون احد ضلعيه
المحيطين بالزاوية القايمة مساويا لنصف قطر تلك الدائرة والثاني مساويا لمحيطها والحاصل انها تساوي سطح نصف
قطرها في الخط المساوي لنصف محيطها فليكن الدائرة دائرة ا ب ح والمثلث المذكور مثلث ه فان لم يكن الدائرة مساوية له فهي اما اعظم
منه واما اصغر وليكن اولا اعظم ونرسم في الدائرة مربع ا ح ا وهو تفصل منها اعظم من نصفها ونتصف ا ب على ف وهكذا
القسي الاربع ونصل الاوتار فتفصل المثلثات الحادثة اعظم من نصف القطع لما مر بيانه وهكذا مرة بعد اخرى الى ان يبقى
من الدائرة قطع هي اصغر من مقدار زيادة الدائرة على مثلث ه فيكون الشكل المتساوي الاضلاع الذي في الدائرة
اعظم من المثلث المذكور وليكن المركز د ونخرج منه على احد الاضلاع عمود ا وليكن د س وهو اصغر من د ص المساوي
لاحد ضلعي مثلث ه ومحيط الشكل المتساوي الاضلاع اصغر من محيط الدائرة المساوي للضلع الآخر من مثلث ه فسطح د س
في محيط الشكل اعني ضعف مقدار الشكل اصغر من ضعف المثلث فالشكل اصغر من المثلث وكان اعظم منه هذا خلف



ثم ليكن الدائرة اصغر من المثلث ونرسم عليها مربع ع ق فهي تفصل من المربع اعظم من نصفه ونتصف
قوس ب ا على ف ونخرج ر ف ط مماسا للدائرة على ف ويكون نصف قطر د ف عمودا عليه و
هكذا نعمل في ساير القسي ولان ق ب ق ا متساويان وكذلك ط ب ط ف ر ف ر ا الاربعة
المتساوية يكون ط ق ق ر متساويين وهما معا اطول من ط ر فق ط اطول من ب ط فمثلث
ق ف ط اعظم من مثلث ط ف ب الذي هو اعظم من قطعة ط ف ب ب الخارجة من
الدائرة وكذلك في البواقي فالمثلثات الاربعة التي على زوايا المربع تفصل من باقي المربع بعد نقصان الدائرة منه اعظم
من النصف ونتصف القسي هكذا مرة بعد اخرى ونخرج الخطوط المماسة للدائرة الى ان يبقى قطع خارجة من الدائرة مجموعها
اصغر من زيادة مثلث ه على الدائرة فيكون الشكل الكثير الاضلاع الذي على الدائرة اصغر من مثلث ه ولكن سطح د ف نصف
القطر في محيط الشكل الذي على الدائرة اعني ضعف مقدار الشكل اعظم من ضعف المثلث لكن محيط الشكل اعظم من محيط الدائرة
فالشكل اعظم من المثلث وكان اصغر منه هذا خلف فاذن الدائرة مساوية لمثلث ه فسطح نصف القطر في نصف المحيط
مساو لسطح الدائرة وذلك ما اردناه وقد بان من ذلك ايضا ان سطح نصف القطر في نصف قطعة من المحيط يكون
مساويا للقطاع الذي يحيط به تلك القطعة مع الخطين الخارجين من المركز الى طرفي تلك القطعة ب محيط الدائرة اطول
من ثلثة اضعاف قطرها باقل من سبع القطر واكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من القطر فليكن ا ح قطر الدائرة
و ه مركزها و ء ر مماسا للدائرة وزاوية ر ه ح ثلث زاوية قايمة اعني نصف زاوية من زوايا المثلث المتساوي الاضلاع
فنسبة ه ر الى ر ح وهي نسبة الاثنين الى الواحد ولكن كنسبة ٣٠٦ الى ١٥٣ واذا القينا مربع العدد الذي بازاء ر ح من مربع
العدد الذي بازاء ه ر واخذنا جذر الباقي كان ه ح بذلك المقدار اكثر من ٢٦٥ بكثير ونتصف زاوية ر ه ح على
ح بخط ه ح فنسبة ر ه الى ه ح كنسبة ر ح الى ح ح واذا ركبنا وابدلنا كانت نسبة ر ه ه ح معا الى ر ح كنسبة ه ح الى ح ح واذا
جمعنا العددين اللذين بازاء ر ه ه ح كان اكثر من ٥٧١ فنجعله بازاء ه ح ويصير الذي بازاء ح ح بهذا المقدار ١٥٣ واذا

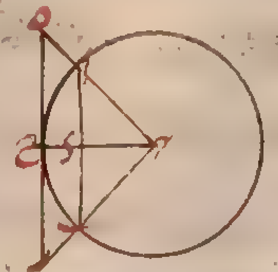
مربعيهما واخذنا جذره كان ه ح بهذا المقدار اكثر من ٥٩١ وثمن وايضا ينصف زاوية ح ه د على ه ط بخط ه ط فيكون كما تقدم نسبة ح ه
الى ح د كنسبة ه د الى د ط واذا اجمعنا عددي ح ه ه د وجعلناهما بازاء ه د كان ه د اكثر من ١١٦٢ وثمن وط د بذلك المقدار ١٥٣
ويكون بمثل ما مر ه ط بذلك المقدار اكثر من ١١٧٢ وثمن ونصف ايضا زاوية ط ه د على ى بخط ه ى ويكون نسبة ط ه ه د الى ط د



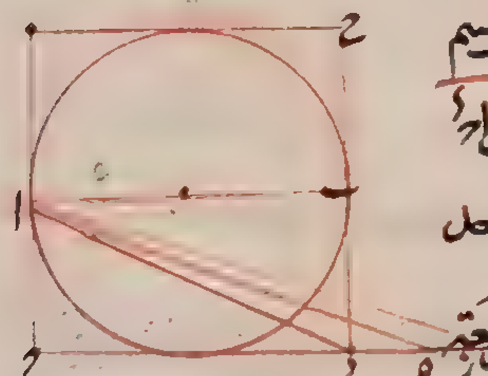
كنسبة ه د الى خط د ى فيصير هذه النوبة بازاء ه د اكثر من ٢٣٣٤ وربع وثمن وبازاء
د ى ١٥٣ ويكون ه ى بهذا المقدار اكثر من ٢٣٣٩ وربع وثمن ونصف ايضا زاوية
ى ه د على ل بخط ه ل ويصير على القياس المذكور بازاء ه د اكثر من ٤٦٧٣ ونصف
وربع ويكون د ل بهذا المقدار ١٥٣ فلكون زاوية ز ه د ثلث قائمة يكون زاوية ل ه د
جزءا من ثمانية واربعين جزءا من قائمة ونعمل على نقطة ه من خط د ه زاوية د ه م مثل زاوية د ه ل وزاوية ل ه م جزء من اربعة
وعشرين جزء من قائمة ويكون ضلع ل م ضلع الشكل المتساوي الاضلاع والزوايا ذي الستة والتسعين ضلعا المحيط بالدائرة
فاذا ضربنا العدد الذي بازاء ل م في ستة وتسعين بلغ ضعف هذا العدد ١٤٦٨٨ ويكون القطر بذلك المقدار ضعف ٤٦٧٣ ونصف
ونصف فالذي بازاء محيط الشكل اعظم من ثلثة امثال الذي بازاء القطر بثمانية وسبعة ونصف التي نسبتها الى عدد القطر
اقل من السبع فاذن محيط الشكل المذكور اطول من ثلثة امثال قطر دائرته بانقص من سبع القطر ويكون نقصان محيط الدائرة
من ثلثة امثال القطر وسبعة اكثر من ذلك النقصان لا محاله ونعيد الدائرة على قطرها ا د ونرسم عليه زاوية د ا ب ثلث قائمة
وليكن نسبة ا د الى د ب التي هي نسبة الاثنين الى الواحد كنسبة ١٥٦٠ الى ٧٨٠ فيكون ا ب بذلك المقدار اقل من ١٣٥١ ونصف

زاوية ب ا د بخط ا ح ونصل ح د ولان في مثلثات ا ح د ح د ر ا ب ر زوايا ا ح د ح ر ب ا ر
متساوية وزوايا ح ب قائمة يكون المثلثات متشابهة ويكون لذلك نسبة ا ح الى ح د
كنسبة ح د الى ح ر وكنسبة ا د الى د ر وكنسبة ا ب الى ب ر بل كنسبة د ا ا ب جميعا الى د ب ونسبة
د ا ا ب جميعا الى د ب كنسبة ا ح الى ح د وعدد ا د ا ب جميعا اقل من ٢٩١١ وعدد د ب ٧٨٠ فاذا
جعلناهما بازاء ا ح ح د كان ا د بذلك المقدار اقل من ٣٠١٣ ونصف وربع ونصف زاوية ح ا د بخط ا ط ونصل ط د فيكون
على قياس ما مر بازاء ا ط اقل من ٥٩٢٤ ونصف وربع وبازاء ط د ٧٨٠ ويكون ذلك على نسبة ١٨٢٣ الى ٢٤٠ لان نسبة كل واحد من
العددين الاولين الى نظيره من هذين العددين نسبة ثلث وربع الى واحد ويكون ا د بهذا المقدار اقل من ١٨٣٨ وتسعة اجزاء
من احد عشر جزءا ونصف زاوية ط ا د بخط ا ى فيكون بازاء ا ى اصغر من ١٠٦٦ وتسعة اجزاء من احد عشر جزءا وبازاء ى د ٢٤٠
ويكون على نسبة ١٠٠٧ الى ٦٦ لان نسبة كل واحد منهما الى نظيره من هذين نسبة اربعين الى احد عشر ويكون ا د لهذا المقدار اقل
من ١٠٠٩ وسدس ونصف زاوية ى ا د بخط ا ل اقل من ٢٠١٦ وسدس وبازاء ل د ٦٦ ويكون ا د بذلك المقدار ٢٠١٧
وربع فنسبة ا د الى د ل اصغر من نسبة ٢٠١٧ وربع الى ٦٦ واذا ضربنا ستة وستين في ستة وتسعين صار جميع اضلاع الشكل
ذي الستة والتسعين ضلعا الذي على الدائرة ٦٣٣٦ وهو اكثر من ثلثة اضعاف الفين وسبعة عشر وربع باكثر من عشرة
اجزاء من احد وسبعين جزءا من واحد فمحيط الشكل المتساوي الاضلاع والزوايا المذكور الذي على الدائرة يزيد على ثلثة اضعاف
قطرها باكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من واحد ومحيط الدائرة اعظم منه فاذن محيط الدائرة يزيد على ثلثة اضعاف
قطرها باقل من سبعة واكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا وذلك ما اردناه اقول وللمنجمين طريق آخر وهو انهم
يحصلون وتر قوس صغير يكون جزءا من محيط الدائرة بالاصول التي تبينت في كتاب المجسطي وغيره من كتبهم البرهانية ويجعلونه ضلعا
من اضلاع الشكل الذي في الدائرة ويكون نسبة الى العمود الواقع من مركز الدائرة عليه كنسبة ضلع الشكل الذي على الدائرة
الشبيهة

الشبيه به الى نصف القطر فيحصلون ذلك الضلع ايضا ويحصلون بجمعها المقدارين اللذين يزيد المحيط على احدهما وينقص من
احدهما فيحصل المحيط باقرب تقريب مثاله ليكن الدائرة ا ب ومركزها د وا ب منها جزء من سبعمائة وعشرين جزءا هي المحيط و
نصل د ا ب فيكون مقداره بحسب ابي الوفاء البوزجاني على الاصول المذكورة باقرب تقريب ١ لا مد نه ند نه خامسة و
هو وتر نصف درجة اذا جعل القطر مائة وعشرين جزءا واذا جعلناه ضلع شكل وهي سبعمائة وعشرين ضلعا في الدائرة
يكون محيط ذلك الشكل ٣٧٦ نط ى نط ثالثة واذا انصفنا وتر نصف درجة كان مقدار ا ه ٥٥ ه ب ٦٩ ١ ٤ خامسة رابعة
و مد ب ٤ ن ٤ لح لط عاشرة ومربع نصف القطر الذي هو خط ا د ٣٦٠٠ جزء انقصنا مربع ا ه منه بقي مربع د ه ٣٥٩٩



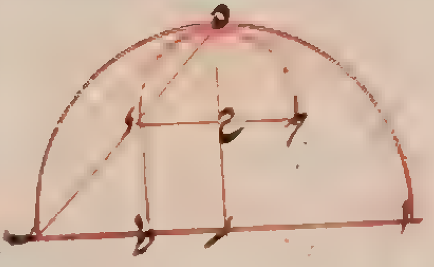
نه نح نه نز نه ب لد ى الط ناجذره وهو خط د ه نط نط نز نو لو نو ناسا وسته ضربنا ا ه في
د ح نصف القطر وقسمناه على د ه خرج مقدار ح ه نه ب لح الط مه خامسه ضعفناه بلغ
١ لا الد شو نط لا خامسه وهو مقدار ح د وهو ضلع شكل وهي سبعماية وعشرين ضلعا على
الدائرة شبيهة بالاول ومحيط الشكل بحسبه يكون ٣٧٦ لو نط ا نه ند مت خامسه فاذا اذا جعلنا القطر مائة وعشرين
كان المحيط ٣٧٦ جزءا وكسرا اكثر من شط ى نط س رابعة واقل من نط ا نه ند نف رابعة واذا احولناهما الى المقدار
الذي ذكره ارشميدس كان المحيط يزيد على ثلثة امثال القطر بما هو اكثر من عشرة اجزاء من سبعين جزءا ولح مد ماكا
ثالثه واقل من عشرة اجزاء من سبعين جزءا ولو لو لو ثالثه يكون بالتقريب عشرة اجزاء من سبعين جزءا ولح مد الط ثالثة
ج اذا كان محيط الدائرة ثلثة امثال القطر وسبعه وهي نسبة تقريبية اصطلح عليه الماسحون كانت نسبة سطح الدائرة



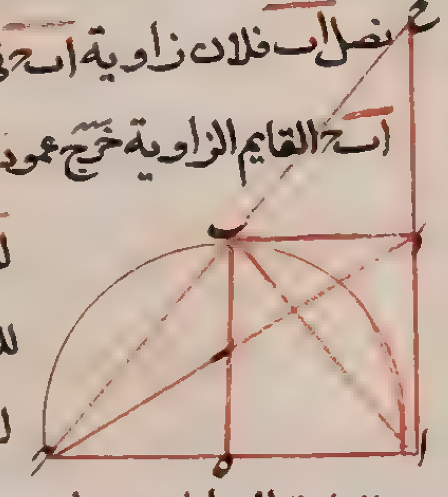
الى مربع قطرها نسبة احد عشر الى اربعة عشر بحسب ذلك وليكن قطر الدائرة ا ب ونرسم
عليه مربع ح ح وليكن ا د نصف ر ه و ه ر سبع ح د فلان نسبة مثلث ا ح ه الى مثلث ا ح د
نسبة احد وعشرين الى سبعة ونسبة مثلث ا ح د الى مثلث ا ه ر كنسبة سبعة الى واحد
يكون نسبة مثلث ا ح ر الى مثلث ا ح د نسبة اثنين وعشرين الى سبعة ومربع ح ا اربعة
امثال مثلث ا ح د ومثلث ا ح ر مساو لسطح الدائرة لان ا ح مساو لنصف القطر و ح ر مساو بالتقريب للمحيط فنسبة
مربع القطر الى سطح الدائرة نسبة ثمانية وعشرين الى اثنين وعشرين بل نسبة اربعة عشر الى احد عشر وذلك
ما اردناه وهذا تمام القول في تكسير الدائرة
لارشميدس قد فرغت من ترقيمه
بعون الله وحسن توفيقه
تمت

رب يسر بسم الله الرحمن الرحيم وتمم بالخير

تحرير كتاب ماخوذات ارشميدس ترجمه ثابت بن قره وتفسير الاستاذ المختص ابي الحسن علي بن احمد النسوي خمسة عشر شكلا قال الاستاذ المختص هذه مقالة منسوبة الى ارشميدس وفيها اشكال حسنة قليلة العدد كثيرة الفوايد في اصول الهندسية في غاية الجودة واللطافة قد اضافها المحدثون الى جملة المتوسطات التي يلتزم قراءتها فيما بين كتابي اقليدس والمجسطي الان في بعض اشكاله مواضع يحتاج الى اشكال آخر يتم بها بيان ذلك الشكل وقد اشار في بعض ذلك ارشميدس الى اشكال اوردها في ساير مصنفاته وقال كما بينا في الاشكال القايمة الزوايا وكما بينا في تفسيرنا في جملة القول في المثلثات وكما قد بيّن في قولنا في الاشكال ذوات الاضلاع الاربعة واورد في الشكل الخامس برهانه على طريق اخص ثم ان بعد ذلك عمل ابو سهل القوهي مقالة سماها تزيين كتاب ارشميدس في الماخوذات واورد برهان ذلك الشكل بطريق اعم واحسن مع ما يتعلق به من التركيب النسبة وتاليفها فلما وجدت الحالة على هذه جعلت للمواضع الغامضة من هذه المقالة شرحا على سبيل تعليق الحواشي وبينت ما اشار اليه باشكال انجر اليها خاطري واوردت من اشكال ابي سهل شكلين يحتاج اليها في الشكل الخامس وتركيب الباقي في اجتنابا من التطويل واستغناء عنه وبالله التوفيق ا اذا تماس دايرتان كدايرتي ا ب ه ج ه د وكان قطراهما متوازيين كقطري ا ب ج ه د و وصل بين نقطتي ب د وبين نقطتي ا ه بخطي ب د ا ه كان ب ه خطا مستقيما فليكن المركزان ح ر ونصل ح ر ونخرجه الى ه ونخرج ر ط موازيا لح ر فلان ط ر مساو لد ح المساوي له ح يكون ر ط ه ح متساويين ويبقى من ر ب ه ر متساويين ح ر اعني ط ر وط د

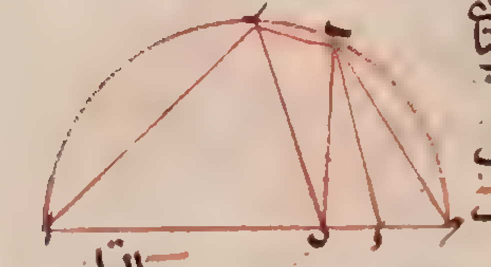


متساويين ويكون لذلك زاويتا ط ر ب ط ب ر متساويتان ولان زاويتي ه ح د ه ر ب بل زاويتي ه ح د ط ب متساويتان يبقى زاويتا ح ه د المتساويان متساويتين لزاويتي ط ر ب ط ب ر المتساويتين فزاويته ه ح مساوية لزاوية ر ب د و نأخذ زاوية ح د ر مشتركة فيكون زاويتا ح د ب ر ب د المتساويتان لقايمتين متساويتين لزاويتي ح د ب ح ه د فهما ايضا متساويتان لقايمتين فاذن خط ه د ب مستقيم وذلك ما اردناه قال الاستاذ تجوز ان يقال لما كانت زاويتا ط ر ب ط ب ر متساويتين وزاوية ط قايمة ويكون زاوية ب ط نصف قايمة وكذلك زاويته ه ح وزاويته ح ط فالمثلث كقايمتين فخط ه د ب مستقيم اقول وكذلك ان كان الدايرتان متماستين من خارج ب ليكن ا ب ح نصف دايرة و د ا ب مماستين لها و ب ه عمودا على ا ح فاذا وصلنا ح د كان ب ر مساويا لر ه برهانه نصل ح ب ونخرجه على استقامة ونخرج ا د الى ان يلقاه على ح ونصل ا ب فلان زاوية ا ب ح في نصف دايرة فهي قايمة ويبقى ا ب ح قايمة و د ب ه ا متوازي الاضلاع قايمه الزوايا ففي مثلث ا ب ح القايم الزاوية خرج عمود ب د من ب القايمة على القايمة و ب د ا متساويان لكونهما مماسين للدايرة فا د ايضا يكون مساويا لد ح كما بينا في الاشكال التي عملناها في الزاوية القايمة ولان في مثلث ح ا خط ب ه خرج موازيا للقاعدة وقد خرج من منتصف القاعدة وهو د خط ح فقطع الموازي على ر يكون ب ر مساويا لر ه وذلك ما اردناه قال الاستاذ اما كون ا د مساويا لد ح الذي احاله الى كتابه في الاشكال القايمة الزوايا فلان زاويتي د ا ب د ب ا متساويتان لتساوي د ب د ا وزاويتي د ب ا مع زاوية د ب ح قايمة وكذلك زاوية د ا ب مع زاوية ا ح ب فيجب ان يكون زاويتا ح ب د ب ح ايضا متساويتين فاذن ضلعا د ب د ح متساويتان اقول وان قيل نسبة ا ا الى د ب كنسبة ا ب الى ا ح و د ا مثل د ب فد ب مثل د ح لكان كافيا قال واما كون ب ر مثل ر ه فلان وقوع ح د على ا ا

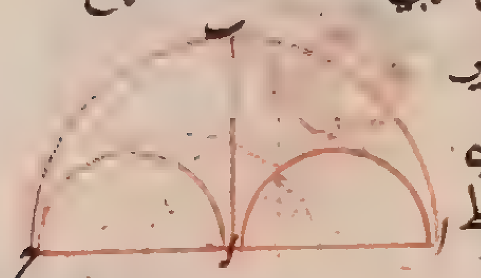


المتوازيين

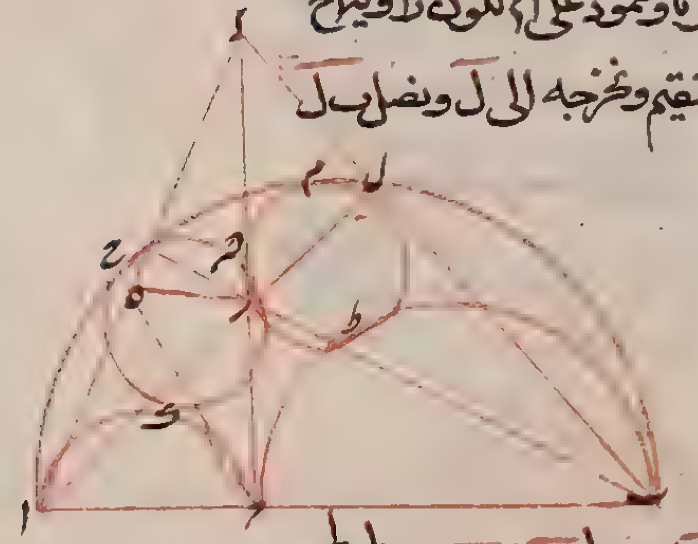
المتوازيين في مثلث ح ا يقتضي قطعها على نسبة واحدة وذلك لان نسبة ح د الى ح ر كنسبة ح ا الى ب ر وكنسبة د ا الى ر ه فنسبة ح د الى ب ر كنسبة ب ر الى ه ر وبالابدال نسبة ح د الى د ا المتساويين كنسبة ب ر الى ر ه فهما ايضا متساويان ج ا ب ح قطعة دايرة و ب نقطة عليها كيف اتفق و ب د عمود على ا ح و نفصل د ه مثل د ح وقوس ب ر مثل قوس ب ح و وصل ا ر فهو مساو لا ه برهانه نصل خطوط ح ب ر ب ر ه ه ب فلان قوس ب ر مثل قوس ب ح يكون ح ب مثل ب ر و لان د ح مثل د ه و زاويتا د



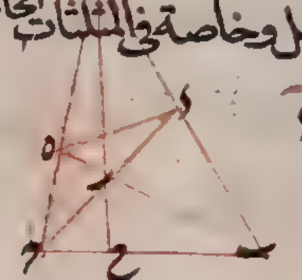
قايمتان و د ب مشتركة فح ب مثل ب ه فر ب ه متساويتان و زاويتا ب ر ه ب ه ر متساويتان ولان ذا اربعة اضلاع ا ر ب ح في الدايرة يكون زاوية ا ر ب مع زاوية ا ح ب المقابلة لها مع زاوية ب ه ح كقايمتين ولكن زاوية ا ه ب مع زاوية ب ه ح كقايمتين فزاويتا ر ب ا ه ب متساويتان ويبقى زاويتا ا ر ه ا ه ر متساويتين فا ه يساوي ا ر وذلك ما اردناه د ا ب ج نصف دايرة وعمل على ا ح القطر نصفا دايرتين احدهما ا د والآخر د ح و د ب عمود عليه فالشكل الحادث من ذلك هو الذي اسميه ارشميدس اربيلوس وهو سطح يحيط به قوس نصف الدايرة العظمى وقوسا نصفي الدايرتين الصغريين وهو مساو للدايرة التي قطرها عمود د ب برهانه فلان خط د ب مناسب لخطي ا د د ح فيما بينهما يكون سطح ا د في د ح كمربع د ب ونجعل ا د في د ح مع مربعي ا د د ح مشتركة فيصير سطح ا د في



د ح مرتين مع مربعي ا د د ح اعني مربع ا ح مساو لضعف مربع د ب مع مربعي ا د د ح ونسب الدواير نسب المربعات فالدايرة التي قطرها ا ح مساوية لضعف الدايرة التي قطرها د ب مع الدايرتين اللتين قطراهما ا د د ح ونصف دايرة ا ح مساو للدايرة التي قطرها د ب مع نصفي دايرتي ا د د ح ونقط نصفي دايرتي ا د د ح المشتركين يبقى الشكل الذي يحيط به انصاف دواير ا ح ا د د ح وهو الشكل الذي سماه ارشميدس ساربلوس مساويا للدايرة التي قطرها د ب وذلك ما اردناه ه اذا كان نصف دايرة عليه ا ب وتعلمت على قطرها نقطة ح كيف وقعت وعمل على القطر نصفا دايرتين عليهما ا ح ح ب واخرج من ح عمود ح د على ا ب ورسم على جنبيه دايرتان تماسانه وتماسان انصاف الدواير فان الدايرتين متساويتان برهانه ليكن احدى الدايرتين تماس ح د على ر ونصف دايرة ا ب على ح ونصف دايرة ا ح على ك ونخرج قطر ر ه فهو مواز لقطر ا ب لكون زاويتي ه ر ح ا ح ر قايمتين ونصل ح ه ه ا فخط ا ح مستقيم لما مر في الشكل الاول والتي ا ح ر على د لخروجها من ا ح على اقل من قايمتين ونصل ايضا ه ر ب فخ ب ايضا مستقيم لما ذكرنا وعمود على ا د لكون زاويتا ا ح ب قايمة لكونهما في نصف دايرة ا ب ونصل ه ك ح و ه ح ايضا مستقيم ونصل ر ك ك ا و ر ا مستقيم ونخرجه الى ل ونصل ب ل

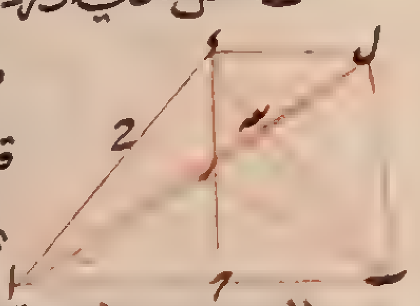


وهو ايضا عمود على ا ل ونصل د ل ولان ا د ا ب مستقيمتان واخرج من د الى ا ب عمود د ح ومن ب الى د ا عمود ب ح فيتقاطعا على ر واخرج ا ر الى ل وكان عمودا على ب ل يكون د ل ا مستقيما كما بينا في الاشكال التي عملناها في شرح القول في المثلثات القايمة الزوايا ولان زاويتي ا ح ل ب قايمتان فل د ح ه متوازيان ونسبة ا ا الى د ه التي هي كنسبة ا ح الى ه ر كنسبة ا ب الى ب ح فسطح ا ح في ح ب مساو لسطح ا ب في ه ر وبمثل ذلك تبين في دايرة ط م د ان سطح ا ح في ح ب مساو لسطح ا ب في قطرها وبين من ذلك ان قطري دايرتي ر ح ط م د متساويان فاذن الدايرتان متساويان وذلك ما اردناه قال الاستاذ بين ما احاله على شرح المثلثات القايمة الزوايا من مقدمة وهي شكل مفيد في الاصل وخاصة في المثلثات الحادة الزوايا ويحتاج اليه في الشكل السادس من هذه الكتاب وهي هذه مثلث ا ب ح اخرج فيه عمودا ه ح د

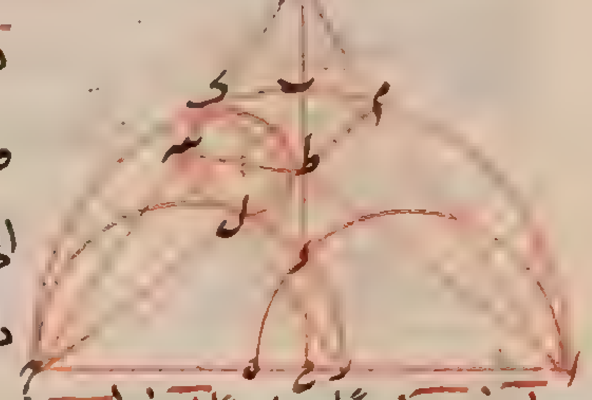


المتقاطعين على ر ووصل ا ر واخرج الى ح فهو عمود على ب ح فنصل د ه ويكون زاويتا د ا ر د ا ر متساويتين

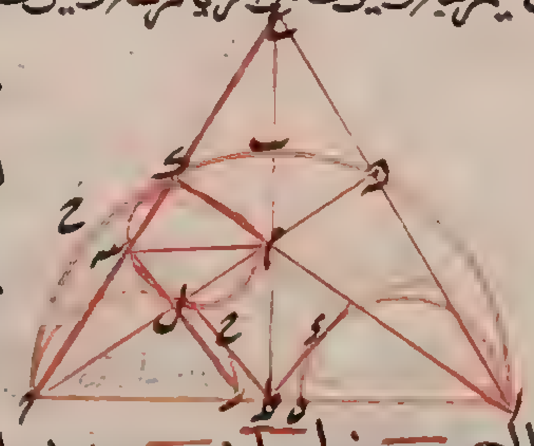
لان الدايرة التي يحيط بمثلث ا ر ر تمر بنقطة ه لكون زاوية اه ر قايمة وهما يقعان فيها على قوس واحدة وايضا زاوية ه ب مثل
زاوية ح ب لان الدايرة التي يحيط بمثلث ب ح تمر بنقطة ه ايضا ففي مثلثي ا ب ح ب د زاويتا ا ح ب ح متساويتان و
زاوية ب مشتركة فزاوية ا ح ب مثل زاوية ح د ب القايمة فا ح عمود على ب ح واذا تقدمت هذه المقدمة فلنعد
من الشكل الذي اورده ارشميدس من خطي ا ب واعمدة ح ب ح ا ر ب ل وخط ر ل فنقول ان لم يكن ب ل ر خطا مستقيما



فنصل ب س ر المستقيم ويكون زاوية ب س ا قايمة للمقدمة المذكورة وكانت زاوية ب ل ا
قايمة فالداخلة في مثلث ب ل س مساوية للخارجة المقابلة له هذا خلف فاذن خط ب ل ر مستقيما
ثم اورد شكلين لابي سهل القوهي اولهما هذا فان لم نصفا الدايرتين متقاطعين على ه وب ح [مماسين ولكن]
والعمود من موضع التقاطع كان الحكم كما مر فليكن انصاف الدواير ا ح ا ه ر ح ونصفا الدايرتين متقاطعين على ا
و ب ح عمود على ا ح خارجا من ح ودائرة ط ل ح مماسة لدائرة ا ك ح على ك ولدائرة ر ل ح على ل والعمود على ط
نقول فهي مساوية للدائرة التي يكون في الجانب الآخر بهذه الصفة فلنخرج ط س موازيا لا ب ولنصل ح ك فهو يمر

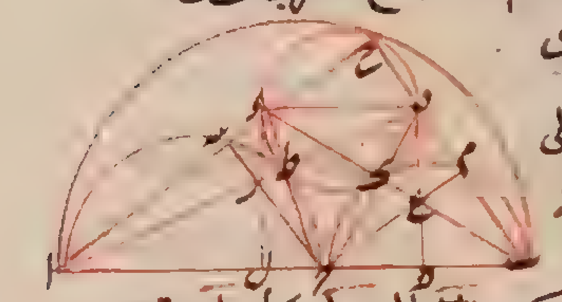


به كما بين ارشميدس ونخرجه الى ان يلقى عمود ح ب على د ونصل ط ح فيمر بل ونخرجه
ونصل ا ك فيمر بط وخط ا م د موازيا لخط ر س ونسبة ح د الى د س اعني نسبة ح
الى ط س كنسبة ح ا الى ا ر فسطح ح ح ا ر مساو لسطح ح ا في ط س ولان ح ا عمود في
دائرتي ح ا ر ه ا على وتري ح ر ه ا يكون سطح ح ح في ح ر مساويا لمربع ح ا وسطح
ا ح في ح ه ايضا مساويا له فسطح ح ح في ح ر مساو لسطح ا ح في ح ه ونسبة ح ح الى ا ح كنسبة ه ح الى ه ر بل كنسبة ح ه الباقي
الى ر ا الباقي فسطح ح ح في ر ا المساوي لسطح ح ا في ط س مساو للسطح ح ا في ح ه واذا كانت في الجانب الآخر دائرة بالصفة
المذكورة بينا بهذا التدبير ايضا ان سطح ح ا في قطر تلك الدائرة كسطح ح ا في ح ه فتبين ان قطري الدايرتين متساويان
واما الثاني فهو هذا قال وان لم يكن نصفا الدايرتين متماسين ولا متقاطعين لكن متباعدين والعمود يمر بالتقاء
الخطين المماسين لهما المتساويين كان الحكم كذلك ايضا فليكن انصاف الدواير ا ح ا ه ر ح على ما وضعنا و
خطا ط ا ط ح مماسين لنصفي الدايرتين على ا ح ومتساويين ومتلاقيين على ط وخط ب ط عمود مار بنقطة ط قايم على
ا ح ولتماسه دائرة م س على م وليماس دائرة م س دائرة ا ب ح على ك ودائرة ر ا ح على ل ونخرج قطر م س موازيا لا ح
ونصل ح ك فتمر به ويلقى عمود ط ب على ع ونصل ا ك فيمر بم ونصل س ر فيمر بل ونصل ح م فيمر بل ونخرجه الى د ونصل
ا ع فيمر به ويكون موازيا لر س ويكون نسبة ح ع الى ع س اعني نسبة ح ط الى م س كنسبة ح ا الى ا ر وسطح ح ط في ا ر



مساويا للسطح ح ا في م س وبمثل هذا التدبير يبين ان سطح ا ط في ه ح يكون مساويا
لسطح ح ا في قطر الدائرة التي يكون من الجانب الآخر ولان سطح ا ط في ط ه مساو
لمربع ط ا وهو مساو لمربع ط ح المساوي لسطح ح ط في ط ر يكون سطح ا ط في ط ه
مساويا للسطح ح ط في ط ر ونسبة ا ط الى ح ط كنسبة ط ر الى ط ه وكنسبة جميع ا ر
الى جميع ح ه فسطح ح ط في ا ر مساو لسطح ا ط في ه ح وقد تبين ان ح ط في ا ر مساو لسطح ح ا في م س وان سطح ا ط في ه ح
مساو لسطح ح ا في قطر الدائرة الاخرى فاذن القطران متساويان والدايرتان متساويتان وهو المطلوب و اذا
كانت نصف دائرة على ا ح ب وتعلمت على قطره نقطة ح وكان ا ح مثل ح ب مرة ونصف مرة ورسم على ا ح ح ب نصفا
دايرتين

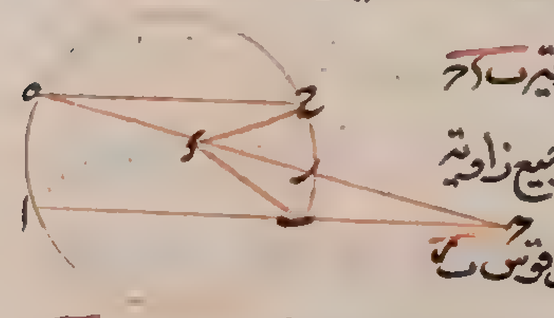
دايرتين ورسمت دائرة ر ه فيما بين الانصاف الدواير الثلثة تماسها واخرج قطر ر ه فيها موازيا للقطر ا ب وا ر دنا ان نجد
نسبة قطر ا ب الى قطر ر ه فانا نصل خطي ا ر ح وخطي ب ه ه ح فيكون خطا ا ح ب ح مستقيمين لما مر في الشكل الاول ونرسم
ايضا خطي ه ط ا ر ب ونبين انهما ايضا مستقيمان وكذلك خطا ر د ه ونصل ح س ح م و ر ه ع ونخرجهما الى ل ق في



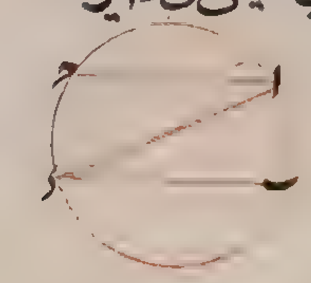
في مثلث ا ر ح الخ عمود و ح س عمود ايضا وقد تقاطعا على ر فد ر ل ايضا عمود كما بينا في التفسير الذي
وضعنا القول في جملة المثلثات وبيانه كما مر في الشكل المتقدم وكذلك ايضا يكون ه د عمودا على
ب ا ولان الزاويتين اللتين عند م و ح قايمتين ح م موازيا لا ح وكذلك ح س ل ح فيكون نسبة
ا ح الى ح ب كنسبة ا ر الى ر ه بل كنسبة ا ل الى ل د ونسبة ب ح الى ح ا كنسبة ب ع الى ع ا بل كنسبة ق د الى د ل وكان ا ح مرة و
من ه ونصف مثل ب ح قال مرة ونصف مثل ل د وق و ل د مرة ونصف مثل ب د فخطوط ا ل ل د ق ب الثلثة متناسبة
وبالمقدار الذي يكون ب ح ب ا ربعة يكون به د ل ستة و ا ل تسعة و ب ا تسعة عشر ولان د ل مثل ر ه يكون ا ب الى
ر ه نسبة تسعة عشر الى ستة فاذن وجدنا النسبة المذكورة وايضا ان كانت نسبة ا ح الى ح ب نسبة غير ما ذكرنا مثل نسبة
المرة والثلث او المرة والربع او غير ذلك كان الحكم والتدبير كما تقدم وذلك ما اردناه ن اذا كانت دائرة على مربع و
اخرى فيه فالتي عليه مثلا التي فيه فالتي على مربع ا ب دائرة ا ب ه والتي فيه دائرة ح ر ولكن قطر المربع ا ب وهو قطر

الدائرة التي عليه ونخرج ح ر قطر الدائرة التي فيه موازيا لا ه فهو مثل ا ه ولان مربع ا ب مثلا
مثل مربع ا ه اعني ح ر و نسبة مربع قطر الدائرة الى مربع قطر الدايرة كنسبة الدائرة الى
الدائرة فدايرة ا ب مثلا دائرة ح ر وذلك ما اردناه قال الاستاذ المحقق قد صنف
مقالة في عمل دايرة نسبتها الى دائرة مفروضة كنسبة مفروضة وكذلك عمل جميع
الاشكال المستقيمة الخطوط ووجه استعمال الصناع تلك الاشكال واوردنا هيهنا منها شكلا يليق بتفسير هذه المقالة
وهو كالجامع لتلك الاشكال والنتيجة لها وهو هذا نريد ان نعمل دائرة خمس دائرة مثلا الدائرة التي معنا قطرها ا ب و

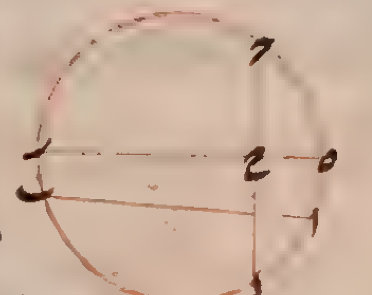
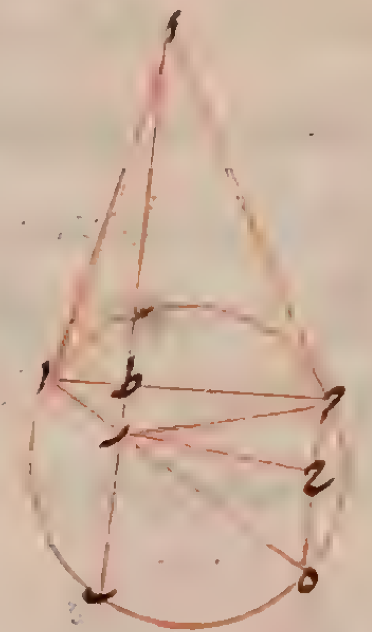
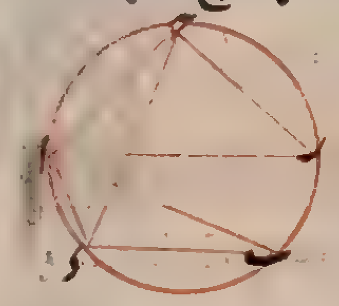
نزيد فيه خمسة وهو ب ح و نرسم على ا ح نصف دائرة ا د ح ونخرج عمود ب د فلان نسبة ا ب
الى ب ح كنسبة مربع ا ب الى مربع ب د يكون كل دائرة او شكل نعمل على ب د مطلوبنا وذلك ان نسبة
دائرة التي على ا ب او الشكل الذي عليه الى الدائرة او الشكل الذي على ب د معمولا بعمل ذلك الشكل وموضوعا كوضعه
يكون كنسبة ا ب الى ب ح اذا اخرج في دائرة خط ا ب كيف كان واخرج على استقامته وجعل ب ح مساويا لنصف قطر
الدايرة ووصل بين ح و مركز الدائرة وهو د واخرج ا ه كانت قوس ا ه ثلثة امثال قوس ب ا فلنخرج ه ح موازيا لا
ونصل ا ب ر ح فلان زاويتي ا ح ر ح ه يكون زاوية ب ح ا مساوية لزاوية ب ا ح وزاوية ح ه ح مساوية لزاوية



ا ح ه يكون زاوية ح ر ضعف زاوية ه ح ولان زاوية ب ح ا مساوية لزاويتي ب ا ح
وزاوية ح ه ح مساوية لزاوية ا ح ه يكون زاوية ح ر ضعف زاوية ح ا ب وجميع زاوية
ب ر ح ثلثة امثال زاوية ب ا ح وقوس ب ح المساوي لقوس ا ه ثلثة امثال قوس ب
وذلك ما اردناه قال الاستاذ قوله قوس ب ح مساو لقوس ا ه انما يكون ذلك لتوازي الوترين فليكن في دائرة ا ب ح



وترا ا ح ب د متوازيان اقول ان قوسي ا ب ح د متساويتان ونصل ا د فزاويتا ا د ا ب متساويتان
ولذلك يكون القوسان متساويين وبالعكس بمثل ذلك البيان ط اذا تقاطع في دائرة خطا ا ح

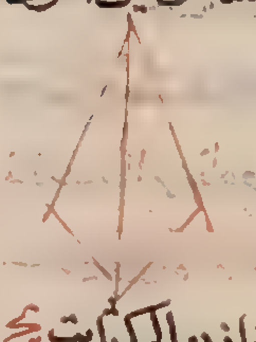
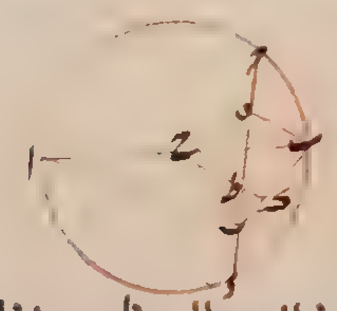
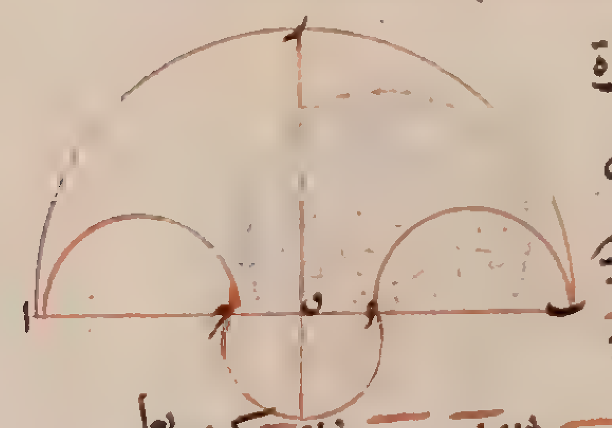
على غير المركز وكان كالتقاطع على قوايم فان قوسى ا د ح ب مساويتان لقوسى ا ح ب د ولنخرج قطر ه ر موازيا لاب فهو

يقطع ح د نصفين على ح ويكون ه ح مساويا له فلان قوس ه ح ر نصف الدايرة
وقوس ه ح مساوية لقوسي ه ا ا د يكون قوس ح ر مع قوسي ه ا ا د مساوية لنصف الدايرة
وقوس ه ا مساوية لقوس ب ر فقوس ح ب مع قوس ا د مساوية لنصف الدايرة وتبقى قوسا
ه ح ا د اعني قوس ا ح مع قوس د ب مساوية له وذلك ما اردناه ي اذا كانت دايرة عليها ا ب ح وكان د ا مماسا
لها و د ب قاطعا لها و ه ح ايضا مماسا واخرج ح ه موازيا لد ب ووصل ه ا قاطعا لد ب على ر واخرج من ر عمود ر ح

على ه ح فانه سينصفها على ح ونصل ر ح فلان د ا مماس و د ح قاطع للدايرة يكون زاوية د ا ح
مساوية للزاوية الواقعة في القطعة المبادلة لقطعة ا ح اعني زاوية ا ه ح وهي مساوية
لزاوية ا ر د لكون ه ح د ب متوازيين فزاويتا د ا ر ط متساويتان وفي مثلثي د ا ر
ا ط د زاويتا ا ر ط ط ا د متساويتان وزاوية د مشتركة فلذلك يكون سطح ر د في د ط
مساويا لمربع د ا بل لمربع د ح ولكون نسبة ر د الى د ح كنسبة ح د الى د ط وزاوية د
مشتركة يكون مثلثا د ر ح د ح ط متشابهين وزاوية د ر ح مساوية لزاوية د ح ط المساوية
لزاوية د ا ط التي هي كزاوية ا ر د فزاويتا ر ح د ا ر امتساويتان وزاوية د ر ح مساوية
لزاوية ر ح ه وكانت زاوية ر د ا مساوية لزاوية ا ه ح ففي مثلث ر ه ح زاويتا ح ه متساويتان وزاويتا ح قايمتان
وضلع ح ر مشترك ولذلك يكون ح ه مساويا لح ه فح ه اذن منصف على ح وذلك ما اردناه يا اذا تقاطع في
دايرة خطا ا ب ح د على قوايم على ه وهي ليست بالمركز فان مربعات ا ه ه ب ح ه ه د جميعا مساوية لمربع القطر ولنخرج قطر ا ر ونصل
خطوط ا د ا ح د ب فلان زاويتي ب ه ح قايمة يكون مساوية لزاوية ا ح ر وزاوية ا ح د مساوية

لزاوية ا ر ب لكونها على قوس ا ب ويبقى من مثلثي ا ه د ا ب ر زاويتا د ا ه ب ا ر متساويين ولذلك
يكون قوسا ح ر د ب بل وتراهما متساويين ومربعا ا ه ه د يساويان مربع ا د اعني ح ر مربعا
ا ه ه ح يساويان مربع ح ا ومربعا ح ر ر ا يساويان مربع ر ا اعني القطر فاذن مربعات ا ه ه ب ح ه ه د جميعا مساويا لمربع القطر
وذلك ما اردناه قال الاستاذ ولهذا الوجه اخف مما ذكره ارشميدس وهو ان نصل ا ح ب د فلان زاويتي ب ه د
قايمة يكون زاويتا ب د ه د ب مساويتين لقايمة وقوسا ا ح ب د مساويتين لنصف دايرة ووتراهما في القوة مساويين

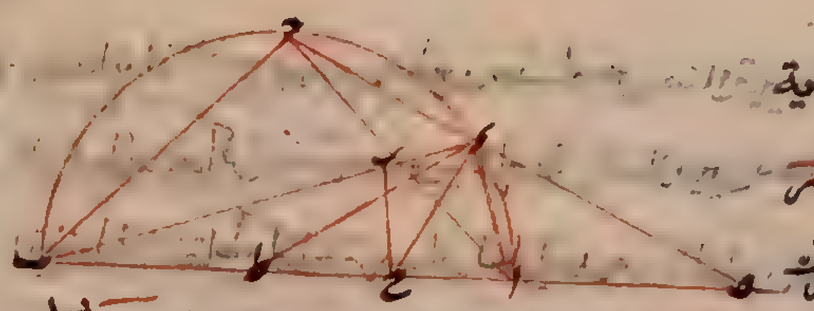
للقطر ولكن مربعا ا ه ه د تساويا مربع ا د ومربعا ح ه ه ب يساويان مربع ح ب فاذن مربعات ا ه ه ب
ح ه ه د مساوية لمربع القطر وذلك ما اردناه يب اذا كان نصف دايرة على قطر ا ب وخرج من ح
خطان تماسانها على نقطتي ه د ووصل ه ا د ب فتقاطعا على ر ووصل ح ر واخرج الى ح كان ح ح
عمودا على ا ب ولنصل د ا ه ب فلان زاويتي ب د ا قايمة يكون زاويتا د ا ب د ب ا الباقيين من مثلث د ا ب مساويتين
لقايمة وزاوية ا ه ب قايمة فهما متساويتان لها ونجعل زاوية د ب ه مشتركة فجميع زاويتي د ا ب ا ب ه مساو لجميع زاويتي

ر ه د ر د ه بل لزاوية د ر ه الخارجة من مثلث ر د ه ولان ح د مماس للدايرة و د ب
قاطع لها فزاوية ح د ب يساوي زاوية د ا ب وكذلك زاوية ح ه ر تساوي زاوية ه ا ب
فزاويتا ح ه ر ح د ر معا مساويتان لزاوية د ر ه وقد تبين في قولنا في الاشكال ذوات الاضلاع

الاربعة

الاربعة انه اذا اخرج فيما بين خطين متساويين متلاقيين على نقطة كخطي ح ا ح ه خطان متقاطعان كخطي ا ر ه ر وكانت الزاويتان
التي يحيطان بها كزاوية ر مساوية لزاويتي المتلاقيين مع المتقاطعين كزاويتي ه ا معا فالخط الخارج من نقطة الملاقاة
الى نقطة التقاطع كخط ح ر مساو لكل واحد من الخطين المتلاقيين كح ا او كح ه وكذلك يكون ح ر مساويا لح ا فزاوية
ح ر ا اعني زاوية ح ا ر مساوية لزاوية ا ح ولكن زاوية ح ر ا مع زاوية ا ر ح كقايمتين فزاوية ا ر ح مع زاوية ا ح
كقايمتين ويبقى من ذي اربعة اضلاع ا ر ح زاويتا ا ر ا ح ر كقايمتين لكن زاوية ا ب قايمة فزاوية ا ح ر قايمة و
ح ح عمود على ا ب وذلك ما اردناه قال الاستاذ في بيان ما احاله الى قوله في الاشكال ذوات الاضلاع الاربعة ليكن

الخطان المتساويان المتلاقيان ا ب ا ح و نقطة التلاقي ا والمتقاطعان بينهما ب د ح د و نقطة التقاطع د وليكن زاوية
ب د ح مثل زاويتي ا ب د ا ح د و نصل ا د نقول فهو مثل ا ب والا فهو اما اقصر من ا ب واما اطول منه وليكن اطول

ونفصل ا ه مثل ا ب ونصل ب ه ه ح فزاويتا ا ب ه ا ه ب متساويتان وليكن زاوية ا ه ب اعظم من
زاوية ا ب د فجميع زاوية ب ه ح اعني جميع زاويتي ا ب ه ا ح ه اعظم من جميع زاويتي ا ب د ا ح د الجزء
من كله هذا خلف ثم ليكن ا د اقصر من ا ب ونجعل ا ر مثل ا ب ونصل ب ر ر ح ونبين بمثل ما بينا
ان زاوية ب ر ح مثل زاويتي ا ب ر ا ح ر اصغر من زاويتي ا ب د ا ح د الكل من جزئه هذا خلف فاذن الحكم ثابت يج
اذا تقاطع خطا ا ب ح د في دايرة وكان ا ب قطرها دون ح د واخرج من نقطتي ا ب عمودان على ح د وهما ا ب ه فانهما

تفصلان منه ح ه د ر متساويين فنصل ر ب ونخرج من ح وهي المركز عمود ح ط على ح د ونخرجه
الى ك من ر ب فلان ح ط عمود من المركز على ح د فهو ينصفه على ط ولان ح ط ا ر عمودان عليه
فهما متوازيان ولان ب ح مساو لح ا يكون ب ك مساويا لك ب ولتساويهما وكون ب ه
موازيا لك ط يكون ه ط مساويا لط ر ويبقى من ط ح ط د المتساويين ه ح ر د متساويين وذلك ما اردناه يد اذا
كان ا ر ب نصف دايرة وفصل من قطره وهو ا ب ا ح د ب متساويين وعمل على خطوط ا ح ح د د ب انصاف دواير وليكن

مركز نصفي دائرتي ا ب ح د نقطة ه وكان ه ر عمودا على ا ب واخرج الى ح فان الدايرة
التي قطرها ر ح مساوية للسطح الذي يحيط به نصف الدايرة العظمى ونصفا الدايرتين
اللتين داخله ونصف الدايرة الوسطى الذي هو خارج عنه وهو الشكل الذي يسميه
ارشميدس ساليونس فلان د ح نصف على ه وزيد فيه ح ا يكون مربعا د ا ا ح
مثلا مربعي د ه ه ا ولكن ر ح مساو لد ا فمربعا ر ح ا ح مثلا مربعي د ه ه ا ولان ا ب مثلا ا ه و ح د مثلا ه د يكون مربعا
ا ب ح د اربعة امثال مربعي د ه ه ا بل مثلي مربعي ر ح ا ح ولذلك يكون الدايرتان اللتان قطراهما ا ب ح د مثلي اللتين
قطراهما ر ح ا ح ونصفا اللتين قطراهما ا ب ح د مساويان للدائرتين اللتين قطراهما ر ح ا ح لكن الدايرة التي قطرها
ا ح مساو لنصفي ا ح د ب فاذا القينا منهما نصفي ا ح د ب المشتركين يبقى الشكل الذى يحيط به اربعة
انصاف دواير ا ب ا ح ح د د ب وهو الذي يسميه ارشميدس ساليونس مساويا للدايرة التي قطرها ر ح و
ذلك ما اردناه يه اذا كان ا ب نصف دايرة و ا ح وتر المخمس ونصف ا ح على د ووصل د ح واخرج
فوقع على ه ووصل د ب يقطع ح ا على ر واخرج من ر عمود ر ح على ا ب كان خط ح ه مساويا لنصف قطر الدايرة فيفصل
خط ح ب وليكن المركز ط ونصل ط ح ط د فلان زاوية ا ب ح التي قاعدتها ضلع المخمس خمسا قايمة وكلوا حدة



من زاويتي جـ ب د ا ب ا خمس قايمة وزاوية د ط ا مثل زاوية
ا ب ط فزاوية د ط ا خمسا قايمة ولان في مثلثي جـ ب ر ح ب ر
زاويتي ب متساويتان وزاويتي ح ر قايمتان وضلع ر ب مشترك
يكون ب ح مساويا لـ ب ح ولان في مثلثي جـ ب ر ح ب د ضلعي جـ ب ب ح متساويان وكذلك زاويتان وضلع ب د مشترك
يكون زاويتا جـ د ب ح ط متساويتين وكل واحد منهما ستة اخماس قايمة وهي مساوية لزاوية ا ا ه الخارجة من ذي
اربعة اضلاع ب ا د جـ الذي في الدايرة فيبقى زاوية د ا ب مساوية لزاوية د ح ا ويكون د ا مساويا لـ د ح ولان زاوية ا ط ح
ستة اخماس قايمة يبقى زاوية ط ا ح خمسي قايمة ويكون د ح مثل ح ط ولان زاوية ا ا ه خارجة ذي اربعة اضلاع ا د
جـ ب الذي في الدايرة فهي مثل زاوية جـ ب ح وهي خمسا قايمة مساوية لزاوية ح د ط ولان في مثلثي ه د ا ط د ح زاويتي
ه د ا ط د ح متساويتان وكذلك زاويتا ا ه د ح ط وضلعا د ا د ح يكون ه ا مثل ط ح ونجعل ا ح مشتركا فيكون ه ح مثل ا ط و
ذلك ما اردناه وهنالك استبان ان خط د ه مساو لنصف قطر الدايرة لان زاوية ه مثل زاوية ا ط ح فيكون خط د
مساويا لخط د ه اقول ان خط ح ه مقسوم على نسبة ذات وسط وطرفين على د وقسمه الاطول د ه وذلك لان د ه
وتر السدس و د ح وتر العشر وقد تبين ذلك في الشكل الثالث عشر
من المقالة الثالثة عشر من الاصول وذلك
ما اردناه تمت الماخوذات
لارشميدس
في ١٢٩٩ سنه

تفتيش
ت ب
سنة ١٣١٦

ح على ان نسبة ... ده الى ح معلومة و

فهرست متوسطات مجسطي

- معطيات اقليدس
- اكر ثاوذوسيوس
- اكر مالاناوس
- كشف القناع في حل القطاع طوسي
- كرة واسطوانة ارشميدس
- تكسير الدائرة ارشميدس
- ماخوذات ارشميدس
- مناظر اقليدس
- ظاهرات الفلك لاقليدس
- تحرير المساكن لثاوذوسيوس
- كتاب لثاوذوسيوس في الايام والليالي
- كرة المتحركة لاوطولوقس
- لاوطولوقس في الطلوع والغروب
- كتاب لابسقلاوس في المطالع
- لارسطرخس في جرمي النيرين
- تحرير كتاب المفروضات لثابت ابن قره
- من مقالة لثابت بن قره في الشكل القطاع
- معرفة مساحة الاشكال البسيطة والكرية
- رسالة في براهين الحسابية الجبرية

رب يسر بسم الله الرحمن الرحيم وتمم بالخير وبه نستعين

تحرير كتاب المعطيات لاقليدس ترجمة اسحاق واصلحه ثابت خمسة وتسعون شكلا اصدر الكتاب السطوح والخطوط او النقطة الزوايا المعلومة القدر هي التي يمكن ان نجد مساويا لها والمعلومة النسبة هي التي يمكن ان نجد ما هو على نسبتها والخطوط والسطوح والزوايا المعلومة الوضع هي التي يكون لازمة لوضع واحد ابدا او يمكن ان نجد وضعها الاشكال المستقيمة الخطوط المعلومة الصورة هي التي زواياه معلومة ونسب الاضلاع بعضها الى بعض معلومة الدايرة المعلومة القدر هي التي قطرها معلوم والمعلومة القدر والوضع هي التي مركزها معلوم الوضع ونصف قطرها معلوم قطع الدواير المعلومة القدر هي التي زواياها وقواعدها جميعا معلومة والمعلومة الوضع والقدر هي التي مع ذلك قواعدها معلومة الوضع المقدار الاعظم من آخر بقدر معلوم هو الذي اذا نقص ذلك المقدار منه بقي ما يساوي الاصغر والاصغر من آخر بقدر معلوم هو الذي اذا زيد ذلك القدر عليه بلغ ما يساوي الاكبر والمقدار الاعظم بقدر معلوم من آخر نسبة الى ثالث معلومة هو الذي اذا نقص ذلك القدر منه بقي ما يكون نسبة الى الثالث معلومة والاصغر بقدر معلوم من آخر نسبة الى ثالث معلومة هو الذي اذا زيد ذلك القدر عليه بلغ ما يكون نسبة الى الثالث معلومة الخط المخرج وهو الخط المستقيم الذي يخرج من نقطة معلومة هي على خط مستقيم موضوع ويحدث معه زاوية معلومة والخط المقارن للخط الموضوع هو الذي يخرج من نقطة معلومة موازيا للخط موضوع او يمر على نقطة معلومة ويصل الى خط موضوع ويحدث معه زاوية معلومة

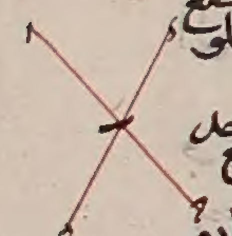
الاشكال ا نسبة القدر المعلوم الى القدر المعلوم معلومة فليكن اب معلومة القدر لنا ان نجد مساويين لهما وليكونا ح ء فنسبة ا الى ح كنسبة ب الى ء وبالابدال نسبة ا الى ب كنسبة ح الى ء فلانا وجدنا قدرين على نسبة ا الى ب كانا معلومي النسبة وذلك ما اردناه **ب** اذا كانت نسبة قدر معلوم الى آخر معلومة كان الآخر معلوم القدر فليكن ا معلوم القدر ونسبة الى ب معلومة لنا ان نجد مساويا لا وليكن ح وان نجعل نسبة ح الى ء كنسبة ا الى ب المعلومة فيكون ء مساويا لب ولانا وجدنا مساويا لب كان معلوم القدر وذلك ما اردناه **ج** اذا اجمعت اقدار معلومة كان الجميع معلومة القدر فليكن كل واحد من اب ب ح ح ء معلوما ومساويا لنا ان نجد ما يساويها وليكن ه ر ر ح ح ط فجميع ه ط تساوي جميع اء فاذن اء معلوم القدر وذلك ما اردناه **د** اذا نقص منا معلوم القدر معلوم القدر بقي معلوم القدر فليكن اب اح معلومي القدر ولنا ان نجد مساويين لهما وليكونا ء ه ء ر فيكون ر ه مساويا لحب الباقيين فاذن حب معلوم القدر وذلك ما اردناه **ه** كل قدر يكون نسبة الى احد جزئيه معلومة كانت نسبة الى الجزء الآخر ايضا معلومة فليكن نسبة اب الى اح معلومة ونجعل نسبة ء ه المعلومة الى ء ر كتلك النسبة قدر معلوم و ر ه الباقي معلوم وكان ء ه معلوما فاذن نسبة ا ه الى ر ه اعني نسبة اب الى حب معلومة وذلك ما اردناه **و** كل قدرين نسبة احدهما الى الآخر معلومة فان نسبة مجموعهما الى كل واحد منهما معلومة فليكونا اب ب ح وليكن نسبة ء ر ه المعلومة الى ه ر كنسبتها فه ر ل ء ر معلوم ونسبة ا ر الى كل واحد من ء ه ه ر التي هي كنسبة اح الى كل واحد من اب ب ح معلومة فهي معلومة وذلك ما اردناه

كنسبة ا الى ح المعلومة نسبة ا الى ب كنسبة ء فه معلوم ونجعل نسبة ه المعلوم الى ر كنسبة ح الى ب المعلومة فد معلوم وبالمساوات الى د المعلومة لكونهما معلومين فنسبة ا الى ب معلومة وذلك ما اردناه **ط** اذا كانت اقدار نسبة بعضها الى بعض ونسبتها الى اقدار اخرى معلومة كانت نسبة بعض تلك الاقدار الاخرى الى البعض معلومة فليكن الاقدار ا ب ح والاقدار الاخرى ء ه ر ونسب ا الى ب وب الى ح وايضا نسب ا الى ء وب الى ه وح الى ر معلومة فلان نسبة ا الى ب وا الى ء معلومتان يكون نسبة ب الى ء معلومة وكانت الى ه معلومة فنسبة ء الى ه معلومة وبمثل ذلك نبين ان نسبة ه الى ر ايضا معلومة وذلك ما اردناه **ي** كل ثلثة اقدار يكون كل واحد من طرفيها مع الواسطة معلومان فالطرفان اما ان يتساويا او يتفاضلا بقدر معلوم وليكن الاقدار اب ب ح ح ء فاح ب ء المعلومان ان تساويا كان بعد اسقاط ب ح المشترك اب ح ء متساويين وان تفاضلا وليكن اعظمها اح ونفصل منه ه ر ه مساويا لب ء المعلوم فيكون ح ه معلوما وكان اح معلوما فاه معلوم وهو فضل اب على ح ء لان ه ح كان مساويا لب ء وبعد اسقاط ب ح المشترك يكون ه ب مساويا لح ء فاذن التفاضل بين اب ح ء بقدر معلوم وهو اه وذلك ما اردناه **يا** اذا كان قدر اول اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى القدر الثاني معلومة كان جميع الاول والثاني معا ايضا اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى القدر الثاني معلومة وان كان جميع الاول والثاني اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى القدر الثاني معلومة كان الاول اما اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى القدر الثاني معلومة واما اصغر من قدر معلوم بقدر نسبة الى القدر الثاني معلومة فليكن القدر الاول اب والثاني ب ح والقدر المعلوم في الدعوي الاول اء ويكون نسبة ء ب الى ب ح معلومة وبالتركيب نسبة ء ح الى ب ح معلومة فاذن جميع اح اعظم بقدر معلوم وهو اء من قدر وهو ء ح الذي نسبة الى قدر ب ح معلومة واما في الدعوي الثاني فالقدر المعلوم يحتمل ان يكون اصغر من القدر الاول كاء ويحتمل ان يكون اعظم منه كاه وعلى التقدير الاول يكون نسبة ء ح الى ب ح معلومة وبالتفصيل نسبة ء ب الى ب ح معلومة فاب اعظم بقدر معلوم هو اء من قدر هو ء ب الذي نسبة الى ب ح معلومة وعلى التقدير الثاني يكون نسبة ه ح الى ب ح معلومة وبالخلاف نسبة ب ه الى ب ح معلومة فاب اصغر من اه الذي هو معلوم بقدر ب ه الذي نسبة الى ب ح معلومة وذلك ما اردناه **يب** اذا كان قدر اول اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى قدر ثان معلومة كان الاول اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى جميع الاول والثاني معا معلومة فليكن القدر الاول اب والثاني ب ح والقدر المعلوم اء ويكون نسبة ء ب الى ب ح معلومة وبالخلاف ثم التركيب ثم الخلاف نسبة ء ب الى ء ح معلومة وليكن نسبة ء ه الى ء ح كتلك واء معلوم فاه معلوم ونسبة ه ب اعني المقدمين معا الى اح اعني التاليين معا كنسبة ء ب الى ء ح المعلومة فاذن اب اعظم بقدر اه المعلوم من قدر ه ب نسبة الى جميع اح معلومة وذلك ما اردناه **يج** اذا كانت ثلثة اقدار نسبة الاول الى الثاني معلومة والثاني اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى الثالث معلومة كان الاول اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى الثالث معلومة فليكن المقادير اب ح ء ه ونسبة اب الى ح ء معلومة وليكن ح ر القدر المعلوم من ح ء فيكون نسبة ر ء الى ه معلومة وليكن نسبة اح الى ح ب المعلوم كنسبة اب الى ح ء المعلومة فاح معلوم وبقي نسبة ح ب الى ر ء معلومة وكانت نسبة ر ء الى ه معلومة فنسبة ح ب الى ه معلومة فاذن اب اعظم بقدر معلوم هو اح من ح ب الذي نسبة الى ه معلومة وذلك ما اردناه **يد** اذا زيد قدران معلومان على قدرين نسبة احدهما الى الآخر معلومة كان اما نسبة احد الكليين الى الآخر معلومة واما احد الكليين اعظم بقدر معلوم على قدر نسبة الى الكل الآخر معلومة فليكن نسبة اب الى ح ء معلومة واه ح ر المزيدان عليهما معلومتان فان كانت نسبة

اه الى حر كنسبة اب الى حء كانت نسبة ه ب كله الى ر ء كله التي هي كنسبة اب الى حء المعلومة معلومة وان لم يكن نسبة اه الى حر
كنسبة اب الى حء جعلنا نسبة اح الى حء المعلوم كنسبتهما المعلومة فيكون اح بل ح ه معلوما ويكون نسبة ح ب الى ر ء معلومة
كما مر فيكون ه ب كله اعظم بقدر ه ح المعلوم على قدر ح ب الذى نسبة الى ر ء كله معلومه وذلك ما اردناه اقول ان كان اح
اعظم من اه كانت نسبة ما هو اصغر من حر الى اه كنسبة حء الى اب فيكون ر ء كله اعظم بقدر معلوم على قدر نسبة الى ه ر
كله معلومة مه اذا انقص قدران معلومان من قدرين نسبة احديهما الى الآخر معلومة كان اما نسبة احد الباقيين
الى الآخر معلومة واما احد الباقيين اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى الباقي الاخر معلومة فليكن نسبة راب الى حء معلومة
واه حر المنقوصان منهما معلومين فان كانت نسبتهما كنسبة اب الى حء كانت نسبة ه ب الباقي الى ر ء الباقي معلومة والا فليكن
نسبة اح الى حر المعلوم كنسبة اب الى حء المعلومة فيكون اح بل ح ه معلومًا ويبقى نسبة ح ب الى ر ء معلومة فاذن ه ب يريد
بقدر ه ح المعلوم على ح ب الذى نسبته الى ر ء معلومة وذلك ما اردناه اقول ان كان اح اصغر من اه كان نسبة ما هو
اعظم من حر الى اه كنسبة حء الى اب ويتم البرهان كما مر بو اذا زيد قدر معلوم على احد القدرين نسبة احدهما الى الآخر معلومة
ونقص من الآخر قدر معلوم كان الكل اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى الباقي معلومة فليكن نسبة اب
الى حء معلومة وزيد على اب ار ونقص من حء حه وهما معلومان ونجعل نسبة اح الى حه المعلوم كنسبة اب الى
حء فاح بل رح معلوم ويبقى نسبة ح ب الى ه ء معلومة فاذن ر ب كله اعظم بقدر رح المعلوم على قدر ح ب الذى نسبة الى
ه ء الباقي معلومة وذلك ما اردناه يز اذا كانت كل واحد من قدرين اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى قدر ثالث معلومة
كانت اما نسبة احد القدرين الى القدر الآخر معلومة واما احدهما اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى القدر الآخر معلومة فليكن
القدران اب حء والثالث ه و نفصل منهما القدران المعلومان وهما ار حح فيكون نسبة كل واحد من ر ب حء الباقيين
الى ه معلومة ونسبة ر ب الى حء معلومة وقد زيد عليهما قدرا ار حح المعلومان فاذن اما نسبة احد قدري اب حء
الكليين الى الآخر معلومة واما احدهما اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى الآخر معلومة وذلك ما اردناه يح اذا كان قدر اعظم بقدر
معلوم من كل واحد من قدري آخرين كان اما نسبة احد المقدارين الى الآخر معلومة واما احدهما اعظم بقدر معلوم من قدر
نسبة الى القدر الآخر معلومة فليكن القدر الاول اب والآخران حء ه ر وليكن اح اك معلومين ونسبتا ح ب الى حء و ب ك الى ه ر
معلومين ونجعل نسبة اح المعلوم الى ط ر كنسبة ح ب الباقي الى حء المعلومة فط ر معلوم ونسبة اب الى ط ء معلومة
وايضًا نجعل نسبة اك المعلوم الى ل ه كنسبة ك ب الباقي الى ه ر فل ه معلوم ونسبة اب الى ل ر معلومة فنسبة ط ء الى ل ر
معلومة ونقص منهما ط ر ل ه المعلومين فاذن حء ه ر قدران اما نسبتهما معلومة واما احدهما اعظم بقدر معلوم من قدر
يكون نسبة الى الآخر معلومة وذلك ما اردناه يط اذا كان قدر اول اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى قدر ثان معلومة
وكان الباقي اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى قدر ثالث معلومة كان الاول اعظم بقدر معلوم نسبة الى الثالث معلومة
فليكن الاول اب والمعلوم منه اح والثاني حء والمعلوم منه حر والثالث ه و يكون نسبة اح ب الى حء و ر ء الى ه
معلومين ونجعل نسبة حر المعلوم الى ح ط كنسبة حء الى ح ب المعلومة فح ط معلوم وجميع اط معلوم ونسبة ط ب
الى ر ء الباقيين بل الى اه معلومة فاذن اب اعظم بقدر اط المعلوم من قدر ط ب الذي نسبته الى ه معلومة وذلك ما اردنا
ك وبوجه آخر وليكن القدر الاول اب والآخران حء ونفصل من اب اه المعلوم حتى يكون نسبة ه ب الى ح معلومة و
كان ح اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى ء معلومه فه ب اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى ء معلومة ونفصل من ه ب

القدر

القدر المعلوم وليكن ه ر فيكون نسبة ر ب الى ء معلومة فاب اعظم بقدر ار المعلوم من ر ب الذي نسبة الى ء معلومة وذلك ما اردناه
كا اذا انقص من قدرين معلومين قدران نسبة احدهما الى الآخر معلومة كان الباقيان اما نسبة احدهما الى الآخر معلومة و
اما احدهما اعظم بقدر معلوم من قدر نسبة الى الآخر معلومة فليكن المعلومان اب حء والمنقوصان اه حر ر و
نسبتهما معلومة ونسبة اب الى حء ايضًا معلومة فان كانت النسبتان واحدة كانت نسبة ه ب ر ء الباقيين ايضًا
تلك النسبة والا فليكن نسبة اب المعلوم الى حح كنسبة اه الى حر المعلومة فيكون حح بل ح ء معلومان ونسبة ه ب الى رح التي
هي كنسبة اه الى حر معلومة فيكون اذن ر ء الباقي اعظم بقدر ح ء المعلوم من قدر رح الذي نسبة الى قدر ه ب الباقي كنسبة
حر الى اه المعلومة وذلك ما اردناه كب اذا كانت نسبة كل واحد من قدرين الى ثالث معلومة كانت نسبتهما اليه معًا معلومة
فليكن نسبة كل واحد من قدري اب ب ح الى ء معلومة فيكون نسبة اب الى ب ح بل بالتركيب نسبة جميع اح الى ب ح معلومة وكانت
نسبة ب ح الى ء معلومة فنسبة جميع اح الى ء معلومة وذلك ما اردناه كج اذا كانت نسبة الكل الى الكل ونسبة الاجزاء الى الاجزاء
معلومتين وليستا نسبة واحدة كانت نسبة بعض كل واحد من اجزاء احدهما الى البعض الآخر معلومة فليكن نسبة اب كله الى
حء كله ونسبة اه الى حر الجزئين ونسبة ب ه الى ر ء الجزئين الآخرين كليهما معلومة وليست بواحدة ونجعل نسبة ه ب الى رح كنسبة
اه الى حر المعلومة فيكون نسبة ه ب الى كل واحد من رح ر ء معلومة فنسبة ر ء الى رح بل الى ح ء معلومة فنسبة ر ء الى رح
احد الجزئين الى الآخر معلومة في احد الكليين وكانت نسبة حر الى اه ونسبة ر ء الى ه ب معلومين فنسبة اه الى ه ب احد الجزئين
الى الآخر معلومة في الكل الآخر مثل ذلك وذلك ما اردنا كد كل ثلثة خطوط متناسبة يكون نسبة اولها الى الثالث معلومة فان
نسبة اولها الى الثاني ايضًا معلومة و ليكن الخطوط اب ح ولنضع خطًا معلومًا وهو ء ونجعل نسبة الى ه كنسبة الى ح المعلومة
فه ايضًا معلوم ونأخذ بين ء ه وسطًا في النسبة وليكن ر فهو ايضًا معلوم ونسبة ء الى ر معلومة ونسبة ا الى ح التي هي كنسبة مربع ا
الى سطح ا في ح اعني مربع ب كنسبة ء الى ه التي هي كنسبة مربع ء الى سطح ء في ه اعني مربع ر فنسبة مربع ا الى مربع ب كنسبة مربع ء الى
مربع ر ونسبة ا الى ب كنسبة ء الى ر المعلومة فهي ايضًا معلومة وذلك ما اردناه كه كل نقطة يتقاطع عليها خطان معلوما الوضع



فهي معلومة الوضع فليتقاطع خطا اب حء ب ه المعلوما الوضع على نقطة ب فهي معلومة الوضع لانها ان انتقلت انتقل وضع احد
الخطين او كليهما وذلك محال لكونهما معلومي الوضع فاذن هي معلومة الوضع وذلك ما اردناه اقول ليس من شرط الخطين ان
يكونا مستقيمين كو كل خط مستقيم معلوم النهايتين فهو معلوم الوضع والقدر وليكن الخط اب فان انتقل وضعه او قدره
انتقل احدى نقطتي اب او كليهما وذلك محال فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه كز اذا كانت احدى نهايتي خط معلوم الوضع
والقدر معلومة كانت النهاية الاخرى معلومة وليكن الخط اب والنهاية المعلومة ا وذلك لان نقطة ب لو انتقلت لانتقل

اما وضع الخط او قدره او كلاهما وذلك محال فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه كح كل خط تمر بنقطة معلومة موازيًا لخط معلوم
الوضع فهو معلوم الوضع وليكن النقطة ا والخط المعلوم الوضع ب ح والمار بالنقطة على موازاة ب ح خط ء اه وذلك لان الخط
لو انتقل مع ثبات نقطة ا ومع كون الخط موازيًا لب ح وصار مثل ر اح لكان خطا ه ء رح المتقاطعين متوازيين هذا خلف

فاذن الحكم ثابت وذلك ما اردناه اقول وهذا الخط هو الذي يسمى بالمقارن للخط الموضوع اعني الاول باحد المعنيين كط
كل خط خرج من نقطة معلومة على خط معلوم الوضع واحاط معه بزاوية معلومة فهو معلوم الوضع فليكن الخط المعلوم
الوضع اب ح د النقطة المعلومة التي عليه ب والخط الخارج منها ء ب والزاوية المعلومة زاوية ء ب ح وذلك لان خط ء ب
لو انتقل وصار مثل ه ب مع كون الزاوية على حالها لكانت زاويتا ه ب ح ء ب ح الصغرى والعظمى متساويين هذا خلف

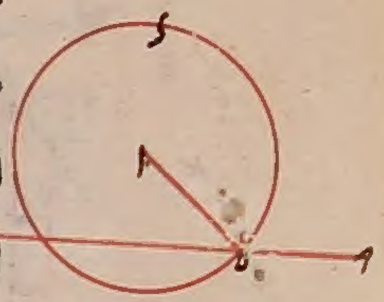
فاذن خط ءب معلوم الوضع وذلك ما اردناه اقول وهذا الخط هو الذي تسمى الصاعد عن الخط الموضوع الاول ل كل خط معلوم

القدر خرج من نقطة معلومة الى خط معلوم الوضع واحاط معه بزاوية معلومة فهو معلوم الوضع فليكن النقطة او الخط الخارج

اء والخط المعلوم الوضع بح والزاوية المعلومة زاوية اءح وذلك لان خط اء لو انتقل مع ثبات نقطة ا وصار مثل خط اه لكان

مع كون مقدار الزاوية على حالها زاويتا اءح اهح الخارجة من المثلث والداخلة متساويين هذا خلف فاذن خط اء معلوم الوضع

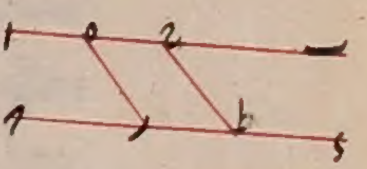
وذلك ما اردناه اقول وهذا الخط هو الذي يسمى المنحدر الى الخط الموضوع الاول لا كل خط معلوم القدر خرج من نقطة معلومة



الى خط معلوم الوضع فهو معلوم فليكن الخط الخارج اه والنقطة او الخط المعلوم الوضع بح ونرسم على ابعد اه دائرة ءه فهي معلومة

الوضع لان مركزها معلوم ونصف قطرها معلوم القدر فنقطه ه التي تقاطع قوس وخطا معلوما الوضع معلومة وخط اه معلوم

النهايتين فهو معلوم الوضع وذلك ما اردناه لب كل خط وصل بين خطين معلومي الوضع متوازيين واحاط معهما بمتبادلتين



معلومتين فهي معلوم القدر فليكن الخطان الموصوفان اب حء والخط الواصل بينهما هر والمتبادلتان المعلومتان به ره رحو ولنعلم

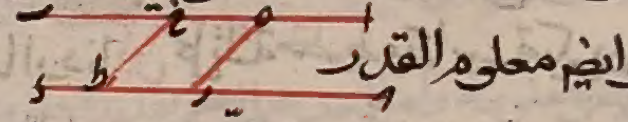
على اب نقطة معلومة وهي ح ونخرج منها حط موازيا له ر فخط حط صعد من نقطة معلومة على خط معلوم الوضع واحاط

معه بزاوية معلومة فهو معلوم الوضع وحء معلوم الوضع فنقطة ط ايضا معلومة وخط حط معلوم الوضع والقدر ره

مثله فهو معلوم القدر ايضا وذلك ما اردناه لح كل خط معلوم القدر وصل بين متوازيين معلومي الوضع فالزاويتان اللتان

يحدثهما ذلك الخط معلومتان فليكن الخطان اب حء والواصل بينهما المعلوم القدر ره ولنكن نقطة ط معلومة على خط حء

ولنصعد منها طح موازيا له فهو ايضا معلوم القدر

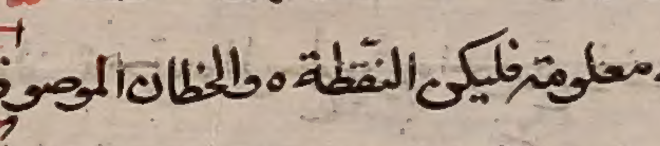


لكونه مساويا له ر ومعلوم الوضع لكونه صاعدا

من نقطة معلومة على خط معلوم الوضع فيكون الزاوية التي عند ح معلومة وهي مساوية للتي عند ه وكذلك اللتان عند

ط ور فاذن الزاويتان اللتان يحدثهما ر معلومتان وذلك ما اردناه لد كل خط خرج من نقطة معلومة الى خطين متوازيين

معلومي الوضع فانه ينقسم على نسبة معلومة فليكن النقطة ه والخطان الموصوفان

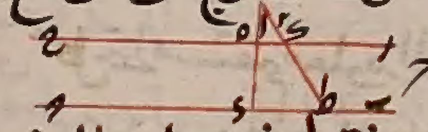


اب حء والخط

الخارج رح ونعلم على حء معلومة وهي ط ونخرج طه الى ك فط ك معلوم الوضع واب معلوم الوضع فنقطة ك معلومة

وكانت نقطتا طه معلومتين فخطا ك ه ه معلوما القدر ونسبتهما كنسبة ره هح فهي معلومة وذلك ما اردناه له اذا

خرج من نقطة معلومة الى خط معلوم الوضع خط وقسم ذلك الخط على نسبة معلومة واخرج من موضع القسمة خط مواز للخط



المعلوم الوضع فهو معلوم الوضع وليكن النقطة او الخط المعلوم الوضع بح والخط الخارج اليه

اء ولنقسم على ه حتى يكون اه الى هء معلومة ولنخرج منه هر موازيا لبح نقول فهو معلوم الوضع ونعلم على بح نقطة

معلومة وهي ط ونصل طك اه هو معلوم وقد انقسم على ك على نسبة معلومة فنقطة ك معلومة فخط رح المار بها

موازيا لبح المعلوم الوضع معلوم الوضع وذلك ما اردناه لو اذا وصل بين متوازيين معلومي الوضع خط وقسم على

نسبة معلومة واخرج من موضع القسمة خط موازٍ لهما فهو ايضا معلوم الوضع فليكن الخطان اب حء والواصل بينهما ح وهو مقسوم

على ر القسمة المعلومة والخارج من ر على موازاتهما طر ك نقول فهو معلوم الوضع ونعلم على خطي اب حء

نقطتين معلومتين كيف كانتا وهما ل م ونخرج ل د م فخط ل م معلوم لكون نهايتيه معلومتين ونسبة ل ن الى م ن معلومة

لكونها كنسبة ح ر الى ره المعلومة فخط م ن معلوم ونقطة ن معلوم فخط ط ك المار بها على موازاة خط معلوم الوضع معلوم الوضع

وذلك ما اردناه لز اذا وصل بين متوازيي معلومي الوضع خط وزيد فيه خط نسبته اليه معلومة واخرج من طرف الخط

المخرج خط مواز للمتوازيين كان ذلك الخط المخرج ايضا معلوم الوضع فليكن المتوازيان اب حء والواصل بينهما ه ر والمزيد فيه

حو